

Análisis físico del minuto 120 del partido Chile-Brasil en el Mundial de Fútbol 2014



Mauricio Echiburu

Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Viña del Mar,
Agua Santa 7055, sector Rodelillo, Viña del Mar, Chile.

E-mail: mechiburu@uvm.cl

(Recibido el 26 de agosto de 2015, aceptado el 3 de octubre de 2015)

Resumen

Este trabajo presenta el análisis, desde un punto de vista físico, de la última jugada del alargue del encuentro entre Chile y Brasil, en el Mundial de Fútbol 2014. En dicho partido, el jugador chileno Mauricio Pinilla estrelló el balón en el larguero del arco de Brasil obligando a un alargue a penales. El análisis de la jugada comprende un estudio sobre el movimiento del balón y su posterior rebote en el arco, determinando las velocidades a través de la observación de videos de la jugada, y de estimaciones razonables para la situación. Además, se realiza un análisis de la fuerza de arrastre del aire sobre el balón para la jugada, obteniendo de ello cálculos de la energía cinética del balón antes y después del rebote, para luego estimar la fuerza y deformación que actúa sobre el balón. Todo este análisis se desarrolló con información y tecnología disponible para cualquier persona, de forma que los resultados sean replicables en el aula de clases. Por esto último se sugieren actividades docentes a desarrollar utilizando este análisis como base, para trabajar diferentes fenómenos de la Física, desde una mirada más cercana para los estudiantes.

Palabras clave: Movimiento parabólico, Estrategias activas de Enseñanza en Física.

Abstract

This paper presents the analysis, from a Physics point of view, of the last play of overtime in the match between Chile and Brazil, in the World Cup 2014. In this match, the Chilean player Mauricio Pinilla threw the ball into the Brazilian crossbar forcing extra time with penalties. The analysis includes a close study of the movement of the ball and its rebound, determining speeds through the observation of video recordings of the play, and reasonable estimates for the situation. Besides an analysis of the drag force of the air on the ball in the play, getting the estimates of the kinetic energy of the ball before and after the rebound, and then estimating the strength and deformation on the ball. All this analysis was developed with the information and technology available to anyone, so that the results can be replicated in the classroom. For educational activities, it is suggested to use this analysis as a base to work different physics phenomena to make them more significant for the students.

Keywords: Parabolic movement, Active teaching strategies in Physics.

PACS: 01.40.-d, 01.40.gb, 45.20.dg

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de la Física, en todos los niveles educativos es un constante desafío para docentes y estudiantes. Mayoritariamente, los alumnos y alumnas inician los cursos de Física con preconceptos errados, con niveles de pensamiento más cercanos a lo concreto que a lo abstracto, y con deficiencias en el uso de herramientas matemáticas. Además, en la sociedad actual, nos encontramos habitualmente con problemas como falta de hábitos de estudio o una búsqueda constante por soluciones rápidas, que requieran un mínimo esfuerzo por parte del estudiante. Por estos motivos, enseñar cuestiones como captura y manejo de datos, cinemática en una y dos dimensiones, análisis de gráficos, conservación de momentum lineal o energía mecánica, resultan extremadamente complejos.

Frente a estos inconvenientes se han diseñado e implementado múltiples estrategias y metodologías pedagógicas en un intento por “encantar” a los alumnos y alumnas en el estudio de las Ciencias. Algunas de estas estrategias y metodologías están basadas en aprendizaje activo [3], donde los estudiantes pasan a tener un rol fundamental en formar su conocimiento y en aprender [7], siendo una estrategia recurrente de estas metodologías buscar fenómenos que sean cercanos y cotidianos a la realidad del estudiante.

Bajo esta mirada, los deportes –y en específico el fútbol– nos proporcionan una gran cantidad de situaciones en las que los estudiantes pueden desarrollar ideas y conceptos en Física [9]. Cabe destacar que no por el hecho de utilizar recursos de este tipo, los temas a tratar en Física se tornan triviales o frívolos. Existen múltiples ejemplos de científicos notables que estudiaron fenómenos asociados a

Mauricio Echiburu

los deportes, por citar sólo a algunos de ellos, nos encontramos con el trabajo de Marquéz G. G. de Coriolis: "Théorie Mathématique des effets du jeu de billard" (1835), a Lord Rayleigh con su artículo "The irregular flight of a tennis ball" (1870), y a J. J. Thomson, autor de "Dynamics of a golf ball" (1910) [6].

Este trabajo realiza un análisis de una jugada, en el partido Chile- Brasil del Mundial de Fútbol 2014. Primero, se analizó la jugada observando videos del partido, luego se buscó información sobre las dimensiones y características de la cancha. Más tarde, se determinó el tiempo que tardó el balón en viajar por la trayectoria que estudiaremos, y con esta información se calculó la velocidad inicial del balón.

Finalmente se realiza un análisis del rebote del balón posterior a la jugada, obteniendo las velocidades de impacto y rebote del balón sobre el larguero, y analizando la cantidad de energía utilizada en deformar la pelota, y la fuerza de impacto de esta con el larguero. La última sección de este trabajo contiene sugerencias para desarrollar clases activas en las que los estudiantes puedan trabajar temas como: desviación estándar, movimiento parabólico, conservación del momentum lineal y conservación de la energía mecánica, utilizando esta jugada del Mundial de Fútbol.

