El rol de las analogías matemáticas como generador de teorías físicas

Reinaldo Welti
Laboratorio de Vibraciones y Ondas, Departamento de Física y Química, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Avenida Pellegrini 250, 2000 Rosario, Argentina.

E-mail: welti @fceia.unr.edu.ar

(Recibido el 21 de Junio de 2012; aceptado el 28 de Diciembre de 2012)

Resumen

La analogía entre dos fenómenos físicos se puede realizar en términos de una componente mecanismo y/o en términos de una componente matemática. El objetivo de este trabajo es mostrar que las *analogías formales o analogías matemáticas* permiten descubrir fenómenos empíricos y/o generar nuevas teorías físicas. En particular, se analizan los aportes de Huygens, Young y Fresnel a la teoría ondulatoria de la luz. Ellos formularon una descripción de la propagación de la luz y de los fenómenos de interferencia y difracción que ha perdurado en el transcurso del tiempo. Utilizaron, en particular, las analogías, entre las ondas de agua y las ondas sonoras con la luz.

Palabras clave: Física y matemática, analogías, principio de Huygens, el concepto de interferencia.

Abstract

The analogy between two physical phenomena can be performed in terms of a mechanism component and / or in terms of a mathematical component. The aim of this paper is to show that mathematical analogies has allowed detecting empirical phenomena and / or generate new physical theories. In particular, we analyze the contributions to the wave theory of light by Huygens, Young and Fresnel. They have performed a partial description of light propagation and interference phenomenon using the analogy between water waves and sound waves, with light.

Keywords: Physics and mathematics, analogies, Huygens principle, the concept of interference.

PACS: 42.25.-p, 42.25.Hz, 01.65.+g, 01.70.+w **ISSN 1870-9095**

I. INTRODUCCIÓN

Un fenómeno físico puede describirse cualitativamente mediante los mecanismos físicos subyacentes que dan cuenta de las "causas" que producen dicho fenómeno. El desarrollo de este tipo de explicación y su comprensión es una parte central y vital de la ciencia. La explicación por medio de los *mecanismos* requiere, en muchos casos, que vayamos más allá de lo visible o al nivel microscópico y la historia de la física nos muestra que ésta es, en general, una tarea difícil.

La descripción matemática es una manera diferente de comprender un fenómeno físico que puede surgir como una consecuencia, o como un complemento, de la explicación a través de los mecanismos. El beneficio que aportan las matemáticas en la formulación de las leyes físicas originó la idea de que *las leyes de la naturaleza están escritas en el lenguaje de las matemáticas*, una afirmación atribuida a Galileo que ha sido ratificada posteriormente, entre otros, por Newton, Einstein y Feynman.

La analogía entre dos fenómenos físicos se puede realizar en términos de una componente mecanismo y/o en términos de una componente matemática. El objetivo de este trabajo es mostrar que las *analogías formales o analogías matemáticas* han permitido descubrir fenómenos empíricos y/o generar nuevas teorías físicas. Las analogías son muy utilizadas en la física aunque sin exagerar podemos decir que las usamos en casi todas nuestras actividades intelectuales. En los últimos tiempos, los campos de la ciencia cognitiva, de la computación, y la inteligencia artificial han dado un nuevo impulso al análisis y la importancia filosófica de la analogía. El libro de Holyoak y Thagard [1] y el trabajo de Hoffman [2] dan buenas introducciones y una amplia lista de referencias.

El plan de este artículo es el siguiente: En la sección II se explican brevemente las analogías sustantivas basadas en los mecanismos y las analogías formales basadas en la matemática y *se analiza la conveniencia del lenguaje de la matemática para la formulación de las leyes de la física* [3, 4] que es considerada por algunos físicos como un enigma o como un milagro. Las analogías juegan un papel muy importante en la generación de nuevas teorías matemáticas, por lo tanto, no es de extrañar el rol de éstas en la física. En la sección III se detallan algunos de los aportes de Maxwell [5], en el desarrollo del concepto de la teoría de campos, en los que se puede apreciar el uso de la analogía para conciliar las descripciones cualitativas y figurativas de Faraday de los fenómenos electromagnéticos con las de los físicos de su época que utilizaban una descripción matemática más abstracta. Es importante subrayar que Maxwell sostiene que la manera en la que Faraday concebía estos fenómenos era también una descripción matemática, a pesar de que no la presentaba con los símbolos matemáticos convencionales. En el devenir histórico de la evolución de las teorías físicas observamos que generalmente las descripciones de los fenómenos que han tenido éxito, o las que han perdurado, son aquellas que captaron una ley que forma parte de una teoría física más completa desarrollada, en muchos casos, bastante más tarde. Los aportes de Huygens, Young y Fresnel a la teoría de propagación de las ondas de luz son ejemplos de este tipo de descripción y serán analizados en la sección IV. Ellos utilizaron la analogía entre las ondas de agua y/o las ondas sonoras para predecir el comporta-miento de la luz. Por ejemplo, si la luz es una onda, entonces debe superponerse de la misma manera que las ondas superficiales en el agua o las ondas acústicas. Tenían muy claro que los mecanismos de propagación de la luz, del sonido y de las ondas superficiales en el agua eran diferentes, las analogías que hacían no eran, por consiguiente, entre mecanismos, eran analogías matemá-ticas. Al igual que Faraday con el electromagnetismo, el método de concebir los fenómenos por parte de Huygens, Young y Fresnel era matemático a pesar de que no lo presentaban con los símbolos matemáticos habituales. Ellos pudieron intuir propiedades y leyes de la luz compatibles con la descripción matemática rigurosa que recién se concretó a mediados del siglo XIX.

