

Problemas de entendimiento conceptual con las operaciones entre vectores



S. Flores García¹, C. Cuellar¹, M. D. González Quezada², O. Ramírez Sandoval³, M. A. Cruz Quiñones³, V. Aguirre³

¹Departamento de Física, University of Texas at El Paso, 500 University Av. ZIP 79968 El Paso TX.

²Departamento de Ciencias Básicas, Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez, Av. Tecnológico 1340. C.P. 32500, Ciudad Juárez Chih.

³Departamento de Física y Matemáticas, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Av. Del Charro 610 Nte. C.P. 32312, Ciudad Juárez Chih.

E-mail: sflores17@utep.edu

(Recibido el 22 de mayo de 2017, aceptado el 30 de noviembre de 2017)

Resumen

La mayoría de los estudiantes de los cursos introductorios de física no desarrollan un entendimiento funcional a través de una enseñanza tradicional. Algunos de ellos no comienzan estos cursos con las herramientas conceptuales necesarias para tener éxito en el aprendizaje de conceptos físicos. Algunas de estas deficiencias se presentan cuando estos estudiantes se exponen al proceso de un posible aprendizaje de las operaciones entre vectores, en especial la suma y la resta. Este artículo muestra resultados relacionados con estas dificultades conceptuales. Se diseñó e implementó un instrumento de dos preguntas de operaciones entre vectores. Se encontraron diversas dificultades para sumar y restar vectores. Una de ellas es la llamada *Cerrando el Polígono*. Aquí los estudiantes obtienen la dirección del vector suma en dirección opuesta a la correcta. También se encontró que a pesar de que estos estudiantes muestran un razonamiento correcto, no responden las preguntas de manera satisfactoria.

Palabras clave: Operaciones entre vectores, suma y resta de vectores, dificultades de entendimiento.

Abstract

Some students from the introductory physics courses do not develop a functional understanding through a traditional instruction. Many of them do not start these courses with the necessary cognitive abilities to succeed to learn physics concepts. Some of these difficulties disturb students during the possible vector operation understanding process. Two questions related to vector operations were designed and implemented. Results show several understanding vector addition and subtraction difficulties. For instance, of these difficulties is *closing the loop*. In addition, despite students show a correct reasoning, some of them do not answer question properly.

Keywords: Vector operations, vector addition and subtraction, understanding difficulties.

PACS: 45.20.D-, 45.20.Aa, 89.20.-a

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

El concepto de vector es fundamental para el aprendizaje de la mayoría de los tópicos de los cursos introductorios de física. De acuerdo con Flores [1], muchos estudiantes de estos cursos tienen problemas de entendimiento conceptual de las operaciones entre vectores. Algunos no desarrollan un entendimiento funcional de la suma y la resta vectorial. Los estudiantes tienen una idea de la física como un campo de estudio, más que una colección de hechos individuales. Según Flores, Kanim y Kautz [2], esto puede traer como

consecuencia una falta de entendimiento de la Segunda ley de Newton, la cual es representada por una expresión vectorial. Muchos estudiantes ven a la física como una secuencia de situaciones específicas por las cuales deben memorizar ecuaciones, sin reconocer las conexiones entre estas situaciones. Algunos de estos estudiantes no cumplen con las mínimas expectativas de aprendizaje previo. Estos mismos muestran problemas de habilidades cognitivas relacionadas con: 1) la comparación, 2) clasificación, 3) orden y 4) análisis de argumentos. Estas habilidades son fundamentales para que el estudiante reconozca a varias

cantidades físicas como cantidades vectoriales. Una de las posibles causas es la falta de contextualización de las cantidades vectoriales diferentes a la de los vectores mismos. Además, según González [3] esta falta de entendimiento podría ser debido a una exposición prolongada de la enseñanza tradicional. Este tipo de instrucción se caracteriza por: 1) una comunicación unidireccional de instructor-estudiante, 2) un proceso de enseñanza centrado en el instructor, 3) una falta de contextualización en los problemas a resolver, y 4) el uso de problemas de final de capítulo.

