

Aplicación del principio de Arquímedes



J. M. Vera López, A. Cabrera Manuel, J. Pérez López, A. Salazar Sánchez
Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, C.U., México, D. F.

E-mail: jmv1@ciencias.unam.mx

(Recibido el 16 de Enero de 2010; aceptado el 10 de Octubre de 2010)

Resumen

Se presenta un experimento de conservación de masa, que originalmente presentaban profesores de primaria a sus alumnos, y cuyo resultado aparentemente era fallido. Después de reproducirlo, analizarlo y reinterpretarlo encontramos que el experimento es útil para ilustrar el principio de conservación de la misma, y excelente para mostrar cómo el principio de Arquímedes influye en la lectura de la masa. Dicho experimento se ha trabajado con estudiantes del tercer semestre de la carrera de Física, en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México, y con profesores de primaria secundaria y bachillerato.

Palabras clave: Arquímedes en aire, práctica de laboratorio, estudiantes de física.

Abstract

A mass conservation experiment is described which was originally displayed by primary teachers to his pupils, and its result appeared to be unsuccessful. After performance, analysis and reinterpretation, it was found out that the experiment is useful to illustrate the mass conservation principle and excellent to show how the Archimedes principles influences mass reading. This experiment has been performed for third semester students of the physics B.A. at the Facultad de Ciencias of the Universidad Nacional Autónoma de México as well as for primary and high-school teachers.

Keywords: Archimedes' principle in the air, laboratory practice, physics students.

PACS: 01.50.Pa, 06.20.Dk, 07.05.Fb

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Trabajando con estudiantes de la carrera de física, con profesores de primaria, secundaria y bachillerato, hemos observado que cuando se habla del principio de Arquímedes, hay una asociación inmediata de un cuerpo sumergido en un líquido (y muy particularmente en agua). Quizá esta asociación venga de la anécdota que se cuenta de Arquímedes, en la que se le representa dentro de una bañera llena, de la que se derrama agua. O de que, el agua sea un líquido muy a la mano para este experimento. De cualquier modo, aunque en el enunciado de Arquímedes¹ se habla en forma general de un fluido, nos llama la atención, la asociación que se hace con cuerpos sumergidos en líquidos; ignorando que tanto líquidos como gases son considerados fluidos.

Lo anterior viene al caso, por un experimento que nos comentaron profesores de primaria, el cual realizan con sus alumnos, y que invariablemente dicen “no sale”. Se trata de un experimento con el que los profesores querían mostrar que el principio de conservación de masa en una reacción

química se cumple. Al analizar el problema se ve que, no se estaba violando el principio de conservación de la masa en una reacción química, tan poco era que el experimento fallara o que los instrumentos usados no fueran los adecuados para hacer la medida. El problema radica, en que en el experimento propuesto por los profesores se cambia la condición inicial de volumen del sistema (ver fig. 1). Por lo que el principio de Arquímedes cobra relevancia, pues tenemos el caso de un cuerpo inmerso en aire y que modifica su volumen.

Es así como vimos en este planteamiento de los profesores de primaria, un experimento desafiante para los estudiantes de tercer semestre de la carrera de Física, que cursan la materia de laboratorio de Fenómenos Colectivos. Al plantearlos en clase, encontramos los mismo problemas de concepto que los profesores de primaria, secundaria y bachillerato; con los que también hemos trabajado este experimento.

II. OBEJTIVOS

Que el estudiante desarrolle sus capacidades de: observación, discusión, la elaboración de hipótesis y la de someterlas a comprobación experimental.

¹ “Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido sufre un empuje de abajo arriba por una fuerza de magnitud igual al del peso del fluido que desaloja” [4].

III. DESARROLLO

A. Planteamiento del problema

Comenzamos proponiéndoles a los estudiantes, que verifiquen la conservación de la masa en una reacción química, en las mismas condiciones como lo plantean los profesores de primaria a sus alumnos. Al comprobar que esto no ocurre, entonces se les pide que expliquen lo que sucede. En esta parte el papel del profesor es importante, pues debe moderar las explicaciones sin inhibirlas, ayudando a formular hipótesis.