II. MINUTO 120

Un ejemplo en donde podemos aplicar metodologías de aprendizaje activo para enseñar Física en el deporte, es el encuentro por octavos de final, de la copa del mundo Brasil 2014.

El 28 de junio, Chile enfrentó al anfitrión en el estadio Mineirão, en Belo Horizonte. El resultado al término de los 90 minutos fue un empate a un gol, y ambos equipos se fueron al alargue de 30 minutos adicionales, antes de recurrir a los penales que finalmente, definirían al vencedor.



FIGURA 1. El arquero Julio Cesar ve como el balón impacta el larguero de su arco, en el minuto 120, debido al tiro de Mauricio Pinilla.

En una de las últimas acciones del partido, en el minuto 120, casi al término del alargue, el jugador chileno Mauricio Pinilla hizo temblar el larguero con un tiro potente, que si hubiera logrado entrar habría cambiado la historia del fútbol (Fig. 1). Finalmente, el encuentro fue ganado por Brasil en penales por el marcador de 3-2 [10].

De la jugada del minuto 120 se detectó que la pelota inició su movimiento, prácticamente desde la línea del área paralela al arco (Fig. 2).

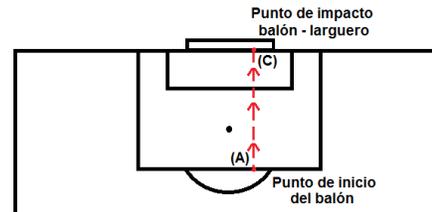


FIGURA 2. El punto (A) es donde el balón inició su movimiento. El punto (C) es donde el balón impacta el larguero. La línea punteada indica la trayectoria aproximada del balón desde una vista superior.

Además, si se observan las repeticiones de la jugada, se comprueba que el balón no presenta rotaciones importantes, ni efecto mientras viaja hacia el larguero. Es decir, se tiene un ejemplo bastante cercano al del movimiento en dos dimensiones de un proyectil sin roce viscoso, ni efectos producto de la rotación del balón (Fig. 3).

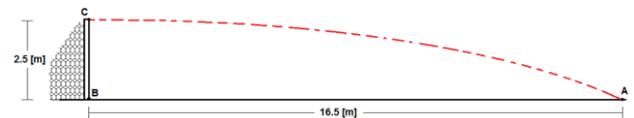


FIGURA 3. Vista lateral aproximada de la trayectoria del balón.

La cancha del estadio Mineirão en Belo Horizonte, tiene un largo de 105 m y un ancho de 68 m. Además, la distancia entre la línea de fondo y la línea paralela del área grande es de 16.5 m (Fig. 4), siendo la altura de los arcos de 2.44 m, con tubos de sección circular de 12 cm de diámetro [11, 12].

Analizando detenidamente la jugada se observa que, el jugador Pinilla lanza la pelota desde la línea del área grande, además, viendo repeticiones en cámara lenta de la jugada, se observa que el balón no presenta rotación y describe una trayectoria prácticamente paralela al largo de la cancha.

De estas observaciones se puede concluir que, una descripción del movimiento, como un movimiento en dos dimensiones de carácter parabólico, no es algo que esté tan alejado de la realidad; y es una primera aproximación razonable para ser utilizada con fines pedagógicos.

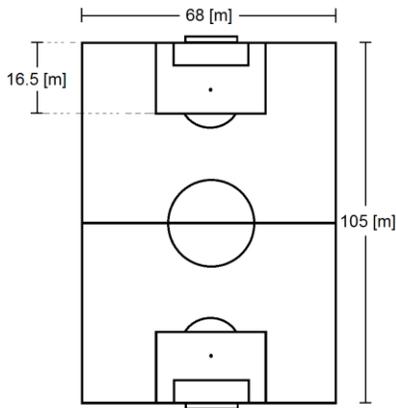


FIGURA 4. Esquema de la cancha del estadio Mineirão.

Si consideramos que el balón impactó el larguero aproximadamente en la mitad de su diámetro, entonces a la altura del arco hay que agregar 0.06 m, la mitad del diámetro de los tubos de los arcos, y por ende la altura o distancia vertical que se desplaza el balón es de 2.50 m.

Es decir, que sin realizar ninguna medición, sólo con datos que se encuentran disponibles en la red, y observando el lanzamiento de Pinilla, podemos obtener información relevante del desplazamiento horizontal y vertical del balón en la jugada. Donde v_A y θ son: la magnitud y el ángulo de elevación respecto a la horizontal, de la velocidad inicial con que sale el balón (Fig. 5).

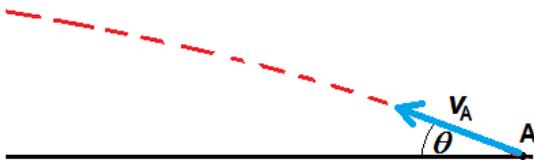


FIGURA 5. Velocidad inicial con que sale el balón. Donde v_A es la rapidez inicial y el ángulo θ la elevación respecto a la horizontal.

III. MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Con las ecuaciones de la cinemática lineal, y considerando la independencia de los movimientos horizontal (eje x) y vertical (eje y) como: un movimiento rectilíneo con velocidad constante, y uno rectilíneo con aceleración constante respectivamente, podemos plantear las siguientes expresiones:

$$v_x = \frac{x_{AB}}{t_{AC}}, \quad (1)$$

$$y = y_i + v_{yi} \cdot t_{AC} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{AC}^2. \quad (2)$$

De la Ecuación (1), v_x es la rapidez en el eje x del balón, que consideramos constante, x_{AB} es la distancia horizontal desde el punto donde sale el balón hasta el larguero del arco (Fig. 3), que para el caso resulta ser equivalente a la distancia desde la línea del área hasta la línea de fondo, y t_{AC} es el tiempo que tarda el balón en recorrer dicha distancia.

En la Ecuación (2), y es la distancia vertical, y_i es la distancia vertical inicial, en $t = 0$, que para la situación es igual a cero, v_{yi} es la rapidez vertical inicial del balón y g es la aceleración de gravedad terrestre, igual a 9.8 m/s^2 . El signo menos en la ecuación indica que la dirección de la aceleración va hacia abajo, mientras que la velocidad va hacia arriba.

Si consideramos los valores numéricos para el caso en particular, con $x_{AB} = 16.5 \text{ m}$; $y = 2.50 \text{ m}$; $y_i = 0 \text{ m}$ y $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, las ecuaciones (1) y (2) quedan:

$$v_x = \frac{16.5 \text{ m}}{t_{AC}}. \quad (3)$$

$$2.50 \text{ m} = v_{yi} \cdot t_{AC} - 4.9 [\text{m/s}^2] \cdot t_{AC}^2. \quad (4)$$

Considerado la característica vectorial de la velocidad, si analizamos la velocidad inicial del balón, y realizamos la descomposición vectorial para los ejes horizontal y vertical, entonces v_x y v_{yi} quedan:

$$v_x = v_A \cos \theta, \quad (5)$$

$$v_{yi} = v_A \sin \theta. \quad (6)$$

Si reemplazamos las ecuaciones (5) y (6) en las Ecuaciones (3) y (4), obtendremos un sistema de ecuaciones donde las incógnitas serán v_A , θ y t_{AC} , de la forma:

$$v_A \cos \theta = \frac{16.5 \text{ m}}{t_{AC}}, \quad (7)$$

$$2.50 \text{ m} = v_A \sin \theta \cdot t_{AC} - 4.9 [\text{m/s}^2] \cdot t_{AC}^2. \quad (8)$$

Este sistema de ecuaciones (7) y (8) no lo podemos resolver a menos que conozcamos alguna de las tres incógnitas.

IV. ANÁLISIS DE LA JUGADA Y POSTERIOR REBOTE

A partir del video de la jugada resulta complejo determinar el ángulo de salida θ , y la rapidez inicial del balón v_A . Pero, sí es posible obtener el tiempo que tarda el balón en ir desde el pie del jugador hasta el larguero, a través de múltiples mediciones.

La Tabla 1, muestra 30 mediciones del tiempo que tardó el balón en describir la trayectoria desde el punto A al punto C, medido a partir de la observación del video del partido de fútbol.

TABLA I. Datos del tiempo que tarda el balón en recorrer la trayectoria del punto A al punto C.

Medición	Tiempo [s]	Medición	Tiempo [s]	Medición	Tiempo [s]
1	0.62	11	0.49	21	0.54
2	0.81	12	0.73	22	0.76
3	0.48	13	0.56	23	0.48
4	0.68	14	0.52	24	0.49
5	0.70	15	0.48	25	0.54
6	0.62	16	0.51	26	0.54
7	0.54	17	0.54	27	0.39
8	0.51	18	0.51	28	0.59
9	0.54	19	0.49	29	0.40
10	0.46	20	0.54	30	0.52

Estas mediciones se realizaron con el cronómetro de un Smartphone. Pensando en que, esta toma de datos pueda ser replicada por la gran mayoría de los estudiantes, ya que poseen teléfonos inteligentes y no cronómetros de mayor precisión.

De los datos, se calculó el promedio del tiempo t_{AC} dando como resultado 0.55 s. Resulta interesante calcular la desviación estándar del tiempo, obteniendo 0.09 s. Este proceso puede ser utilizado de forma pedagógica para que los estudiantes comprendan y calculen el concepto de desviación estándar. En definitiva, el tiempo calculado es de:

$$\Delta t_{AC} = (0.55 \pm 0.09) [s]. \quad (9)$$

Reemplazando el tiempo promedio en las Ecuaciones (7) y (8), calculando y reordenando las ecuaciones, se obtiene que:

$$v_A \cos \theta = 30.0 [m/s], \quad (10)$$

$$v_A \sin \theta \cong 7.2 [m/s]. \quad (11)$$

Dividiendo la Ecuación (11) por la Ecuación (10), se simplifica v_A y obtenemos:

$$\tan \theta = 0.24.$$

Aplicando función inversa de la tangente nos da un ángulo θ aproximadamente igual a:

$$\theta \cong 13.5^\circ. \quad (12)$$

Si ahora reemplazamos el valor del ángulo con que sale el balón en la Ecuación (10) o en la Ecuación (11), se obtiene una rapidez inicial cuyo valor es:

$$v_A = 30.8 [m/s]. \quad (13)$$

Convirtiendo la rapidez v_A de m/s a km/h obtenemos un valor cercano a 110.9 km/h. Este valor pone más en contexto a los estudiantes con las velocidades que diariamente experimentan en sus vidas, y es coherente con los valores medidos en situaciones similares.

