

# Elección de instrumentos para una medida



**J. Pérez López, J. M. Vera López, A. Cabrera Manuel**

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, C.U., México, D. F.*

**E-mail:** [jpl@fciencias.unam.mx](mailto:jpl@fciencias.unam.mx)

(Recibido el 5 de Enero de 2010; aceptado el 26 de Octubre 2010)

## Resumen

Se presenta un experimento para un laboratorio de enseñanza, que permita determinar la densidad de un alambre utilizando una combinación de instrumentos que inducen a hacer medidas de diferente precisión y que conduce inicialmente a una incertidumbre porcentual del orden del 36%. Se le plantea como problema a los estudiantes escoger los instrumentos de modo que la incertidumbre se reduzca al 5%.

**Palabras clave:** Práctica de laboratorio, Precisión y estudiantes de física.

## Abstract

An experiment for a teaching lab is described which allows to determine the density of a wire using an array of instruments of diverse degrees of accuracy which lead to a relative percentage uncertainty of 36%. The problem posed to students is to choose a different combination of instruments so that the uncertainty margin is reduced to 5%.

**Keywords:** Laboratory practice, accuracy, physics students.

**PACS:** 01.50.Pa, 06.20.Dk, 07.05.Fb

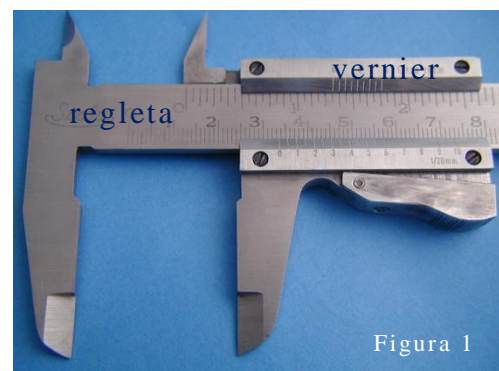
**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Estamos convencidos de que la actividad experimental es importante en la formación del físico. Para que esta actividad se realice correctamente se requiere desarrollar la habilidad en los estudiantes de saber medir.

La actividad experimental que presentamos aquí la realizan estudiantes de tercer semestre de la carrera de Física, en la Facultad de Ciencias. Y el problema que la motiva, es la de corregir las deficiencias en el manejo de datos y la actitud que el estudiante adopta frente a un experimento. Hemos observado que estas deficiencias se han agravado aún más, desde que se modificó el plan de estudios, en 2001; cuando se sustituyó la materia de Laboratorio de Física General por la materia de Física Contemporánea, en el primer semestre. Con la primera materia se introducía a los estudiantes al manejo de datos y equipo diverso. Con la segunda el estudiante sólo escucha pasivamente conferencias. De esta manera, los estudiantes que llegan al tercer semestre de la carrera sólo cuentan con la experiencia de un laboratorio y no de dos, como antes de la modificación ocurría. Debido a esto, nos vemos obligados a dedicar tiempo a corregir la forma de escribir sus datos, cifras significativas, redondeo, incertidumbre asociada y propagación de la incertidumbre. Pero aún con este esfuerzo vemos que los estudiantes tienen preconceptos como el de que medir con un instrumento que tiene una gran cantidad de divisiones<sup>1</sup> es mejor, en cuanto que la medida es más

precisa, que cuando se mide con un instrumento con pocas divisiones<sup>2</sup>. Esta manera de pensar es correcta, cuando la dimensión del objeto a medir es grande comparada con la menor división del instrumento con que se mide.



**FIGURA 1.** Calibrador con vernier, en esta fotografía se indican los nombres de sus partes.

Además, el estudiante es muy exigente cuando de medir se trata, pues siempre busca lo que le haga fácil el trabajo de medir, sin reparar en lo que significaría económicamente equipar un laboratorio a su gusto.

Buscando cambiar estos dos preconceptos se diseñó esta actividad experimental que consta de dos etapas. En la primera, a los estudiantes se les restringe el uso de equipo,

<sup>1</sup> Alta resolución.

<sup>2</sup> Baja resolución.

para medir la densidad de un alambre. Esta situación los lleva a tener una incertidumbre asociada a la densidad muy grande. En la segunda etapa, después de analizar las incertidumbres asociadas a cada medida, se define un criterio y un método para disminuir la incertidumbre en la densidad. Esto conlleva, a hacer la elección de los instrumentos adecuados para la medida de la misma. Pero además, queremos que tengan en cuenta lo que económicamente representa para un laboratorio, tener el equipo necesario para trabajar en éste.