El problema que se plantea es:

B. Mostrar que en una reacción química la masa se conserva

Para tal fin, se propone la reacción química de una tableta efervescente de Alka Seltzer con el agua. La reacción química se realiza en un matraz Erlenmeyer de 25 ml de capacidad, al cual se le agregan 25 ml de agua y, como en esta reacción química se produce gas, recurren a cubrir la boca del matraz con un globo; para no dejar escapar a este gas, como se puede apreciar en la figura 1.

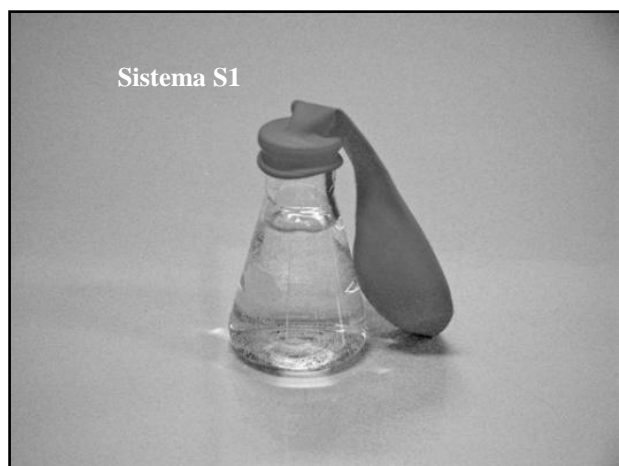


FIGURA 1. Fotografía del sistema 1 (S1), antes de la reacción química.

La actividad experimental consiste de dos etapas a las que nos referiremos como *antes de la reacción* y *después de la reacción*, como se ilustra en la figura 2.

Antes de la reacción.

Con la tableta de Alka Seltzer desmenuzada dentro del globo y, puesto éste en la boca del matraz, se midió la masa de todo el sistema en una balanza de triple brazo (ver fig. 3a), obteniéndose el siguiente valor para la masa:

$$m_a = (53,6 \pm 0,05) \text{ g.} \quad (1)$$

Después de la reacción.

Se hace que el Alka Seltzer entre en contacto con el agua, comienza la reacción y se libera gas que infla al globo (ver

fig. 3b). Después de 5 minutos se vuelve a medir la masa y observamos que la masa resulta ser

$$m_d = (53,3 \pm 0,05) \text{ g.} \quad (2)$$

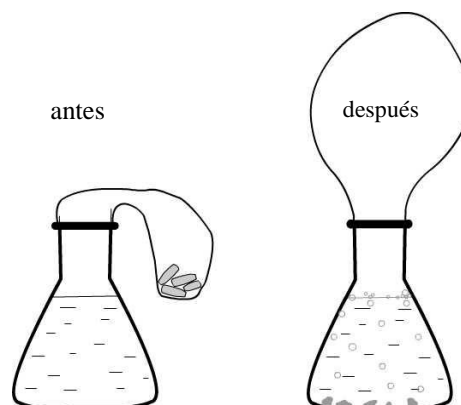


FIGURA 2. Representación gráfica del Sistema 1 antes y después de la reacción química.

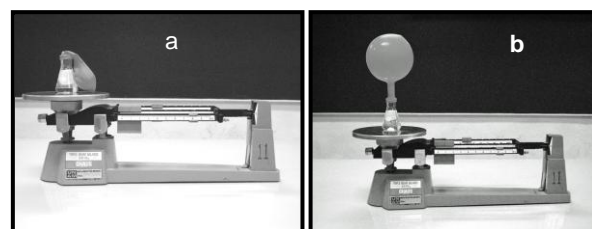


FIGURA 3. Medida de la masa: (a) antes de la reacción, masa m_a , y (b) después de la reacción, masa m_d .