II. LAS ANALOGÍAS SUSTANTIVAS Y FORMALES

El desarrollo de sistemas explicativos se encuentra regulado frecuentemente, por el deseo de descubrir y utilizar analogías estructurales entre los fenómenos en investigación y otros ya conocidos. La historia de la ciencia suministra abundantes ejemplos de la influencia de la analogía sobre la formulación de las ideas teóricas, y muchos científicos han expresado claramente el papel que desempeñan las analogías en la construcción de las nuevas teorías. Maxwell hizo una instructiva descripción [6] acerca de cómo se pueden explotar las analogías en la ciencia. Describió una "*analogía física*" como "*la parcial semejanza entre las leyes de una ciencia y las de otra por la cual cada una de ellas ilustra a la otra*". En [7] afirma que la semejanza de la forma matemática entre algunas de las leyes de la electricidad y el movimiento de fluidos incompresibles es útil "*para estimular las ideas matemáticas apropiadas*". Maxwell sostenía que no todas las analogías responden al mismo esquema y las clasificó en *sustantivas* y *formales*.

Nagel [8] y otros filósofos de la ciencia han incorporado esa clasificación. En las *analogías sustantivas* se toma como modelo un sistema con elementos que poseen propiedades conocidas y relacionadas mediante leyes del sistema. Ese modelo se usa para la construcción de un segundo modelo para el nuevo sistema. Las diversas teorías atomísticas de la materia ilustran la utilización de este tipo de analogías. Las suposiciones de la teoría cinética de gases, por ejemplo, están modeladas según las conocidas leyes del movimiento de esferas elásticas macroscópicas, como las bolas de billar.

En el segundo tipo de analogías, el de las *analogías formales*, el sistema que sirve como modelo para construir una teoría es una estructura conocida de relaciones abstractas, y no, como en el caso de las analogías sustantivas, un conjunto de elementos más o menos perceptibles que se encuentran en relaciones conocidas unos con otros. Los matemáticos emplean con frecuencia estas analogías formales para elaborar alguna nueva rama de su disciplina.

El matemático Atiyah [9], en una conferencia dedicada a la interacción entre la matemática pura y aplicada, se refirió a la importancia de las analogías en estos términos: "…*cuando tomamos las analogías seriamente y prose-guimos sus consecuencias estamos desarrollando modelos matemáticos, en las que se enfatizan las semejanzas y se ignoran las diferencias. Así la matemática puede ser considerada como la Ciencia de la Analogía*".

Zelasko [10] menciona que una de las frases preferidas del conocido matemático S. Banach era: "*Un matemático es alguien que encuentra analogías entre teoremas; un mejor matemático es alguien que puede ver analogías entre pruebas, y un matemático aún mejor es quien detecta analogías entre teorías. Podemos imaginar al matemático supremo como aquel que puede ver analogías entre analogías*".

El físico E. Wigner [3] considera que "…*el milagro de la conveniencia del lenguaje de la matemática para la formulación de las leyes de la física es un obsequio maravilloso que nosotros no entendemos ni merecemos*"

La analogía fructífera, en el sentido de Maxwell, es un isomorfismo, una equivalencia de forma, es decir, es una analogía *matemática*. La física no solamente utiliza la matemática para exponer sus teorías sino que, además, como ésta, también recurre a las analogías para generar algunas de sus teorías. En otras palabras, los modelos formales desempeñan un papel muy importante en la física porque su lenguaje es la matemática.

Las analogías matemáticas han estado siempre presentes en el desarrollo de los conceptos físicos pero tuvieron un fuerte impulso con la incorporación del análisis matemático en la formulación de las teorías físicas entre los siglos XVIII y XIX. Para dar un ejemplo, observemos que la misma ecuación de Laplace se encuentra en la teoría de la gravitación newtoniana, en el movimiento de líquidos, en el potencial eléctrico, en la magnetostática, en la propagación del calor y en muchas más. Todas estas teorías se esclarecen mutuamente, se intercambian, se prestan sus lenguajes. Estas analogías matemáticas nos hacen presentir las analogías físicas y son muy útiles aun en la ausencia de parentesco entre los mecanismos de los fenómenos involucrados.

Steiner [11] considera que, además de la cuestión de explicar la aplicabilidad de los conceptos matemáticos para la descripción del mundo físico, tienen un interés especial los casos donde las matemáticas juegan un rol crucial para hacer predicciones. Entonces, según la versión de Steiner, el enigma de Wigner no está simple-mente en la conveniencia de las matemáticas para la formulación de las teorías físicas, sino en el papel que juega la matemática en el descubrimiento de las teorías físicas.