Al seguir observando la jugada, se puede apreciar que la pelota rebota en el horizontal y que, luego de ello, la detiene el jugador chileno Marcelo Díaz, de pecho. En la filmación del encuentro se observa que, la cancha del estadio Mineirão tiene 16 marcas en el pasto, perpendiculares al largo de la cancha. Estas marcas se producen por la trayectoria de las cortadoras del césped, dejando así una buena referencia sobre las distancias dentro de la cancha.

Si suponemos que todas estas marcas son de anchos similares y sabemos que el largo total de la cancha es de 105 metros, entonces podemos estimar que el ancho de cada marca es del orden de $(105/16) m \cong 6.56 m$.

El jugador Díaz detiene el balón aproximadamente en el centro de la sexta marca, desde la línea de fondo del arco brasileño, es decir, a 5.5 marcas del larguero.

En definitiva, se puede estimar con una buena precisión que, el jugador Díaz recibe el balón que venía del rebote en el larguero, a una distancia horizontal de $5.5 \times 6.56 m \cong 36.0 m$. Además, el jugador tiene una altura de 1.68 m, y detiene la pelota de pecho, por lo que estimar que el balón termina su trayectoria a 1.2 m del pasto, no es “descabellado”.

Es decir, podemos deducir que el movimiento del balón, posterior al rebote en el larguero tiene un comportamiento de movimiento parabólico similar al análisis anterior (Fig. 6).

Como en la situación anterior, si planteamos las ecuaciones para el movimiento del balón entre los puntos C y F, deberemos determinar la rapidez en el punto C después del rebote v_C , el ángulo de salida de la pelota ϕ y el tiempo t_{CF} .

Observando la filmación del juego, se puede nuevamente medir el tiempo que tarda el balón en viajar del punto C al punto F, es decir, desde que rebota en el larguero hasta que es detenida por el jugador Díaz a 36 metros del arco. Se tomaron diez mediciones del tiempo, observando el video de la jugada, obteniendo la Tabla II adjunta.

TABLA II. Datos del tiempo que tarda el balón en recorrer la trayectoria del punto C al punto F.

Medición	Tiempo [s]	Medición	Tiempo [s]
1	1.96	6	1.79
2	1.88	7	1.76
3	1.77	8	1.88
4	1.96	9	1.87
5	1.93	10	1.89

$$v_{Cy} = v_{Ey} = v_C \sin \phi. \quad (17)$$

Calculando el promedio de estos lapsos de tiempo, obtenemos en aproximación un valor de 1.87 s. Nuevamente, el tiempo fue medido utilizando un teléfono Smartphone (por los motivos expuestos anteriormente, y porque nuestra motivación es que este análisis pueda ser replicado fácilmente por cualquier estudiante).

Con estos diez datos se calculó la desviación estándar, obteniéndose un valor aproximado de 0.07 segundos. En definitiva, el lapso de tiempo medido desde las grabaciones del partido es de:

$$\Delta t_{CF} = (1.87 \pm 0.07) [s]. \quad (14)$$

Es interesante destacar que pese a tener menor número de datos que en el caso anterior, la desviación estándar que se obtuvo fue menor. Esto se explica debido a que el intervalo de tiempo entre los puntos C y F es del orden de cuatro veces mayor al intervalo de tiempo que se midió entre los puntos A y C . Esto nos lleva a argumentar que los errores cometidos en la medición en el primer intervalo, son superiores y por ende una desviación estándar mayor.

Desde las ecuaciones de la cinemática y utilizando el argumento de que existe independencia de movimientos vertical y horizontal, podemos suponer un movimiento con velocidad uniforme en el eje horizontal entre los puntos C y F , es decir:

$$v_C \cos \phi = \frac{x_{CF}}{t_{CF}}. \quad (15)$$

Pero ya se conoce la distancia horizontal x_{CF} , cuyo valor es de 36 m, y el tiempo t_{CF} , obtenido desde el valor promedio de las mediciones de la Tabla II, es decir, 1.87 s. Con estos valores podemos decir que:

$$v_C \cos \phi = \frac{36.0 [m]}{1.87 [s]},$$

$$v_C \cos \phi = 19.25 [m/s]. \quad (16)$$

El tiempo medido para que la pelota viaje desde el punto C al punto F , t_{CF} , es de 1.87 s. Este tiempo puede expresarse como:

$$t_{CF} = t_{CD} + t_{DE} + t_{EF}.$$

Pero al considerar el movimiento del balón como un movimiento de proyectiles sin viscosidad, entonces podemos considerar que $t_{CD} \approx t_{DE}$, por lo que, el tiempo total de la trayectoria sería:

$$t_{CF} = 2t_{DE} + t_{EF}. \quad (16)$$

Además, por los mismos argumentos de simetría, se puede determinar que la magnitud de la componente vertical de la velocidad en el punto C debería ser igual a la del punto E de la trayectoria, es decir:

Podemos plantear que:

$$v_{Ey} = v_{Dy} + gt_{DE}.$$

Como ya sabemos, la velocidad vertical en el punto D es nula, por lo que reescribiendo la ecuación y considerando el argumento de simetría para la velocidad en el punto E , se obtiene:

$$v_C \sin \phi = 0 + gt_{DE}.$$

Si despejamos el tiempo t_{DE} se obtiene:

$$t_{DE} = \frac{v_C \sin \phi}{g}. \quad (18)$$

Además, teniendo la distancia y_{EF} , podemos expresar que:

$$y_{EF} = v_{Ey} \cdot t_{EF} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{EF}^2,$$

$$y_{EF} = v_C \sin \phi \cdot t_{EF} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{EF}^2.$$