Comparando las masas de este sistema S1 antes m_a y después m_d de la reacción, vemos que la diferencia entre ambas es:

$$\Delta m = m_a - m_d = (0,3 \pm 0,1) \text{ g.} \quad (3)$$

Si bien es cierto que la incertidumbre que reportamos es del orden de 33% de la media. Se puede mostrar que esta diferencia de masa se mantiene independientemente del número de veces que se repita el experimento. Y más aún, si se duplica la cantidad de tabletas la diferencia de masas se duplica. Esto es, que el resultado es repetible y reproducible, por lo que no podemos ignorar que algo pasa, no obstante la incertidumbre tan grande.

Aquí es donde viene la pregunta ¿Qué es lo que pasó? iniciándose así la discusión que debemos conducir.

Empezamos por reconocer que el principio de conservación de la masa se cumple, entonces debemos buscar una explicación a esta aparente pérdida de masa.

De las varias respuestas que dan los estudiantes, en este trabajo sólo nos ocuparemos de las dos a las que sistemáticamente recurren, estas son:

“Se escapó el gas” y

“El gas que infla al globo lo empuja hacia arriba”.

De estas ideas se formulan las siguientes hipótesis con el objeto de no dispersarnos en el trabajo.

Hipótesis A.- La diferencia de masa observada es una consecuencia de que se escapa el gas producido en la reacción.

Hipótesis B.- La diferencia de masa observada, es originada por una fuerza interna vertical y ascendente, que aparece al inflarse el globo.

Discusión

Hipótesis A.- Al realizar el experimento observamos que cinco minutos después de la reacción, la masa del sistema S1 disminuyó en tres décimas de gramo. Después de este tiempo todo se detiene y no se observa cambio significativo, ni en la masa, ni en el tamaño del globo, al menos en las tres horas que dura la clase de laboratorio. Por otro lado, una manera tangible para detectar la posible fuga del gas, es sumergir el sistema S1, en un recipiente con agua. Dentro del agua, el gas debe generar burbujas perceptibles a simple vista, manifestándose la posible fuga. Al realizar el experimento no se observaron burbujas, lo cual nos muestra que la hipótesis A de la fuga de gas, no justifica el cambio de masa que observamos en el experimento.

Hipótesis B.- Por supuesto que una fuerza de estas características puede explicar la diferencia en la masa. Pero, ¿De dónde surge esta fuerza?

En las discusiones que se hacen con los estudiantes vemos que la explicación que dan a la pregunta tiene dos vertientes:

B1.- En la primera manejan la idea de que:

El gas liberado en la reacción es ligero y ayuda a flotar al sistema.

Hemos observado que los estudiantes tienen muy arraigada la idea de que un gas es ligero con respecto del aire, y asumen que un gas dentro de un globo debe flotar. Olvidan que el aire también es un gas y que la gran variedad de estos pueden ser menos o más densos que el aire. Como podemos observar en la tabla 1 [1], se muestra la densidad de 5 gases, de los cuales se cuenta con 4 en el laboratorio. Con el objeto de mostrar que no todos los gases flotan en el aire, empujando al globo hacia arriba, se plantea el siguiente experimento.

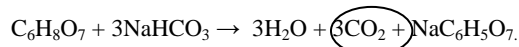
TABLA I. Densidades de hidrógeno, helio, aire y dióxido de carbono.

0,0899 kg/m ³	H
0,1785 kg/m ³	He
1,293 kg/m ³	Aire
1,429 kg/m ³	O
1,977 kg/m ³	CO₂
0° C y 760 mmHg	

Se inflan y se colocan en la superficie de una mesa, cuatro globos cada uno con 1.200 mL de un gas diferente, los gases empleados son: aire, oxígeno, dióxido de carbono y helio; observando que solo el globo inflado con helio flota. Con esto se muestra que no todos los gases flotan en el aire. Pero ahora, la pregunta obligada, es ¿qué tipo de gas se produce durante la reacción?