## II. OBJETIVOS

Como consecuencia de esta actividad, el estudiante:

- Aplicará los conocimientos adquiridos sobre el manejo de incertidumbres para tomar decisiones sobre qué instrumentos utilizar en una medida específica.
- Aprenderá que un instrumento con gran resolución no necesariamente conduce a una medida precisa.
- Identificará el material del que está hecho el alambre.

## III. DESARROLLO

### A. Primera etapa

Se plantea como actividad experimental a los estudiantes que determinen la densidad de un alambre. Se les permite que se organicen por equipos de dos o tres personas. A cada equipo se le proporciona un alambre, un calibrador con vernier, una regla de madera y una balanza de triple brazo (ver tabla I y fig. 2).

Como se desea romper con la actitud de que, el instrumento con el mayor número de divisiones es el ideal para medir, se les dan instrumentos que no cumplen a cabalidad con lo que ellos quieren. Con dichos instrumentos, la incertidumbre en la medida de la densidad será grande. Esto dará lugar a que se discuta que instrumentos contribuyeron de mayor manera en la incertidumbre de ésta.

**TABLA I.-** Equipo y material que se usan en la primera parte.

Cantidad	material y equipo	Resolución
1	Alambre	
1	Calibrador vernier	0,005 cm
1	Regla de madera	1 cm
1	Balanza	0,1 g

La longitud del alambre es deliberadamente más larga que la regla del calibrador con vernier; para evitar que con este mismo instrumento mida la longitud. Por lo que, estaremos forzando al estudiante a que la mida con una regla graduada en centímetros<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>De entrada, el estudiante piensa que este instrumento es el que mayor error introducirá en su resultado final; esto es, la determinación de la densidad del alambre.

El diámetro del alambre se mide con el calibrador con vernier, cuya resolución es de 0.05 mm (ver figura 1), que dentro de los esquemas del estudiante es considerado de buena resolución; y aquí su argumento es que “tiene muchas divisiones”. Pero, el diámetro del alambre es apenas 6 veces mayor que la mínima división del instrumento.



**FIGURA 2.** Aquí se muestra el equipo que se les proporciona a los estudiantes para que determinen la densidad del alambre.

La longitud del alambre es deliberadamente más larga que la regla del calibrador con vernier; para evitar que con este mismo instrumento mida la longitud. Por lo que, estaremos forzando al estudiante a que la mida con una regla graduada en centímetros.

El diámetro del alambre se mide con el calibrador con vernier, cuya resolución es de 0.05 mm (ver figura 1), que dentro de los esquemas del estudiante es considerado de buena resolución; y aquí su argumento es que “tiene muchas divisiones”. Pero, el diámetro del alambre es apenas 6 veces mayor que la mínima división del instrumento.

Para determinar la densidad  $\rho$  del alambre se les plantea que lo hagan haciendo uso de la definición operativa de densidad, esto es:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Donde  $m$  representa la masa y  $V$  el volumen del alambre. Suponiendo que éste es cilíndrico, el volumen se determina con el producto del área  $A$  de la sección transversal y la longitud  $l$  del mismo. Y para determinar el área de la sección transversal, se requiere medir el diámetro  $\phi$  del alambre. Se les pide que cada medida se repita 10 veces como mínimo. Esto último es con la idea de reducir la contribución de los diferentes factores involucrados a la hora de medir, como puede ser lo irregular del diámetro del alambre lo que podemos ver en la figura 3. Un ejemplo de los resultados de longitud, diámetro y masa típicos obtenidos se pueden apreciar en la tabla II. La tabla III sintetiza a la 2, al presentar sólo la incertidumbre asociada  $\Delta X$  y el promedio  $X$ , resulta más sencillo hacer una estimación de la incertidumbre porcentual  $\Delta X\%$ , según vemos en la ecuación A2 del apéndice, esta es

$$\Delta X\% = \frac{\Delta X}{X} \times 100. \quad (2)$$

**TABLA II.** Ejemplo de resultados típicos que obtienen los estudiantes. Los dígitos subrayados son estimados.

	<i>Longitud (cm)</i>	<i>Diámetro (cm)</i>	<i>Masa (g)</i>
Instrumento	Regla	Vernier	Balanza
<b>Resolución</b>	<b>1,0</b>	<b>0,005</b>	<b>0,1</b>
<b>Inc. asoc.</b>	<b>0,5</b>	<b>0,0025</b>	<b>0,05</b>
1	32, <u>3</u>	0,030	0,2 <u>5</u>
2	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>5</u>
3	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>4</u>
4	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>5</u>
5	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>5</u>
6	32, <u>3</u>	0,030	0,2 <u>3</u>
7	32, <u>3</u>	0,035	0,2 <u>6</u>
8	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>5</u>
9	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>6</u>
10	32, <u>4</u>	0,035	0,2 <u>5</u>
Promedio	$l = 32,4$ cm	$\phi = 0,034$ cm	$m = 0,25$ g

**TABLA III.** Síntesis de la tabla II en la que se incluyen la incertidumbre porcentual, que está redondeada. En el apéndice se explica el manejo de esta incertidumbre porcentual.