Que si se re ordena obtenemos:

$$\frac{g}{2} t_{EF}^2 + v_C \sin \phi \cdot t_{EF} - y_{EF} = 0.$$

Esta es una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$t_{EF} = \frac{-v_C \sin \phi \pm \sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot y_{EF}}}{2 \cdot \frac{g}{2}}.$$

Que al simplificar y descartando la solución negativa del tiempo se obtiene:

$$t_{EF} = \frac{-v_C \sin \phi + \sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}}}{g}. \quad (19)$$

Reemplazando los tiempos obtenidos en las Ecuaciones (18) y (19), en la Ecuación (16) se obtiene:

$$t_{CF} = 2 \cdot \frac{v_C \sin \phi}{g} - \frac{v_C \sin \phi}{g} + \frac{\sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}}}{g}.$$

Reduciendo la última expresión, multiplicándola por g y ordenando los términos se obtiene:

$$gt_{CF} - v_C \sin \phi = \sqrt{v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}}.$$

Elevando al cuadrado toda la expresión nos queda:

$$g^2 t_{CF}^2 - 2gt_{CF} v_C \sin \phi + v_C^2 \sin^2 \phi,$$

$$= v_C^2 \sin^2 \phi + 2gy_{EF}.$$

$$g^2 t_{CF}^2 - 2gt_{CF}v_C \sin\phi = 2gy_{EF}.$$

Y despejando $v_C \sin\phi$:

$$v_C \sin\phi = \frac{g^2 t_{CF}^2 - 2gy_{EF}}{2gt_{CF}}.$$

Que al simplificar se tiene:

$$v_C \sin\phi = \frac{gt_{CF}^2 - 2y_{EF}}{2t_{CF}}. \quad (20)$$

Se conocen todos los valores numéricos del lado derecho de la ecuación (20), $t_{CF} = 1.87$ s, $y_{EF} = 1.3$ m y $g = 9.8$ [m/s²]. Con estos valores calculamos, y queda:

$$v_C \sin\phi = 8.47 \text{ [m/s]}. \quad (21)$$

Ahora, si hacemos el cociente entre la Ecuación (21) y la Ecuación (16) se simplifica v_C y encontramos el ángulo ϕ :

$$\frac{v_C \sin\phi}{v_C \cos\phi} = \frac{8.47}{19.25}$$

$$\tan\phi = 0.44,$$

$$\phi \cong 23.7^\circ. \quad (22)$$

Si reemplazamos el ángulo en la Ecuación (16) o en la Ecuación (21), y despejamos la rapidez v_C , se determina que:

$$v_C \cong 21.0 \text{ [m/s]}. \quad (23)$$

Nuevamente, si convertimos las unidades de esta rapidez a km/h, se obtiene una rapidez de 75.6 km/h. Este valor nos da una buena oportunidad para discutir la o las causas de las diferencias en las velocidades v_A y v_C . Cuestión que analizaremos en la sección siguiente.

V. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y DEFORMACIÓN DEL BALÓN

La rapidez v_A , equivalente a 30.8 m/s –según nuestros cálculos– se puede considerar constante desde que la pelota sale del botín de Pinilla hasta golpear el larguero; ya se darán argumentos para validar dicha afirmación. Por otra parte, se calculó que la rapidez con que rebota la pelota en el larguero v_C , es de 21.0 m/s. ¿Por qué este cambio en la rapidez del balón?

La primera explicación que se tiende a dar respecto a esta diferencia es que la rapidez entre los puntos A y C (Fig. 6) se vio afectada por la fuerza de arrastre del aire respecto a la pelota. Si se analiza esta afirmación con más detalle, se detecta lo siguiente:

Para velocidades pequeñas respecto a la velocidad del sonido, el número de Reynolds –que mide la relación entre

las fuerzas inerciales y viscosas que actúan en la pelota, e indica el tipo de régimen (laminar o turbulento) del fluido [2] –está dado por:

$$Re = \frac{\rho Dv}{\eta}. \quad (24)$$

Las condiciones el día del partido eran de 26 °C, con una humedad del 45%, y una altitud de 915 m. De ello se desprende la siguiente información donde: ρ es la densidad del aire, que para nuestro caso consideramos equivalente a 1.22 kg/m³, D es el diámetro del balón igual a 22 cm, v es la rapidez de la pelota y η es la viscosidad dinámica del aire, que para estos efectos se considera equivalente a 1.83 x 10⁻⁵ Pa s [13]. Con estos valores encontramos una relación entre el número de Reynolds y la velocidad del balón.

$$v = 6.82 \times 10^{-5} \left[\frac{m}{s} \right] \cdot Re. \quad (25)$$

Si consideramos la velocidad $v_A = 30.8$ m/s calculada anteriormente, obtenemos un número de Reynolds del orden de 4.5 x 10⁵. Este valor nos indica que la fuerza de arrastre del aire sobre el balón no depende en forma lineal con la velocidad, sino más bien hay una dependencia entre la fuerza arrastre y el cuadrado de la velocidad dada por:

$$F = \frac{1}{2} C_A \rho A v^2. \quad (26)$$

Donde C_A es un coeficiente de arrastre del cual ya hablaremos, ρ la densidad del aire, A es el área de la sección transversal del balón y v la rapidez con que la pelota se mueve respecto al aire.