Para dar respuesta a esta pregunta se pide a los estudiantes que investiguen la composición química de una tableta de Alka Seltzer y la reacción que se suscita con el agua. Lo que se encuentra es lo siguiente. Una tableta de

Alka Seltzer [2, 3], contiene ácido acetilsalicílico C₉H₈O₄, bicarbonato de sodio NaHCO₃ y ácido cítrico C₆H₈O₇. El ácido acetilsalicílico es un componente no activo, por lo que no reacciona con el agua y por lo tanto la reacción se reduce a



Es así como vemos que el gas producido durante la reacción es dióxido de carbono CO₂. Y como podemos observar en la tabla II este gas no es más ligero que el aire y por tanto, no ayudaría a que el sistema S1 flote. Esto es, que no puede ser el causante de la variación de la masa observada en el experimento.

B2.- La segunda idea que manejan puede enunciarse como:

El gas presiona más en la parte superior del recipiente, razón por la cual se hincha el globo, por lo que debe haber una fuerza neta hacia arriba. Esta idea resulta ser interesante, pues lleva al establecimiento de dos nuevas hipótesis; cabe decir, que establecen dos vínculos; una suponen que el globo se hincha (crece su volumen V_g) porque la presión interna P_g dentro del sistema S1, también crece, esto es:

$$V_g \propto P_g. \tag{4}$$

En la otra consideran que el incremento en la presión interna P_g del sistema incrementa la fuerza hacia arriba F_B (a la que llamaremos fuerza de empuje), esto es que son directamente proporcionales:

$$F_B \propto P_g. \tag{5}$$

De estas dos relaciones se puede concluir que:

$$F_B \propto V_g. \tag{6}$$

Proporcionalidad que sabemos es correcta, pero a la cual se ha llagado con planteamientos que no son correctos.

Las siguientes actividades experimentales nos darán elementos para discutir las hipótesis.

Se diseñó y construyó un nuevo dispositivo el cual se muestra en la figura 4, al que llamaremos Sistema S2. Con este dispositivo podemos contener aire a una presión aproximadamente de 160 kPa (en la reacción química del Alka Seltzer, el dióxido de carbón producido alcanza una presión del orden de 83 kPa).

La idea con este dispositivo, es controlar el paso del aire o gas del recipiente al globo, permitiendo que el globo se hinche a diferentes tamaños, pudiendo medirse la presión interna y el volumen de éste. Es así, como se introdujo aire en el dispositivo a 100 kPa, inflándose el globo a tres tamaños distintos y midiéndose volumen y presión interna del globo, así como su masa. Los resultados se muestran en la tabla II.

En esta tabla podemos observar que mientras el tamaño (volumen V_g) del globo se incrementa, la presión interna P_g disminuye, lo que deja sin sustento la relación (4). Esto es, la idea de que “entre más grande es el globo mayor es la

J. M. Vera López, A. Cabrera Manuel, J. Pérez López, A. Salazar Sanchez
 presión interna”, no explica el incremento de F_B y por tanto tampoco explica la variación de masa del sistema S1.

TABLA II. Datos del experimento 2. El primer dato corresponde al momento en que no hay aire en el globo, por lo que la masa es la inicial del sistema S2.

	Volumen del globo (mL)	Presión interna del globo (kPa)	Masa del sistema 2 (g)	Pérdida de masa Δm (g)
1	0	0,0	96,02(3)	
2	255(5)	4,2(4)	95,82(3)	0,20(6)
3	410(5)	3,8(4)	95,67(3)	0,35(6)
4	690(5)	3,4(4)	95,41(3)	0,61(6)

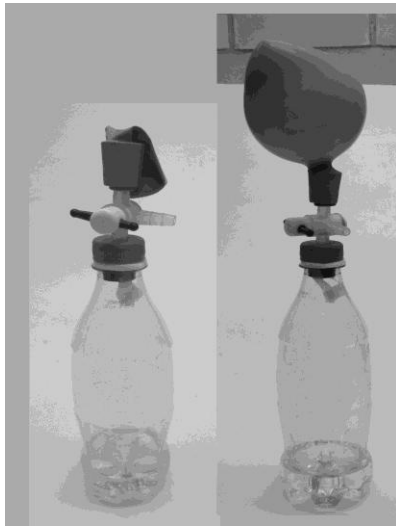


FIGURA 4. Sistema S2 antes y después de la reacción. Este consta de una botella de Polietilentereftalato (PET) [5], con una llave de paso de tres vías, taponer, globo, agua y tableta de Alka Seltzer.