Es sorprendente que los matemáticos, guiados por su sentido de la belleza, lleguen a desarrollar estructuras formales que los físicos utilizan luego en el desarrollo de sus nuevas teorías, incluso cuando los matemáticos no tuvieron en mente este beneficio.

Tal vez la interacción más sorprendente entre la física y la matemática, en estos momentos, es la que se encuentra en la Teoría Cuántica de Campos y en la Teoría de Cuerdas [12]. Cualquier interacción es un proceso de dos vías pero en los últimos años, la característica más sorprendente es el poder predictivo de la teoría de cuerdas en la matemática pura. Esto se está produciendo no solamente en áreas tradicionales, con una interfaz común, sino mucho más allá de eso, en el propio interior de la matemática pura, como en la geometría algebraica y la teoría de números.

Los matemáticos dan la bienvenida a esta interacción y están felices de usar la efectividad "*poco razonable de las ecuaciones de la física matemática en la matemática pura*". Ya antes de la Teoría de Cuerdas, H. Weyl [13] se interesó en la teoría de la representación de los grupos debido a su aplicación en la mecánica cuántica. Esta teoría, sin embargo, es ahora una herramienta que se emplea en toda la matemática: el álgebra, la geometría y teoría de los números.

Poincaré en la introducción a *La valeur de la science* [14] afirma que "*La analogía, la belleza y la matemática se asocian naturalmente en el desarrollo de muchas teorías físicas y la analogía* (*en el sentido profundo, la analogía matemática*) *se ha reservado la función de expresar la armonía que se dan en las leyes de la física y las matemáticas*". "*La armonía interna del mundo*", revelada por "*las analogías íntimas de las cosas*", es la "*única verdadera realidad objetiva*".

III. MAXWELL Y LA UTILIZACIÓN DE LAS ANALOGÍAS

La analogía entre el flujo de calor y el flujo de carga eléctrica fue planteada por W. Thompson en 1842 [15]. J. C. Maxwell se basó en el trabajo de W. Thompson para apoyar con una descripción más analítica a la noción geométrica de las "*líneas de fuerza*" que M. Faraday suponía surgían de un cuerpo cargado eléctricamente, hipótesis que fue muy criticada por los físicos y matemáticos de su tiempo. A continuación transcribimos los argumentos de Maxwell [16]:

"*Antes de iniciar el estudio de la electricidad resolví no leer ninguna matemática sobre el tema hasta no haber hecho la primera lectura de* (el libro escrito por M. Faraday), *"Experimental Researches on Electricity"* [17]. *Era conciente de que existía una diferencia entre la forma en que Faraday concebía los fenómenos y cómo lo hacían los matemáticos, lo que hacía que ninguno de ellos estuviera satisfecho con el lenguaje del otro. También tenía la convicción de que esta discrepancia no se debía a que alguna de las partes estaba equivocada. Me convenció de esto Sir W. Thomson, a quien por su asesoramiento y asistencia, como también por sus trabajos publicados, le debo la mayor parte de lo que he aprendido sobre el tema.*

Cuando comencé con el estudio de Faraday, percibí que su método de concebir el fenómeno era también matemático, a pesar de que no lo presentaba con los símbolos matemáticos habituales. Encontré además que su método puede ser expresado en la forma matemática ordinaria y pude así compararlo con las descripciones de los matemáticos profesionales.

Por ejemplo, Faraday, con los ojos de su mente, veía líneas de fuerza atravesando todo el espacio donde los matemáticos veían centros de fuerza que se atraían a distancia. Veía un medio donde ellos no veían nada más que distancias, y pensaba que los fenómenos eléctricos se debían a acciones reales que ocurrían en el medio, mientras que los matemáticos quedaban conformes admitiendo que las interacciones eléctricas eran acciones a distancia".

Maxwell vio una analogía entre las líneas de fuerza de Faraday y el movimiento estacionario de un fluido incompresible, como el agua, y la desarrolla en su trabajo: "*El agua fluye a lo largo de líneas definidas; de modo que una superficie que encierre a estas líneas tendrá la propiedad de que nada de agua atravesará su superficie. En cualquier flujo de agua podemos imaginarnos numerosas superficies* (*tubos de flujo*) *cada una de las cuales permanece siempre llena de agua. Por consiguiente, la cantidad de agua que cruza por segundo cualquier sección transversal del tubo es siempre la misma. Por lo tanto, a partir de la forma del tubo podemos obtener información sobre la dirección e intensidad del flujo, donde el tubo es más ancho el flujo será proporcionalmente más pequeño y viceversa.*

Podemos también imaginarnos en el fluido una serie de superficies sobre las que la presión se mantiene constante. Estas superficies cortan los tubos de flujo en ángulos rectos. Vamos a suponer que dibujamos estas superficies de modo que la diferencia de presión entre dos superficies consecutivas sea la unidad. Entonces estas superficies estarán más próximas donde la presión cambia más rápidamente, mientras que donde la variación de presión es lenta, la distancia entre dos superficies consecutivas será considerable.