Valores grandes del número de Reynolds corresponden a fenómenos asociados a turbulencias. La línea continua de la Figura 7, muestra el coeficiente de arrastre medido en forma experimental, para una esfera lisa en función del número de Reynolds [5].

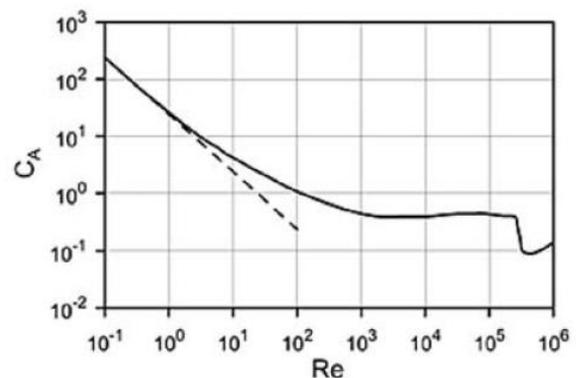


FIGURA 7. Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds, para una esfera lisa. La línea punteada corresponde a la fórmula de Stoke, donde la fuerza de arrastre es proporcional a la velocidad.

Del gráfico podemos observar una caída abrupta del valor de C_A alrededor del valor $Re = 4 \times 10^5$. Esta reducción del

valor del coeficiente se denomina *crisis de arrastre*, y tiene por consecuencia una disminución drástica de la resistencia del aire sobre la pelota.

Cabe destacar que la pelota no es una esfera lisa, y por ende, podríamos no estar en presencia de una situación de crisis de arrastre, a estas velocidades. Una indicación de esto se puede encontrar en la Figura 8, en donde se ven diferentes coeficientes de arrastre en función del número de Reynolds, para diferentes grados de rugosidad [1].

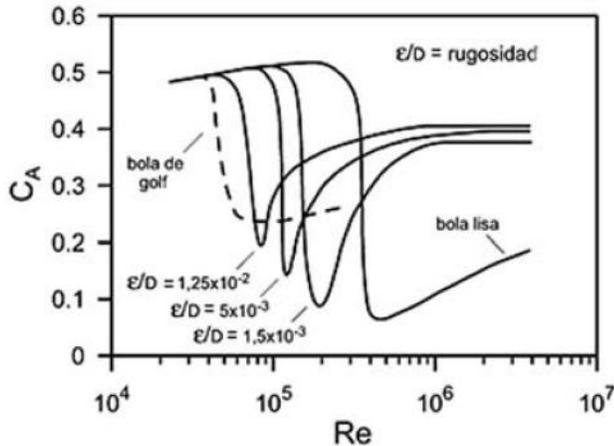


FIGURA 8. Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds, para diferentes grados de rugosidad. El valor ϵ/D es el cociente entre ϵ es la altura promedio de las irregularidades y D el diámetro de la pelota.

La pelota Brazuca es bastante lisa, por lo que es razonable considerar valores para C_A cercanos a 0.3 dado el valor de Re anteriormente calculado. Utilizando la Ecuación (26), el valor de la fuerza de arrastre del aire sobre el balón, es aproximadamente igual a 6.6 N.

Debemos comparar esta fuerza, con la fuerza ejercida por la patada del jugador al balón. La pelota posee una masa de 437 gramos, y suponemos que el cambio en la velocidad fue de 0.0 hasta los 30.8 m/s, en el intervalo de tiempo en que la pelota estuvo en contacto con la zapatilla del jugador.

Aplicando principios sencillos de la mecánica de Newton, podemos determinar la fuerza ejercida sobre el balón, considerando el cambio en el momentum dividido por el intervalo de tiempo en que se realizó dicha variación; es decir:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \tag{27}$$

La Tabla III muestra los posibles valores de la fuerza en distintos intervalos de tiempo.

TABLA III. Estimaciones de diferentes tiempos de contacto balón-botín y la fuerza asociada a dichos intervalos de tiempo.

1	0.01	1,345,960	8	50	269
2	0.1	134,596	9	60	224
3	1	13,460	10	70	192
4	10	1,346	11	80	168
5	20	673	12	90	150
6	30	449	13	100	135
7	40	336	14	1000	13

Se puede apreciar que los intervalos de tiempo muy reducidos y muy extensos, nos dan fuerzas enormes y extremadamente pequeñas para un jugador profesional –al menos para un jugador humano–.

La fuerza de una patada que impulsa un balón a 30 m/s es de 270 N [4]. Es decir que valores razonables de la fuerza ejercida por una patada sobre el balón, es para intervalos de tiempo del orden de 50 milisegundos.

Si bien es cierto que, estas fuerzas actúan en diferentes puntos de la trayectoria del balón, no es menor el hecho de que nos entregan una visión de las magnitudes de la dinámica de la pelota. Además, si el balón entra inmediatamente en crisis de arrastre con una fuerza del orden de 6 N, el cambio de velocidad en los 16.5 m que lo separa del arco debería ser menor.