Algo que también podemos observar en esta tabla II, es la tendencia creciente que tiene el volumen V_g y la diferencia de masa Δm , esto es:

$$V_g \propto \Delta m. \quad (7)$$

Como sabemos que la relación (6) deducida en la hipótesis B2, en la práctica se confirma, podemos vincular a Δm con la fuerza F_B de la siguiente manera, de (6) y (7)

$$F_B \propto \Delta m. \quad (8)$$

Por lo que una manera indirecta de conocer la variación de la fuerza de empuje F_B es midiendo la variación de masa Δm del sistema S2.

De estos resultados vemos que mientras la presión interna P_g del globo disminuye, la Δm aumenta, por lo que la fuerza de empuje F_B está creciendo, de acuerdo a la relación (8). Este hecho contradice la idea que tienen, de que la presión interna es proporcional a la fuerza de empuje,

relación (5). Con esto se demuestra que la hipótesis B2 tampoco se puede sustentar.

Hasta aquí, las hipótesis A y B no dan explicación a la variación de la masa que observamos en el experimento, lo que nos lleva a seguir buscando una posible explicación.

Hipótesis C

La fuerza de empuje debida al principio de Arquímedes es la responsable de la variación de masa en nuestro experimento.

La tabla 2 muestra que el aumento del volumen del globo implica un incremento Δm del sistema S2. Esto nos indica que la fuerza de empuje F_B crece con el volumen del globo V_g y lo hace de manera proporcional, según se estableció en la relación (6).

Esto sugiere que una posible explicación proviene del principio de Arquímedes, en el que la fuerza de empuje es proporcional al peso del fluido desalojado, la cual expresamos de la siguiente manera:

$$F_B = \rho g V, \quad (9)$$

donde ρ es la densidad del aire, g la aceleración de la gravedad y V el volumen de aire desalojado por el globo.

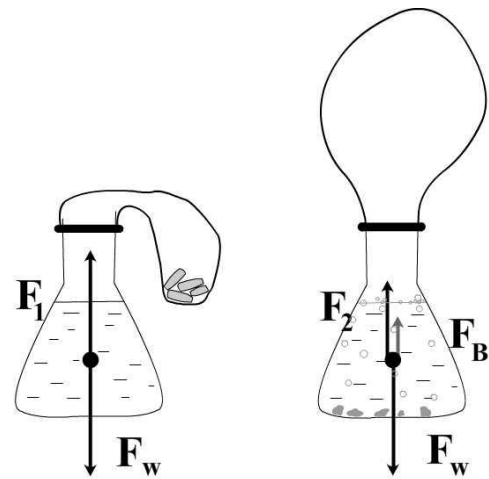


FIGURA 5. Análisis de fuerzas en el sistema S1 antes y después de la reacción.

Discusión de la hipótesis C

Aquí manejaremos la idea de que una fuerza externa es responsable de la variación de la masa y que esta se manifiesta en el momento en que se infla el globo. Esto nos lleva a reflexionar un poco más sobre el hecho de que al hincharse el globo ocupa el espacio del aire, desplazando un volumen de aire igual al del globo hinchado (cuerpo sumergido o inmerso en el aire).

Enfocándonos ya en el principio de Arquímedes, hacemos un análisis de las fuerzas involucradas en el sistema S1, antes y después de la reacción; lo que nos dará una mejor idea de lo que tendremos que buscar.