Si en una cierta situación podemos dibujar las superficies de presión y los tubos de flujo, podemos determinar completamente el movimiento del fluido. Ahora, las mismas expresiones matemáticas que aparecen en la *teoría hidrodinámica aparecen también en la teoría de la electricidad, solamente el significado de los símbolos cambia. En lugar de velocidad del fluido tenemos que escribir fuerza eléctrica. La diferencia de presión en el fluido es la diferencia de potencial eléctrica.*

Las superficies y tubos, dibujadas como la solución de cualquier problema hidrodinámico, nos proporcionan también la solución de un problema eléctrico. Los tubos de flujo son los tubos de fuerza de Faraday, las superficies de presión constante son superficies de igual potencial eléctrico". La analogía entre ambos es completa.

En términos de la historia de la Teoría de Campos, este trabajo de Maxwell fue un paso muy significativo, puesto que llevó las concepciones físicas y geométricas de Faraday al terreno de la física de un medio continuo, que puede ser estudiado con técnicas avanzadas de cálculo, en particular el análisis vectorial. En términos de nuestra comprensión de la metodología de Maxwell, este trabajo es también sumamente revelador, pues demuestra una característica y el uso consciente de lo que Maxwell llama la *analogía física*.

Una de las contribuciones más importantes de Maxwell fue la modificación que introdujo en la ley de Ampère, al incluir una *corriente de desplazamiento*, que no es una corriente eléctrica en el sentido usual (la así llamada *corriente de conducción*), sino una velocidad de cambio (respecto del tiempo) del campo eléctrico. Esta modificación fue hecha en base a una analogía formal, no sobre una evidencia empírica. La analogía estaba basada sobre el principio de conservación de la masa en un fluido (ecuación de Euler). La ecuación de Ampère modificada por Maxwell quedó entonces compatible con lo que ahora llamamos el principio de conservación de la carga eléctrica. Maxwell aportó, por lo tanto, una nueva ley a la física, la conservación de la carga eléctrica, que se encontró que es exacta, al menos hasta ahora.

Pero, mirándolas desde un ángulo nuevo, Maxwell reconoció que las ecuaciones se hacen más simétricas si se agrega la corriente de desplazamiento. Esta corriente, por otra parte, es muy pequeña comparada con la corriente de conducción de modo que no producía efectos que podían ser detectados con la tecnología que se aplicaba en ese tiempo. Maxwell hizo esta modificación de las leyes del electromagnetismo, admitidas hasta ese momento, sin que haya existido ninguna experiencia que la exija. Poincaré afirma que este logro de Maxwell "*es porque él ha estado profundamente impregnado del sentimiento de la simetría matemática*" y "*tenía en gran consideración el significado de las analogías matemáticas*" [18].

Las leyes de Gauss para la electricidad y para el magnetismo, la ley de Faraday y la ley de Ampère con la corriente de desplazamiento incluida, son conocidas ahora como las ecuaciones de Maxwell y son una expresión de la hermosa unidad del electromagnetismo. A partir de estas ecuaciones, Maxwell demuestra que las interacciones entre los campos eléctricos y magnéticos entre sí dan lugar a una onda electromagnética, vaticinando de esta manera el fenómeno de radiación electromagnética. Además, mostró que la velocidad de propagación de estas ondas es la velocidad de la luz. Esta fue la primera evidencia de que la luz es una onda electromagnética. Estas predicciones, que fueron confirmadas por Hertz, 20 años después que Maxwell formulara su teoría y 8 años después de su fallecimiento, estaban basadas sobre una analogía matemática formal y sobre consideraciones estéticas. A casos como este es lo que Steiner [11] y Wigner [3] denominan un *enigma*.

IV. LAS ANALOGÍAS MATEMÁTICAS Y LAS TEORÍAS ONDULATORIAS

El formalismo matemático para la descripción de las ondas mediante las ecuaciones diferenciales que aceptamos hoy fue desarrollado entre los años 1740 y 1770, por D`Alambert, Bernouilli, Lagrange y Euler para las ondas mecánicas y por Maxwell, en 1864, para las ondas electromagnéticas. Sin embargo, la propiedad central de las ondas lineales, el principio de superposición, puede ser fácilmente observada en las ondas de agua, proporcionando de esta manera la analogía que Huygens y Young utilizaron para obtener una descripción para la propagación de la luz. Fresnel se basó en los trabajos de ambos y utilizó su conocimiento del formalismo de las ondas sonoras para elaborar su teoría. En esta sección expondremos brevemente los aportes que han hecho Huygens, Young y Fresnel (HYF) para el desarrollo de la teoría ondulatoria de la luz y la utilización que hicieron de las analogías matemáticas entre los diferentes tipos de ondas, aun cuando desconocían las ecuaciones diferenciales que las describían. Actualmente, para el que conoce las teorías matemáticas de estas diferentes ondas, estas analogías son casi triviales. Sin embargo, el método que utilizaron es muy conveniente para introducir la física de las ondas en el nivel medio y en el ciclo básico universitario, pues permite hacer analogías matemáticas entre fenómenos físicos diferentes aun cuando no se conozcan completamente las teorías matemáticas que describen esos fenómenos.