	<i>Longitud (cm)</i>	<i>Diámetro (cm)</i>	<i>Masa (g)</i>
Instrumento	Regla	Vernier	Balanza
<b><math>\Delta X</math></b>	<b>0,5</b>	<b>0,0025</b>	<b>0,05</b>
Promedio $X$	32,4	0,035	0,2 <u>5</u>

En esta tabla se presentan los resultados típicos de un equipo de estudiantes. Además observamos que los valores de las incertidumbres son particularmente grandes. También vemos que las mayores contribuciones al valor de la incertidumbre, vienen por el lado de la medida de la masa y el cálculo del volumen, en el que, el que más contribuye es la medida del diámetro; medidas que se hacen con la balanza y el calibrador con vernier, respectivamente.

**TABLA IV.** Resultados obtenido por un equipo de estudiantes.

Equipo de estudiantes	<i>Diámetro (cm)</i>	<i>Área (cm<sup>2</sup>)</i>	<i>Longitud (cm)</i>	<i>Volumen (cm<sup>3</sup>)</i>	<i>Masa (g)</i>	<i>Densidad (g/cm<sup>3</sup>)</i>
1	0,035	$9,62 \times 10^{-4}$	32, <u>4</u>	$3,1 \times 10^{-2}$	0,2 <u>5</u>	8
$\Delta X_{\%}$	$\pm 7\%$	$\pm 15\%$	$\pm 2\%$	$\pm 16\%$	$\pm 20\%$	$\pm 36\%$

**FIGURA 3.** La imagen muestra una sección de uno de los alambres que se les proporciona a los estudiantes, amplificado unas 40 veces.

Que la regla sea el instrumento que contribuye con la menor incertidumbre es algo que no esperaban los estudiantes, y es entonces cuando surgen las preguntas:

¿Cómo es posible que la regla de madera, con una resolución de 1 cm, sea la que introduce la menor incertidumbre en la medida? ¿A caso, no debiera ser el vernier, el que menor incertidumbre introdujera en la medida?

De la discusión que se propicia por estas preguntas, se concluye que, cuando lo que se mide tiene un orden de magnitud comparable con la resolución del instrumento siempre se tendrá una incertidumbre muy grande en la medida.

Finalmente, con la incertidumbre asociada a la densidad, no es posible determinar de qué material es el alambre, pues tenemos que el 36% determina un intervalo para la densidad que abarca muchos otros elementos, esto es  $8 \text{ g/cm}^3 \pm 36\%$ , lo que corresponde a un intervalo de  $5 \text{ g/cm}^3$  a  $11 \text{ g/cm}^3$ . Al buscar en la tabla periódica [1] de elementos vemos que hay

una gran variedad de éstos que abarca este intervalo, por lo que este valor obtenido para la densidad, no nos dice mucho sobre el material del alambre.

## B. Segunda etapa

En esta etapa se les plantea a los estudiantes, como problema, escoger los instrumentos adecuados para obtener una incertidumbre menor o igual al 5%.

Se inicia con una discusión sobre la manera de cumplir con este requisito. Todos coinciden en cambiar los instrumentos en particular la balanza y el calibrador con vernier. La pregunta es ¿qué resolución le pedimos al equipo para conseguir el objetivo de la incertidumbre por debajo del 5%?

Para este fin, se propone imponer a cada característica medida un valor de incertidumbre; por ejemplo el 1%. Ahora como sabemos que las incertidumbres se suman (ver apéndice), estaríamos esperando finalmente, un 4% de incertidumbre en la densidad del alambre. Esto es, de la definición de la incertidumbre porcentual (Ec. 2) tenemos para el caso de la masa

$$\Delta m_{\%} = \frac{\Delta m}{m} \times 100, \quad (3)$$

donde  $\Delta m$  es la incertidumbre asociada a la medida de la masa  $m$ . Al fijar el valor de 1% para la incertidumbre porcentual, esto es  $\Delta m_{\%} = 1$  y sustituirlo en la ecuación (3), tenemos

$$1 = \frac{\Delta m}{m} \times 100. \quad (4)$$

De esta condición, resulta que la incertidumbre en la masa es de:

$$\Delta m = \frac{1}{100} \times m. \quad (5)$$

Si tomamos como valor de masa  $m = 0.2\text{g}$ , tenemos que:

$$\Delta m = 0,002 \text{ g}. \quad (6)$$

Este resultado lo podemos tomar como el orden de magnitud de la resolución que le vamos a exigir a nuestro instrumento de medida, que en este caso, sería que la balanza tenga la capacidad de medir milésimas de gramo. Siguiendo el mismo procedimiento para la longitud y tomando el valor  $l = 32.4 \text{ cm}$ , se obtiene que:

$$\Delta l = 0,324 \text{ cm}. \quad (7)$$

Con esta información exigimos al instrumento para medir la longitud, una resolución del orden de milímetros.

Y finalmente, para la medida del diámetro se toma como valor  $\phi = 0.035 \text{ cm}$ , obteniendo:

$$\Delta \phi = 0,0035 \text{ cm}, \quad (8)$$

con lo que estaríamos exigiendo que el instrumento para medir el diámetro tuviera una resolución de milésimas de centímetro.

Con este procedimiento, el estudiante tiene una herramienta que le permite elegir los instrumentos más adecuados para hacer la medida de la densidad del alambre, con la incertidumbre que él mismo imponga.

Teniendo esta información se plantea a los estudiantes que:

1. investiguen los costos de estos instrumentos en la red.
2. lean los manuales de los equipos que se tienen en el laboratorio para medir longitud y masa.

Con la información del costo de los instrumentos, se espera que los estudiantes adquieran conciencia del capital necesario para realizar un experimento a la manera que ellos quieren, esto es con “gran precisión”.

Y con la lectura de los manuales podrán decidir si pueden reducir el error tanto como quieran.

Los instrumentos con los que contamos y los que terminan ilustrando, se ilustran en las figuras 4 y 5.

Estos y su resolución se muestran en la tabla V. Un ejemplo de los datos que pueden obtener con estos instrumentos se muestra en la tabla 6. Como se puede observar en ésta, al aumentar la resolución del instrumento se incrementa el número de cifras significativas.

En la tabla VII, se presenta los datos comparativos realizados con los dos conjuntos de equipos usados, en la primera y segunda etapas respectivamente. En dicha tabla podemos apreciar como la elección de la resolución de los instrumentos nos ayuda a reducir la incertidumbre en la medida. Por otro lado, se discute con los estudiantes, que

otra alternativa para no exigir tanta resolución a los instrumentos (cuando el experimento lo permite), es la de cambiar el tamaño de la muestra.



FIGURA 4.- La Electrobalanza analítica indica en su manual que tiene una resolución de hasta 0.1 mg. Sin embargo, el mismo manual, indica que el error asociado a la medida de masa es de 0.2 mg.



FIGURA 5.- El tornillo micrométrico indica en su manual que tiene una resolución de  $1\mu\text{m}$ , y también indica que el error asociado a la medida es de  $0.5\mu\text{m}$ .

TABLA V. Equipo preferentemente elegido por los estudiantes.

Cantidad	material y equipo	resolución
1	Tornillo micrométrico	0,0005 mm
1	Regla de aluminio	1 mm
1	Electrobalanza analítica	0,0001 g

En la tabla VIII se representan los valores de volumen, masa y densidad que resultan del ejemplo de la tabla VI, determinados en la segunda etapa.



**TABLA VI.** Nuevos datos obtenidos con los instrumentos en la etapa 2.

	Longitud (cm)	Diámetro(mm)	Masa (g)
Instrumentos	Regla	Tornillo	electrobalanza
<b>Resolución</b>	<b>0,1</b>	<b>0,001</b>	<b>0,0001</b>
<b>Error asoc.</b>	<b>0,05</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0002</b>
1	32,3	0,329	0,2379
2	32,4	0,326	0,2379
3	32,3	0,325	0,2378
4	32,3	0,322	0,2379
5	32,35	0,327	0,2379
6	32,4	0,321	0,2379
7	32,35	0,322	0,2379
8	32,4	0,32	0,2379
9	32,35	0,32	0,2379
10	32,35	0,321	0,2379
Promedio	$l = 32,35$ cm	$\varnothing = 0,323$ mm	$m = 0,2379$ g

**TABLA VII.** Aquí se comparan los datos obtenidos midiendo con los distintos equipos, en la etapa 1 y 2. La resolución de los instrumentos nos permite asociar incertidumbres distintas en la medida,

	Longitud (cm)	Diámetro (mm)	Masa (g)
Instrumentos etapa 1			
Instrumento	Regla	Vernier	Balanza
$\Delta X$	<b>0,5</b>	<b>0,025</b>	<b>0,05</b>
Promedio	32,4	0,35	0,25
$\Delta X_{\%}$	<b>2 %</b>	<b>7 %</b>	<b>20 %</b>
Instrumentos etapa 2			
Instrumento	Regla	Tornillo	Electrobalanza
$\Delta X$	<b>0,05</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0002</b>
Promedio	32,35	0,323	0,2379
$\Delta X_{\%}$	<b>0,2 %</b>	<b>0,2 %</b>	<b>0,1 %</b>

En la tabla VIII se representan los valores de volumen, masa y densidad que resultan del ejemplo de la tabla VI, determinados en la segunda etapa.