El Departamento de Física de la Universidad de Texas en El Paso (UTEP), está interesado en conocer más acerca de los problemas de los estudiantes para comprender las operaciones entre vectores. Este artículo muestra información derivada de una exploración acerca de las dificultades de algunos estudiantes, con la suma y resta vectoriales. También se comparten resultados de respuestas a pregunta conceptuales, y de problemas de razonamiento en el proceso de respuesta a las mismas.

II. INVESTIGACIONES PREVIAS

Algunos investigadores han conducido importantes estudios acerca del entendimiento conceptual de las operaciones entre vectores. Knight [4] condujo una encuesta acerca del conocimiento de algunos estudiantes relacionado con las operaciones vectoriales. Este estudio fue desarrollado al inicio de los cursos introductorios de mecánica. Knight encontró que cerca de la mitad de estos estudiantes comienza el curso con deficiencias del concepto de vector. Además, solo una tercera parte cuenta con el conocimiento suficiente para proceder con los contenidos de mecánica.

Nguyen y Meltzer [5] diseñaron un pre y un post-examen para explorar el conocimiento de los estudiantes de cursos introductorios de mecánica, acerca de las propiedades de vectores. También recopilaron información relacionada con las operaciones entre estas cantidades físicas. Estos investigadores concluyeron que más de una cuarta parte de los estudiantes de un grupo con base en cálculo, pudo sumar vectores en dos dimensiones. Mientras que, solo la mitad de los estudiantes de un curso basado en álgebra no tuvo la habilidad para de desarrollar esta operación.

Kanim [6] condujo una investigación relacionada con el entendimiento conceptual de vectores por parte de estudiantes de un curso de electrostática. Kanim encontró que muchos de estos estudiantes tienen dificultades para razonar acerca de la fuerza neta eléctrica, y el campo producida por una colección de cargas puntuales. Además, se encontraron dificultades tradicionales cuando estos estudiantes tratan de entender a una fuerza, y un campo eléctrico como vectores para una distribución continua de cargas.

III. DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN

Se administró la evaluación a 137 estudiantes de un curso de Introducción a la Mecánica 2420 de corte tradicional. Todos los estudiantes pertenecían a diversas carreras de ingeniería. Esta materia se cursa en el segundo o tercer semestre de la carrera. Los estudiantes asisten a dos sesiones de lectura a la semana, cada una con una duración de 80 minutos. Además, una sesión de laboratorio de 110 minutos, y una sesión de seminario de 50 minutos. Es esta sesión los estudiantes son expuestos a un quiz y a una actividad de resolución de problemas. Tanto el laboratorio como el seminario están a cargo de estudiantes de maestría o doctorado. El libro de texto es la cuarta edición de *Física para científicos e ingenieros* de Knight [7].

IV. METODOLOGÍA

Con el fin de obtener información acerca de los problemas de entendimiento conceptual por parte de los estudiantes tanto de la suma como la resta vectorial, se utilizaron dos preguntas diseñadas por Flores, Kanim y Kautz [2]. Estas preguntas se encontraban en un examen parcial durante el semestre Enero-Junio 2015. El contenido de las preguntas se relaciona a cantidades vectoriales en su propio contexto. Cada pregunta contiene dos incisos. La primera pregunta se muestra en la Figura 1. La respuesta correcta de la parte 1) es *menor que 6*, mientras que la respuesta de la parte 2) es *vertical hacia abajo*. La Figura 2 muestra la segunda pregunta de exploración. En esta los estudiantes tuvieron que razonar acerca de la diferencia entre los mismos vectores mostrados en la primera pregunta. Las respuestas correctas para la parte 1) es *mayor que 6*, y la respuesta a la parte 2) es *horizontal a la izquierda*. Se esperaba que los estudiantes razonaran en base a las técnicas convencionales (cabeza-cola o cola-cola), para la suma y resta de vectores.