La eficacia de las analogías matemáticas en la teoría de ondas se debe en gran medida a que la ecuación de ondas lineal,

$$\Delta\Phi = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}, \tag{1}$$

se aplica a muchos tipos de ondas. La función Φ puede ser la presión de una onda sonora, los desplazamientos transversales de una cuerda o una de las componentes del campo eléctrico o magnético. La constante c, que depende solamente de las propiedades del medio, es la velocidad de propagación de la onda.

Si Φ_1 y Φ_2 son dos soluciones de la ecuación de ondas, entonces,

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \tag{2}$$

es también solución de la ecuación de ondas. Este es el principio de superposición, que es la base de la interferencia, la difracción y la reflexión por obstáculos. Esta teoría lineal es la que crea la base general o el lenguaje común para establecer las analogías a las cuales se referían Atiyah [9] y Poincaré [14].

A. La teoría ondulatoria de Huygens para la luz

Huygens, en su libro Treatise on Light, publicado en 1669 [19] expone claramente su desacuerdo con la teoría de la emisión corpuscular de Newton con los siguientes argumentos: "…*Además, si se tiene en cuenta la extrema rapidez con la que la luz se propaga, y cómo, cuando se cruzan en diferentes direcciones, incluso directamente contrarias, los rayos se atraviesan unos con otros sin obstaculizarse, uno puede entender muy bien que cuando vemos un objeto luminoso, no puede ser que la luz nos llegue por medio de algún transporte de materia que viaja hacia nosotros a partir de este objeto, en la forma de una bala o una flecha que atraviesa el aire* (...). *Es por lo tanto de alguna otra manera que la luz se propaga, y lo que nos puede llevar a comprenderla es el conocimiento que tenemos sobre la propagación del sonido en el aire*".

Pero cuando una onda se propaga, las vibraciones perturban un medio material. La luz del sol que nos ilumina, debe recorrer la distancia que la separa de la tierra: es necesario entonces que un medio (el éter) llene el espacio intersideral. Huygens se ve obligado a postular la existencia de este medio indispensable para su teoría. "*Si además, la luz toma un tiempo para viajar de un lugar a otro, se desprende que este movimiento, impreso sobre la materia que se interpone, es progresivo, y consecuentemente se irradia (en todas las direcciones) como el sonido lo hace en ondas y superficies esféricas. Lo llamo ondas por su parecido a las que se forman en el agua cuando una piedra cae en la misma, y que presenta una propagación sucesiva en círculos, a pesar de que estas surgen de otra causa y están solo sobre una superficie plana*".

La propiedad de que los pulsos de ondas que se cruzan sin ser perturbados es una de las principales propiedades de las ondas lineales - fácilmente observada con ondas que se propagan en el agua - proporcionó a Huygens la analogía que lo animó a saltar a una descripción diferente de la propagación de la luz. La base matemática común para la descripción del movimiento de las ondas en el agua, el sonido y la luz es lo que hace poderosa la analogía a pesar de las diferencias entre sus mecanismos subyacentes.

¿Cómo imagina Huygens al medio en el cual la luz se propaga?: "…*debido a la extrema velocidad de la luz, y a otras propiedades que esta tiene, no puedo admitir que la luz se propague como el sonido (a través de compresiones y expansiones del aire) y voy a mostrar aquí la forma en que concibo cómo la luz se propaga*". Sugiere entonces Huygens la experiencia de colocar esferas muy rígidas de igual tamaño, a lo largo de una línea recta, de modo que ellas se toquen entre sí. "*... entonces, si se golpea con una esfera similar a la primera de estas esferas, el movimiento pasa casi instantáneamente a la última de ellas, la cual se separa de la fila, sin que uno perciba el movimiento de las otras. El movimiento se hace más rápido incrementando la rigidez de las esferas*". El éter de Huygens está compuesto, por lo tanto, por esferas minúsculas que están en contacto entre sí. Para que la velocidad de propagación sea tan alta como la velocidad de la luz que midió Roemer (contemporáneo de Huygens) en el año 1676 [20], Huygens supone que las partículas del éter "*están dotadas de una dureza casi perfecta y de una elasticidad tan grande como nos plazca*".

B. El principio de Huygens

Huygens [19] sugirió que cada punto del espacio que es alcanzado por una perturbación luminosa se convierte en una fuente de onda esférica, y la suma de todas estas ondas secundarias determina la forma de la onda en cualquier instante posterior. Supone que las ondas secundarias sólo viajan hacia adelante pero no explica por qué. Utilizando este método Huygens demuestra la propagación rectilínea de la luz: "…*cada porción de una onda se propaga de modo tal que sus extremidades yacen siempre entre las mismas líneas rectas que se dibujan desde el punto luminoso. Así la porción BG de la onda, que tiene al punto luminoso A en su centro, se extenderá hasta el arco CE limitado por las líneas rectas ABC y AGE. A pesar de que las ondas secundarias producidas por las partículas que están comprendidas dentro del espacio CAE llegan también afuera de este espacio, estas no concurren en el mismo instante para componer la onda donde termina el movimiento, lo que sucede precisamente en la circunferencia CE, que es su tangente común*".