**TABLA VIII.** En esta se muestra el valor determinado de la densidad del alambre con una incertidumbre del 1%. La incertidumbre se redondea a un dígito.

Equipo de estudiantes	Volumen (cm <sup>3</sup> )	Masa (g)	Densidad (g/cm <sup>3</sup> )
1	$2,66 \times 10^{-2}$	0,2379	8,96
$\Delta X_{\%}$	<b>0,5%</b>	<b>0,1%</b>	<b>1%</b>

En esta tenemos un valor de densidad de 8.96 g/cm<sup>3</sup> y una incertidumbre de 1%. El intervalo definido de esta manera es  $(8,96 \pm 0,09)$  g/cm<sup>3</sup>.

Esto nos dice, que el valor de la densidad está entre 8,87 g/cm<sup>3</sup> y 9,05 g/cm<sup>3</sup>. Observando la tabla periódica de elementos, vemos que el holmio Ho (8,795 g/cm<sup>3</sup>) [2], cobalto Co (8,900 g/cm<sup>3</sup>) [3], níquel Ni (8,908 g/cm<sup>3</sup>) [4] y cobre Cu (8,920 g/cm<sup>3</sup>) [5], tienen densidades que entran en

este intervalo. Por lo que se sugiere investiguen sobre las propiedades de estos elementos para determinar de qué material es el alambre.

## IV. CONCLUSIONES

El introducir a los estudiantes a una actividad experimental induciéndolos a que se encuentren con problemas, permite que se apropien del problema y que comprendan porqué se opta por determinados procesos. Los estudiantes deben entender que medir es una cuestión de actitud. Con esta actividad los estudiantes pueden contestar preguntas tales como: ¿Para qué mido? ¿Qué mido? ¿Con qué mido?, de manera justificada.

## REFERENCIAS

- [1] <http://www.webelements.com>; 18 de noviembre de 2009.
- [2] <http://www.webelements.com/holmium/physics.html>; 19 de noviembre de 2009.
- [3] <http://www.webelements.com/cobalt/physics.html>; 19 de noviembre de 2009.
- [4] <http://www.webelements.com/nickel/physics.html>, 19 de noviembre de 2009.
- [5] <http://www.webelements.com/copper/physics.html>; 18 de noviembre de 2009.
- [6] Baird D. C., *Experimentation an introduction to measurement theory and experiment design*, (Prentice Hall, Inc., USA, 1990).
- [7] The open University, *The handling of experimental data unite*, (McGraw Hill Book Co., USA, 1970).

## APÉNDICE

El valor reportado de una medida X, es un intervalo y como tal se usan la expresión (A1) [6, 7] para indicarlo

$$X \pm \Delta X. \quad (A1)$$

Una manera de valorar la incertidumbre de una medida es por medio de la incertidumbre porcentual  $\Delta X_{\%}$ , expresión que es adimensional:

$$\Delta X_{\%} = \frac{\Delta X}{X} \times 100. \quad (A2)$$

Si se tiene una función como

$$Y = X^n, \quad (A3)$$

la incertidumbre porcentual se multiplica por la potencia:

$$\Delta Y_{\%} = n (\Delta X_{\%}). \quad (A4)$$

Para el producto de funciones

$$Z = XY, \quad (A5)$$

las incertidumbre se suman:

$$\Delta Z_{\%} = \Delta X_{\%} + \Delta Y_{\%} . \quad (A6)$$

De igual modo se expresa la incertidumbre para un cociente, esto es

$$W = \frac{X}{Y}, \quad (A7)$$

la incertidumbre es:

$$\Delta Z_{\%} = \Delta X_{\%} + \Delta Y_{\%} . \quad (A8)$$

La ventaja que queremos destacar con el manejo de la incertidumbre porcentual, es la de que, el estudiante tiene en este procedimiento, una manera rápida de estimar la incertidumbre en la medida. Por supuesto que también se les enseña otros métodos de evaluación de las incertidumbres.