Todo esto hace sustentable el argumento de que: la velocidad del balón, entre Pinilla y el arco no varía apreciablemente.

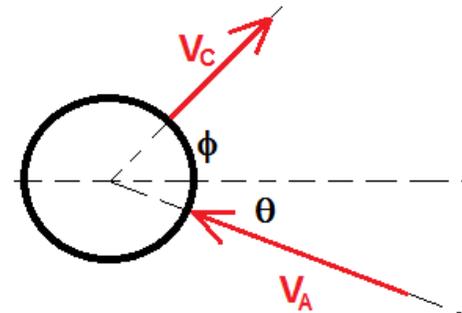


FIGURA 9. El círculo representa la sección transversal del larguero.

Dicho esto, podemos finalmente analizar la “perdida” de energía cinética en el rebote del balón con el larguero:

Observando la Figura 9, tenemos que la velocidad con que llega al larguero es $v_A = 30.8$ m/s, y la velocidad con que rebota de este es $v_C = 21.0$ m/s. Si además, se sabe que la masa del balón es de 0.437 kg, podemos calcular la energía cinética inicial y final.

$$K_{inicial} = \frac{m v_A^2}{2}, \tag{28}$$

$$K_{final} = \frac{m v_C^2}{2}. \tag{29}$$

Que al calcular se obtiene:

	Δt [ms]	F [N]		Δt [ms]	F [N]
--	-----------------	---------	--	-----------------	---------

Mauricio Echiburu

$$K_{inicial} = \frac{0.437 \times 30.8^2}{2} [J] \cong 207.3 [J],$$

$$K_{final} = \frac{0.437 \times 21.0^2}{2} [J] \cong 96.4 [J].$$

Calculando la diferencia de energías antes y después del choque, se obtiene que:

$$\Delta K = K_{final} - K_{inicial},$$

$$\Delta K = -110.9 [J].$$

De este resultado nace una pregunta: ¿a qué se debe el cambio en la energía cinética, antes y después del impacto del balón con el larguero?

Una explicación razonable es que parte de esta energía se utilizó en deformar la pelota. Si calculamos la variación de momentum lineal en el eje horizontal, tendremos que:

$$\Delta p_x = p_C \cos \phi - (-p_A \cos \theta), \quad (30)$$

Reemplazando los valores que hemos determinado anteriormente en la Ecuación (30), donde $p_A=13.46$ Ns; $\theta = 13.5^\circ$; $p_C=9.18$ Ns y $\phi = 23.7^\circ$ se obtiene:

$$\Delta p_x = 21.5 [N \cdot s].$$

La deformación de un balón a alta velocidad cae en un régimen de deformación elástica, es decir, se deforma pero el cuerpo vuelve a su estado original, después de un cierto tiempo.

Los análisis de la deformación del balón debido a la patada de un jugador indican que, la deformación alcanza un máximo entre los 8 a 10 centímetros, con un impacto que no excede los 15 ms de duración, y con energías elásticas que van desde los 89.3 a 96.8 Joule [8].

Comparando estos datos con lo obtenido en nuestro trabajo, observamos que el tiempo estimado de contacto entre el jugador y el balón, es muy superior al obtenido en experimentos similares a la situación estudiada.

Si se reduce el tiempo de contacto a 15 ms, entonces utilizando la Ecuación (27), la fuerza ejercida sobre el balón sería del orden de 1430 N.

Si consideramos que el trabajo neto es equivalente a la variación de la energía cinética, $W = \Delta K$, y que gran parte de este trabajo es, debido a la deformación de la pelota, entonces podemos determinar la deformación Δx del balón.

$$W = \Delta K,$$

$$-F\Delta x = \Delta K,$$

$$\Delta x = -\frac{\Delta K}{F},$$

$$\Delta x = -\frac{-110.9}{1430} [m],$$

$$\Delta x = 0.077 [m].$$

Obteniendo una deformación aproximada de 7.7 cm.

Podemos comprobar esto último, con una rápida búsqueda de imágenes de balones de fútbol deformados, en internet (Fig. 10).



FIGURA 10. El jugador Chileno Gary Medel cabecea la pelota Jabulani en el Mundial de Fútbol Sudáfrica 2010.

VI. CONCLUSIONES

Desde un punto de vista pedagógico y de divulgación de la Ciencia, este trabajo presenta múltiples ventajas. Primero, logramos acercar la ciencia al común de las personas a través de un deporte masivo como lo es el fútbol. Y en segunda instancia, utilizando este hecho cotidiano, tratamos diferentes tópicos, que los estudiantes pueden desarrollar de forma más activa y lúdica en el aula.

En este trabajo se realizan actividades de observación profunda y posterior análisis de un fenómeno cotidiano bajo la mirada de la Física, el costo de implementar actividades asociadas a esta investigación son prácticamente nulos, los equipos a utilizar están masificados y son de fácil acceso.

Además, se estudia el movimiento parabólico, se realiza estadística descriptiva analizando las desviaciones estándar con sus respectivas relaciones con la medición de intervalos de tiempo, se realizan descomposiciones vectoriales de velocidades, se utilizan y se resuelven ecuaciones de primer y segundo grado, se estudia el número adimensional de Reynolds y su relación con las fuerzas de roce viscoso debido al aire, se realizan cálculos utilizando y asociando el momentum lineal y las fuerzas que actúan sobre el balón, para finalmente estudiar la variación de la energía cinética relacionando esto con la deformación de la pelota.