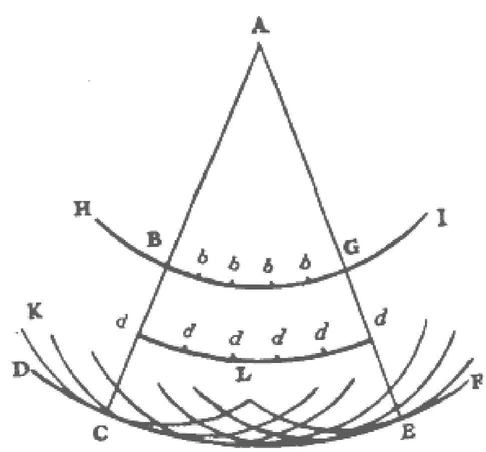

FIGURA 1. Diagrama que utilizó Huygens para mostrar que la luz que salió de A y que llega al arco BG, después de un cierto tiempo llega al arco CE. Los dos arcos están entre las rectas AC y AE.

Utilizando este método Huygens explicó también la reflexión y la refracción de la luz, la curvatura de una onda que se propaga en un medio no homogéneo, y el fenómeno de doble refracción que tiene lugar en algunos cristales. Aunque no pudo explicar la interferencia y la difracción, este método, conocido ahora como el *Principio de Huygens* es uno de los conceptos fundamentales de la teoría de ondas.

Huygens no atribuyó una frecuencia o periodicidad a sus ondas de luz. Él concibió la luz como una perturbación tipo pulso, y aunque seguramente pudo haber imaginado que habría secuencias de estos pulsos, asoció la sensación de luz con cada pulso individual (con la "presión" que éste producía en los ojos) y no con la secuencia de pulsos, esto es, con la frecuencia de las ondas. Fresnel, como veremos más adelante, remarca explícitamente que en el éter de Huygens no puede propagarse una onda armónica, y que ésta es la causa por la cual Huygens no pudo explicar el fenómeno de interferencia y, por lo tanto, la difracción. Naturalmente, esto le impidió también explicar el mecanismo del color, incapacidad que admitió con franqueza. En el prefacio de su Tratado [19] escribió: "*Confío en que habrá algunos que impulsarán estas investigaciones mucho más allá de lo que he podido hacer, porque el tema no es de los que se agotan fácilmente. Esto es evidente en aquellas partes del tema que he indicado como demasiado difícil para su solución, y más evidente en aquellos asuntos en los que no he tocado nada, como los distintos tipos de cuerpos luminosos y toda la cuestión del color, lo que todavía nadie puede explicar*".

C. Los orígenes del concepto de interferencia

Los comerciantes ingleses en el siglo XVII observaron un curioso comportamiento de las mareas en el golfo de Tongkin (hoy Hanoi). El patrón de las mareas fue descrito en 1684, por el viajero inglés F. Davenport, en una nota publicada en *Philosophical Transactions* [21]. En esa región nunca hay más de una marea alta al día, y dos veces cada mes lunar, a intervalos de 14 días, no hay ninguna marea. En los siguientes siete días, la altura de la marea aumenta y llega a su mayor altura cuando la luna está en su máxima declinación.

Esta anormalidad concitó la atención de la comunidad científica inglesa, y es natural que Newton se haya ocupado del tema en su *Principia* de 1688. Newton [22] atribuyó el patrón de las mareas de Tongkin a la superposición de dos mareas que llegan de diferentes direcciones. Una marea, sugirió, procede del mar de China, con un retraso de 6 horas, y la otra del mar de la India, con un retraso de 12 horas. Cuando ellas tienen la misma amplitud sus efectos se cancelan en la zona del golfo de Tongkin.

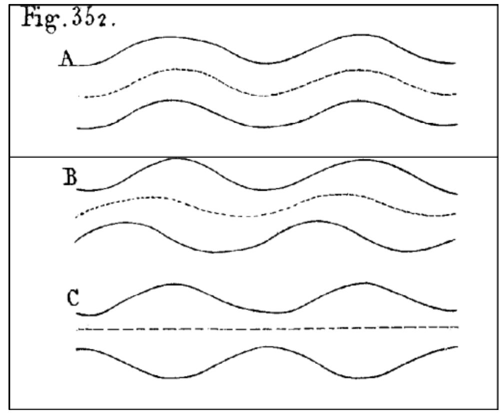

FIGURA 2. Figuras utilizadas por Young para mostrar la interferencia constructiva y destructiva de las ondas. Las líneas sólidas en *A* muestran a las dos ondas componentes en fase mientras que la central, en líneas a trazos, es la onda resultante reducida a la mitad de su valor. Las líneas sólidas en *B* y *C* muestran las ondas componentes en diferentes relaciones de fase.