En este análisis vemos que antes de la reacción, F_1 es la fuerza que contrarresta al peso F_w del sistema. Después de la

reacción F_2 es la nueva fuerza que junto con F_B contrarrestan ahora la fuerza F_w . Esto es, antes de la reacción tenemos que:

$$F_1 = F_w . \quad (10)$$

Y después de la reacción:

$$F_B + F_2 = F_w . \quad (11)$$

Sustituyendo (10) en (11):

$$F_B + F_2 = F_1 \quad (12)$$

$$F_B = F_1 - F_2 \quad (13)$$

Las fuerzas F_1 y F_2 representan el efecto de la gravedad antes y después de la reacción respectivamente. Es preciso señalar que m_d es la masa aparente determinada por la aparición de la fuerza de flotación después de la reacción. De la segunda ley de Newton y sustituyendo en la ecuación (13), tenemos:

$$F_B = m_a g - m_d g = (m_a - m_d) g. \quad (14)$$

Esto es:

$$F_B = \Delta m g. \quad (15)$$

La diferencia de masas Δm es la que se registra en la balanza. Por otro lado, del principio de Arquímedes tenemos que:

$$F_B = \rho g V. \quad (16)$$

Por lo que al sustituir (15) en (16) tenemos que:

$$\rho g V = \Delta m g. \quad (17)$$

Esto es, que la diferencia de masa Δm observada en el experimento, tiene que ver con el producto de la densidad y el volumen del aire desalojado, cuando el globo se hincha.

$$\rho V = \Delta m. \quad (18)$$

Para conocer la densidad del aire, diseñamos un experimento con el que podemos medir la masa m y el volumen V del aire, lo cual nos permitirá conocer la densidad de éste, ya que $\rho = m/V$.

El experimento es el siguiente: Se coloca en uno de los platos -de una balanza de doble plato-, un matraz Kitazato con tapón y llave, para equilibrarlo se usan pesas quintadas, con las que sólo podemos aproximarnos al equilibrio, finalmente éste se consigue con el vernier de la balanza. Le extraemos el aire al matraz y medimos su masa

$$M_{\text{vacío}} = (41,6 \pm 0,05) \text{ g}. \quad (19)$$

Después dejamos entrar el aire al matraz y volvemos a medir la masa

$$M_{\text{con aire}} = 42,7 \pm 5 \text{ g}. \quad (20)$$

La diferencia resulta ser:

$$m = M_{\text{con aire}} - M_{\text{vacío}} = 42,70 \text{ g} - 41,60 \text{ g} = (1,1 \pm 1) \text{ g}$$

Esto es, en estas condiciones la masa del aire medida es:

$$m = (1,1 \pm 1) \text{ g}. \quad (21)$$

La diferencia de lecturas, nos indica cual es la masa m del aire dentro del matraz. El volumen V del aire se determinó metiendo agua dentro del matraz, y midiendo con la ayuda de una probeta, dándonos como resultado

$$V = (1,195 \pm 0,015) \text{ L} = (1,195 \pm 0,015) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad (22)$$

De esta manera, el valor de la densidad del aire en el laboratorio a 20° C y 587 mmHg fue de:

$$\rho = 0,92 \pm 0,1 \text{ kg/m}^3 . \quad (23)$$

Este valor es similar al obtenido por medio de la expresión de Leduc y Rayleigh [6] dada por

$$\rho = \frac{1,293}{1+(0.00367)T} \times \frac{P}{760} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \quad (24)$$

Donde P es la presión del lugar en milímetros de mercurio y T es la temperatura en grados Celsius. Sustituyendo los valores de P y T en la ecuación (24) resulta que:

$$\rho = \frac{1,293}{1+(0.00367)20} \times \frac{587}{760} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \quad (25)$$

El valor obtenido es:

$$\rho = 0,93 \pm 0,002 \text{ kg/m}^3 . \quad (26)$$

Que como podemos ver son dos resultados muy parecidos obtenidos por dos métodos distintos.