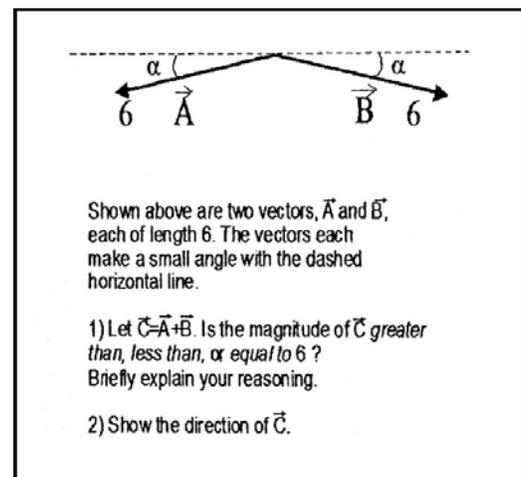


FIGURA 1. Pregunta para explorar problemas conceptuales acerca de la suma de vectores.

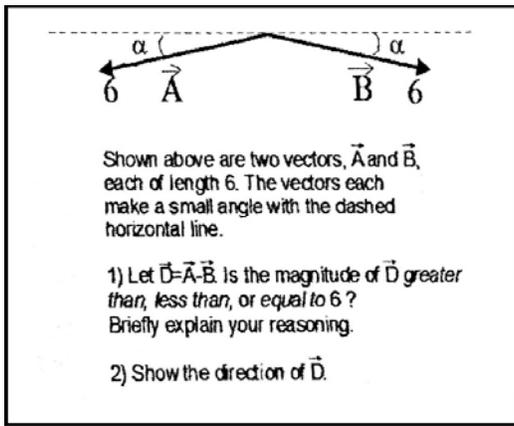


FIGURA 2. Pregunta para explorar problemas conceptuales acerca de la resta de vectores.

V. RESULTADOS

La información obtenida se clasifica de acuerdo a las respuestas y el razonamiento procedimental. La Figura 3 muestra los resultados de la primera pregunta parte 1). Se observa que cerca de dos terceras partes de los estudiantes no respondieron correctamente. Sin embargo, de acuerdo a la Figura 4 la mayoría de ellos razonaron correctamente. De acuerdo a la Figura 5, cerca de una tercera parte de estos estudiantes mostraron ambos, la respuesta y el razonamiento correctos. En relación a la diferencia de vectores, de acuerdo a la Figura 6 aproximadamente el 35% de estos estudiantes restaron correctamente los dos vectores. Cerca de una cuarta parte de ellos no razonaron correctamente durante el proceso para restar vectores. Además, solo cerca del 20% pudo mostrar correctamente ambos, la respuesta y el razonamiento.

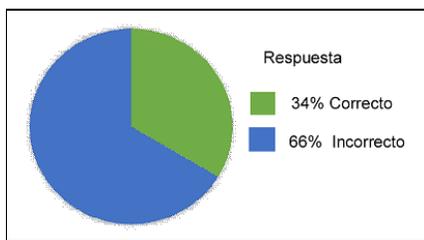


FIGURA 3. Resultados de repuestas a la primera pregunta.

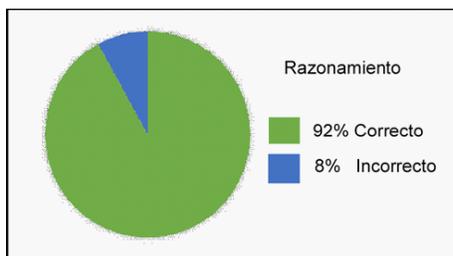


FIGURA 4. Resultados de razonamiento para la primera pregunta.

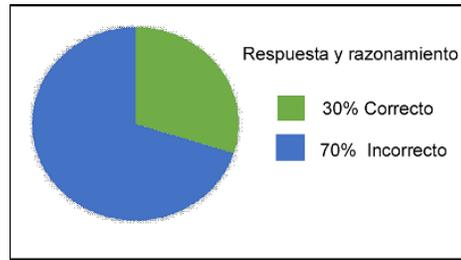


FIGURA 5. Resultados de respuesta y razonamiento para la primera pregunta.