A pesar del interés de Newton en los colores de películas delgadas y de estar al tanto de su carácter periódico, no hizo la transposición entre el comportamiento de las mareas de Tongkin con las variaciones de los colores en una burbuja de jabón [23]. Ese salto fue realizado por T. Young y fue recién en 1801 que el concepto de interferencia surgió como un principio aplicable por igual a la interacción de las mareas, los batidos producidos por la superposición de dos sonidos de casi la misma frecuencia, y para los colores de películas delgadas. Este principio - él mismo lo llamó una ley general, [24] - ha demostrado ser el más valioso de los muchos legados de Young a la ciencia.

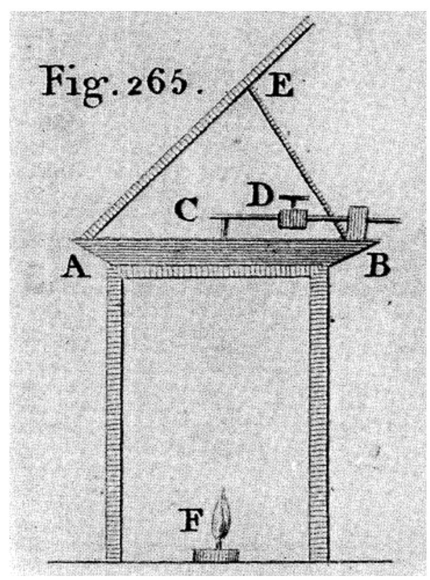

FIGURA 3. Dibujo de Young de su cubeta de ondas.

En los manuscritos de sus conferencias realizadas en la *Royal Institution*, Young explica las anomalías de las mareas en el Golfo de Tongkin mediante la superposición de las mareas componentes [25]: "….*si entran al canal de manera que las elevaciones de una serie coincidan con las de la otra, juntas deben producir una serie de elevaciones simultáneas mayores; pero si las elevaciones de una serie están situadas de manera que coincidan con las depresiones de la otra, entonces éstas deben llenar estas depresiones y la superficie del agua debe permanecer lisa. Ahora yo sostengo que efectos semejantes tienen lugar siempre que dos porciones de luz se mezclan en esta forma y a esto lo llamo la ley general de la interferencia de luz*".

Para facilitar la explicación utilizó imágenes como la que se muestra en la Fig. 2, [26]. En esa gráfica Young reduce la resultante a la mitad de su valor. Esto le quita impacto y claridad a su explicación. Esta manera poco comprensible de escribir por parte de Young animó a uno de sus contemporáneos a afirmar que "… *entre todos los hombres que he conocido es el que peor comunica sus pensamientos*" [27].

La bandeja de ondas es esencialmente una computadora analógica y fue utilizando instrumentos de este tipo que Huygens y Young pudieron descubrir fenómenos que tienen una descripción matemática común para las ondas en agua, las ondas sonoras y las ondas luminosas. Young en sus *Lectures* [26] muestra un dibujo de la bandeja de onda que él utilizaba (Fig. 3).

D. La interferencia de Young de las dos rendijas

Young, en su tratado *Lectures on natural philosophy and the mechanical arts* [26] explica la interferencia de la luz de la siguiente manera: "*Suponiendo que la luz de un determinado color consiste en ondulaciones de una cierta longitud de onda, se sigue que estas ondulaciones pueden dar lugar a los mismos efectos que ya hemos examinado en el caso de las ondas en agua y ondas sonoras. Se ha mostrado que dos series iguales de ondas, que se originan en centros que están próximos entre sí, pueden destruirse uno con el otro en ciertos puntos, mientras que en otros se duplican; y el batido de dos sonidos se puede explicar mediante una interferencia similar. Aplicamos ahora los mismos principios a la superposición y desaparición de los colores.*

Para que los efectos de dos porciones de la luz puedan ser combinadas de esta forma, es necesario que salgan del mismo origen, y que lleguen al mismo punto por caminos diferentes, en direcciones que no se aparten mucho entre sí.

Para esclarecer, Young remite a sus lectores a una figura de sus lecciones sobre hidráulica [26], (Fig. 4), que representa el patrón de interferencia que se produce cuando "*se tiran simultáneamente dos piedras iguales en un estanque*". Se dice que el primer patrón observado por Young fue la interferencia de las ondas generadas por dos cisnes en una laguna del Emmanuel College. Sin embargo, lo más probable es que lo haya observado en su bandeja de ondas (Fig. 3). "*El medio de las dos porciones es siempre brillante y las franjas brillantes que están a cada lado están en distancias tales que la luz que le llega de una de las aberturas debe haber recorrido una distancia que es más larga que la que le viene de la otra en una longitud de dos, tres o más longitudes de onda, mientras que las zonas oscuras corresponden a una diferencia de camino de una media, tres media o más longitudes de onda.*

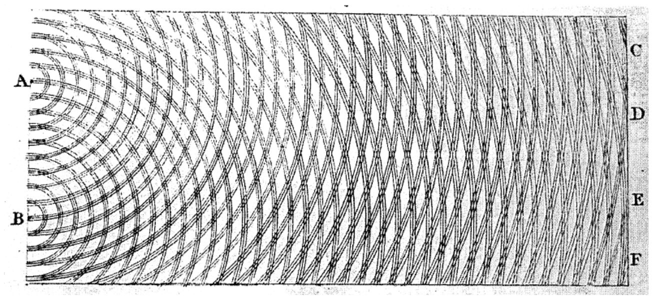

FIGURA 4. Patrón de interferencia que se "*obtiene tirando dos piedras de igual tamaño en un estanque, al mismo tiempo*".