En cada uno de los temas anteriores, se podrían desarrollar actividades bajo metodologías de aula activa.

Actividades como lecturas y guías colaborativas, ILD, PEER Instruction, modelación, tutoriales u otros, y medir los resultados de la aplicación de estas metodologías y estrategias en un grupo de estudiantes, para luego comparar esos resultados con un grupo de estudiantes que ha estudiado los contenidos antes discutidos, pero de forma tradicional.

Este es un trabajo pendiente y que esperamos poder desarrollar en un breve tiempo.

Para finalizar, hacemos notar que resultaría interesante en futuras investigaciones, determinar en forma más precisa

la deformación, considerando las características específicas del balón Brazuca. Así como también, poder estudiar las diferencias en la temperatura del aire al interior del balón, producto de los cambios de presión por los diferentes impactos.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos en primera instancia al periodista deportivo Luis Cabrera del Valle, que con sus gratas conversaciones y paciencia frente a nuestras consultas, definió en gran medida este trabajo.

También agradecemos al director de Ciencias Básicas, y al Director General de Mejora Docente de la UVM, Francisco González y Alfredo Santibáñez, por sus revisiones y contribuciones a este trabajo.

Y finalmente, agradecemos al equipo del área de Física, Natalia Fernández y Rolando Carmona, por su infinita paciencia al escuchar casi diariamente comentarios de fútbol.

REFERENCIAS

- [1] Achenbach, E. J., *The effects of surface roughness and tunnel blockage on the flow past spheres*, Journal of Fluid Mechanics **65**, 113-125 (1974).
- [2] Aguiar, C. E. & Rubini, G. M., *A aerodinâmia da bola de futebol*, Revista de Enseñanza de la Física **19**, 71-110 (2006).

- [3] Crouch, C. H. & Mazur, E., *Peer Instruction: Ten years of experience and results*, Am. J. Phys. **69**, 970 (2001).
- [4] Kellis, E. & Katis A., *Biomechanical characteristics and determinants of instep soccer kick*, Journal of Sports Science and Medicine **6**, 154-165 (2007).
- [5] Landau L. D. & Lifshitz, E. M., *Fluid mechanics*, (Butterworth-Heinemann, Oxfordcap, 1987).
- [6] Leroy, B., *O efeito folha seca*, Revista Brasileira de Física **7**, 693-709 (1977).
- [7] Sokoloff, D. R., Laws, P. W. & Thornton, R. K., *Real time Physics: Active learning labs transforming the introductory laboratory*, European Journal of Physics **28**, (2007).
- [8] Tsaousidis N. & Zatsiorsky V., *Two types of ball – effector interaction and their relative contribution to soccer kicking*, Human Movement Science **15**, 861-876 (1996).
- [9] Yeo, S., Loss, R., Zadnik, M., Harrison, A. & Treagust, D., *What do students really learn from interactive multimedia? A physics case study*, Am. J. Phys. **72**, 1351 (2004).
- [10] Televisión Nacional de Chile, *Brasil vs Chile FIFA World Cup Brazil 2014*. <https://www.youtube.com/watch?v=ktxui1QmHQA&spfreload=10>.
- [11] FIFA, *Green Point Stadium: The stadiums for the 2014 FIFA World Cup Brazil*. <http://www.fifa.com/worldcup/des-tination/stadiums/stadium=771/>.
- [12] Wikipedia, *Estadio Mineirão*. http://es.wikipedia.org/wiki/Estadio_Mineirão.
- [13] Brasil, Governo, *Instituto Nacional de Meteorologia*. <http://www.inmet.gov.br/>.

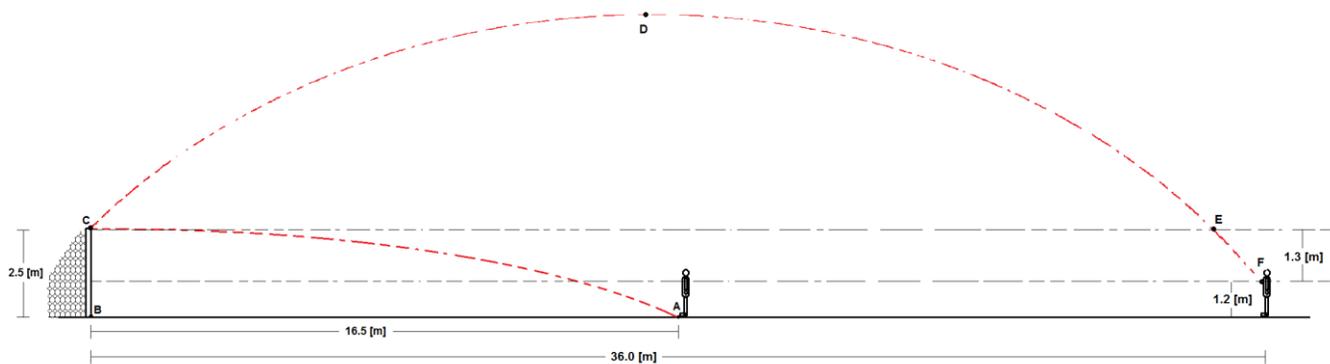


FIGURA 6. Esquema aproximado de la trayectoria del balón antes y después del rebote en el larguero (punto C).