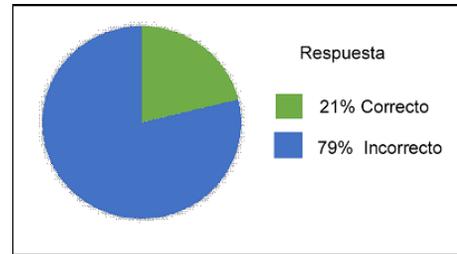


FIGURA 6. Resultados de respuesta para la segunda pregunta.

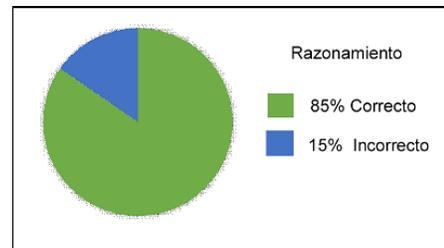


FIGURA 7. Resultados del razonamiento para la segunda pregunta.

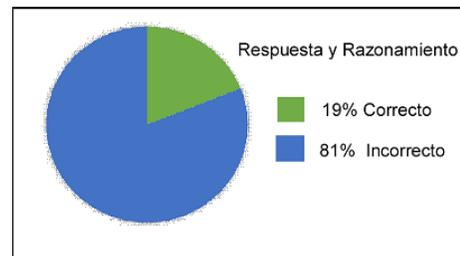


FIGURA 8. Resultados de respuesta y razonamiento para la segunda pregunta.

VI. PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO

Las preguntas de exploración fueron diseñadas para obtener resultados relacionados con problemas de entendimiento conceptual de los estudiantes. Se encontraron 28 errores de razonamiento. La figura 9 muestra los diez errores más importantes de esta exploración. Los errores se nombran con números del 1 al 28. La parte más oscura de la gráfica

representa el porcentaje de estudiantes que no mostraron razonamiento alguno. En este artículo se muestran ejemplos de cuatro de estos errores. Se observa que el error más frecuente es el número 7. Este problema conceptual se refiere a los estudiantes que suman o restan a los vectores como escalares. Aproximadamente una cuarta parte de los estudiantes cometieron este error. La Figura 10 muestra un ejemplo de este error etiquetado como *Suma como escalares*. Parece ser que este estudiante resta vectores como escalares, concluyendo que la magnitud de la diferencia es *menor que 6*. De acuerdo a la Figura 11, este estudiante suma vectores gráficamente conectando la cabeza del vector suma con la primera cola. Este es el error número 28, y lo comete cerca del 10% de los estudiantes. Este error se llama *Cerrando el polígono*. Esta podría ser la causa de la equivocación en cuanto a la dirección del vector suma. Otro error importante es el número 2. Este consiste en el *Uso del Teorema de Pitágoras* por parte de los estudiantes, a pesar de no tener un triángulo rectángulo. De nuevo cerca del 10% de estudiantes tiene esta dificultad. La Figura 12 muestra un ejemplo.

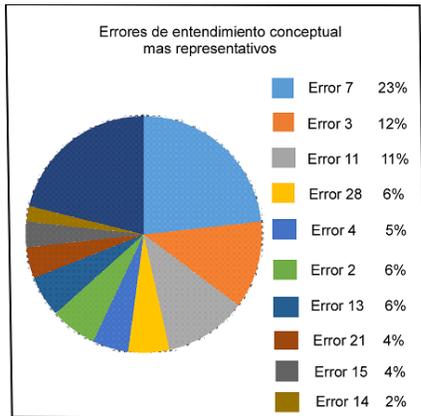


FIGURA 9. Lista de porcentaje de errores.

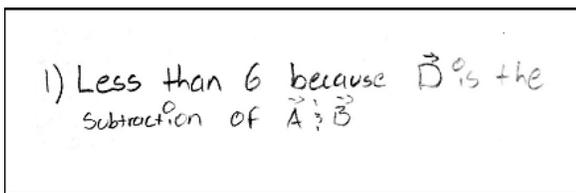


FIGURA 10. Ejemplo de un problema de razonamiento llamado *Sumando como escalares*.