Ahora nos falta conocer el volumen desalojado por el globo en nuestro experimento. El volumen lo medimos mediante el siguiente procedimiento.

Paso 1

Con la ayuda de una electrobalanza cuya resolución es de 0.01 g y una incertidumbre asociada de 0.03 g procedimos a medir masa.

La idea de usar este sistema S2, es la de producir la reacción sin permitir que se infle el globo, lo que nos daría la oportunidad de verificar que el cambio en la masa es debido al cambio de volumen del sistema (o a que se infla el globo). Los resultados obtenidos son:

Masa antes de la reacción

$$m_a = (167,0 \pm 0,03) \text{ g}. \quad (27)$$

Masa después de la reacción, sin abrir la llave

$$m_d = (167,0 \pm 0,03) \text{ g}. \quad (28)$$

Resultado que muestra que no hay variación de la masa.

Paso 2

Al dejar inflar el globo observamos que la masa es de

Masa después de la reacción con globo inflado

$$m_d = (166,73 \pm 0,03) \text{ g.} \quad (29)$$

La diferencia de masa resulta ser de

$$m_a - m_d = \Delta m = (0,27 \pm 0,06) \text{ g.} \quad (30)$$

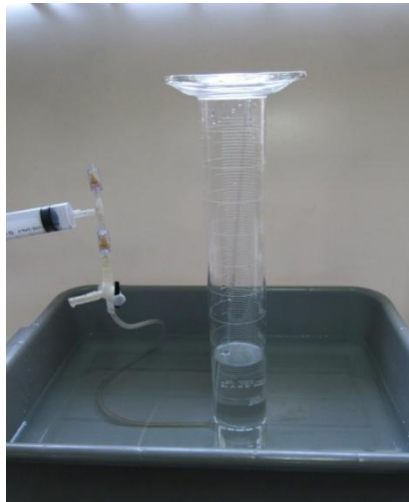


FIGURA 6. Cuba hidroneumática.

Paso 3

Se conecta el dispositivo a la cuba hidroneumática y se transfiere el gas a la probeta, indicándonos el nivel del agua, el volumen del gas contenido en el globo. El resultado es

$$V = (290 \pm 10) \text{ mL} = (290 \pm 10) \times 10^{-6} \text{ m}^3. \quad (31)$$

De esta manera el producto del volumen V con la densidad ρ del aire, determinada en laboratorio resulta ser de

$$\rho V = (0,27 \pm 0,04) \text{ g.} \quad (32)$$

Como podemos ver, la diferencia de masa medida directamente expresión (30) es igual al obtenido por el planteamiento del principio de Arquímedes expresión (32). Por lo tanto, concluimos que el Principio de Arquímedes explica la variación de la masa en el experimento.

IV. CONCLUSIONES

Como se puede apreciar la falla en el experimento planteado por los profesores de primaria, se puede explicar aceptando que el principio de Arquímedes está involucrado.

El planteamiento que hacemos de este experimento permite involucrar a los estudiantes en el trabajo de observación, análisis, propuesta de hipótesis y confirmación experimental de estas. Por lo cual consideramos la actividad como una excelente propuesta para entrenar a los estudiantes en su formación experimental.

REFERENCIAS

- [1] http://www.bayerandina.com/negocios/consumer_alka_di_gest.htm; Consultado el 10 de Noviembre de 2009.
- [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Alka-Seltzer>; Consultado el 2 de Diciembre 2009.
- [3] Halliday, Resnick y Kramer, *Física, para ciencias e ingeniería*, (CECSA, México, 1996).
- [4] Whitten, K. W., Gailey K. D., *Química General*, (Ed Interamericana, México, 1985).
- [5] <http://www.anig.org.mx/CIPRES/CLASIFICACION.ASP>; Consultado el 10 de Noviembre de 2009.
- [6] Yarwood, T. M., Castle F., *Physical and Mathematical tables*, (MacMillan Education Ltd., USA, 1974).