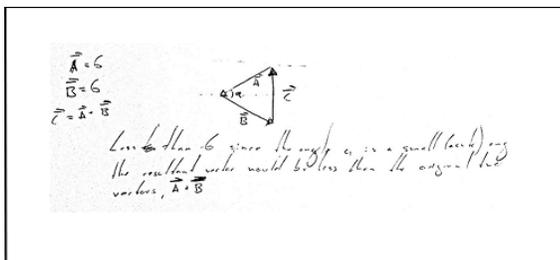


FIGURA 11. Ejemplo de un problema de razonamiento llamado *Cerrando el polígono*.

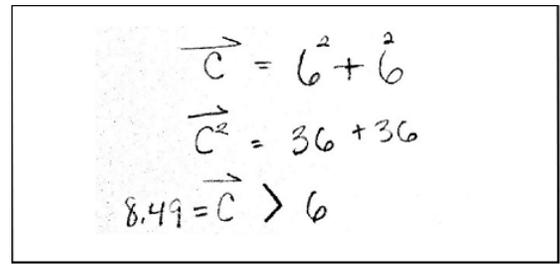


FIGURA 12. Ejemplo de un problema de razonamiento llamado *Uso del Teorema de Pitágoras*.

VII. CONCLUSIONES

Existen muchos problemas de orden conceptual relacionados con la suma y resta de vectores. Estas dificultades de entendimiento no son ajenas a la enseñanza tradicional. Varios estudiantes de los cursos introductorios de mecánica se enfrentan a esta problemática. Además, muchas de estas dificultades son ignoradas por los instructores. Los resultados muestran una diversidad de errores al sumar y restar cantidades vectoriales en su propio contexto. Parece ser que la enseñanza tradicional no aporta una didáctica que ayude a los estudiantes a desarrollar un entendimiento funcional de las operaciones entre vectores. También, la información obtenida sugiere que a pesar del uso de alumnos como tutores (TAs) durante el proceso del posible aprendizaje, los estudiantes están lejos de entender significativamente estos contenidos. Esta actividad apoya el hecho que los errores cometidos durante la suma y resta de vectores son más comunes de lo esperado. De acuerdo investigaciones conducidas en otras universidades, se han encontrado errores tales como: 1) Suma como escalares, 2) Cerrando el polígono, 3) Uso del Teorema de Pitágoras, y 4) Cabeza-con-cabeza. Flores, Kanim y Kautz [2] también encontraron estos problemas entre los alumnos de la Universidad Estatal de Nuevo México. Finalmente, en el futuro se conducirá una investigación que nos arroje más información, acerca de la efectividad de una propuesta didáctica en el aprendizaje de vectores. Esta propuesta se fundamentará en situaciones de aprendizaje en diversos contextos. Estos ajenos al propio contexto de las cantidades vectoriales.

REFERENCIAS

- [1] Flores, S., *Students use of vectors in mechanics*, Tesis de doctorado, Departamento de física, Universidad Estatal de Nuevo México, (2006).
- [2] Flores, S., Kanim, S. y Kautz, H., *Students use of vectors in introductory mechanics*, Am. J. Phys. **72**, 460-468 (2004).
- [3] González, M. D., *Transfer and measures of transfer in introductory physics*, Tesis de doctorado, Departamento de física, Universidad Estatal de Nuevo México, (2013).

- [4] Knight, D., *The vector knowledge of beginning physics students*, Phys. Teach. **33**, 74-78 (1995).
- [5] Nguyen N. and Meltzer D., *Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics courses*, Am. J. Phys. **71**, 630– 638 (2003).
- [6] Kanim, S., *An investigation of student difficulties in quantitative and qualitative problem solving: Examples*

from electric circuits and electrostatics, Tesis de doctorado, Departamento de Física, Universidad de Washington, (1999).

- [7] Knight, R. D., *Física para científicos e ingenieros*, 4ta. Ed., (Pearson, USA, 2013).