Comparando los resultados de varios experimentos, se puede estimar que la longitud de onda de la luz roja extrema en el aire es de aproximadamente 1/36000 *pulgadas y la del violeta extremo* 1/60000 *pulgadas, mientras que la media del espectro total es de* 1/45000 *pulgadas. A partir de estas dimensiones se sigue -utilizando la velocidad de la luz conocida- que casi* 500 *millones de millones de longitudes de onda de estas ondulaciones entran en el ojo en un segundo*". En la Fig. 5 se muestra el diagrama de interferencia dibujado por el propio Young [26].

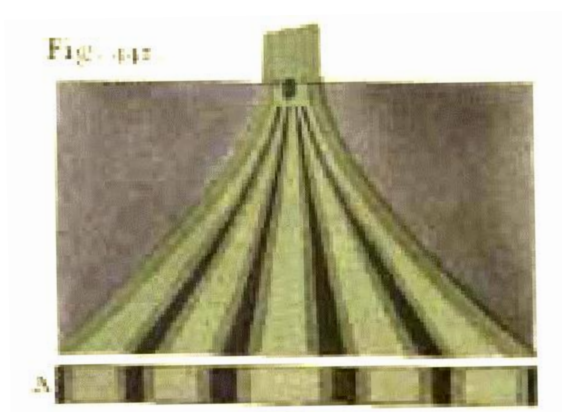

FIGURA 5. El diagrama de interferencia observado por Young (el dibujo original es coloreado, verde y negro).

Desafortunadamente Young nunca publicó un trabajo donde muestre claramente el dispositivo experimental con el que realizó su famosa experiencia. Sin embargo, su teoría sobre la interferencia se vio reforzada por la coincidencia cuantitativa entre sus mediciones y las mediciones realizadas por Newton utilizando películas delgadas.

E. Euler y la relación entre el color y la frecuencia

Young, [26], en su explicación de la interferencia de la luz afirma: "*Suponiendo que la luz de un determinado color consiste en ondulaciones de una cierta longitud de onda*…". Esto es, supone que el color de la luz está relacionado con la longitud de onda o la frecuencia de la onda luminosa. Cincuenta años antes, L. Euler (1746), en su libro *Nova theoria lucis et colorum*, [28] formuló la hipótesis de que la luz está constituida por ondas que se propagan en el éter de la misma manera que el sonido en el aire y por analogía con el sonido supuso que la sensación del color se debe a la frecuencia de estas ondas. La relación entre la frecuencia de vibración de una cuerda con la nota de la música producida fue establecida por Benouilli [29].

Euler expresó sus reflexiones de una manera más atractiva en sus *Cartas a una Princesa Alemana* [30]: "*La propagación de la luz se realiza de una manera muy similar al sonido…Las vibraciones de menor frecuencia producen las notas más bajas…Las circunstancias que acompañan a la sensación de la audición son perfectamente análogas a la de la visión. Sólo difieren el medio y la rapidez de las vibraciones*".

Estas ideas de Euler sin duda tuvieron influencia sobre Young [31] y, en un grado tal, que el propio Young lo ha reconocido [32]. En sus textos, Young habla naturalmente de la relación entre la longitud de onda y el color. Esta especulación de Euler, apropiada por Young, resultó un paso decisivo en la interpretación de la luz como una onda. No solamente explica una de las cualidades de la luz, sus colores, sino también le permitió a Young, superponiendo dos ondas armónicas, descubrir el principio de interferencia. Esta hipótesis estuvo ausente en la teoría de Huygens, razón por la cual, como lo afirma Fresnel, Huygens no podía explicar la interferencia ni la difracción.

F. La teoría de la difracción de Fresnel

Fresnel [33] mostró que el principio de Huygens, junto con el principio de interferencia formulado por Young, podría explicar tanto la propagación rectilínea de la luz como también los efectos de difracción. Para obtener un acuerdo con los resultados experimentales, tuvo que incluir supuestos arbitrarios sobre la fase y la amplitud de las ondas secundarias, y también un factor de oblicuidad.

Fresnel antes de tratar la difracción se dedica a la solución del problema de las interferencias que enuncia de esta manera: "*Dadas las intensidades y las posiciones relativas de un número cualquiera de sistemas de ondas luminosas de la misma longitud, que se propagan en la misma dirección, determinar la intensidad de la vibración resultante de la superposición de estos diferentes sistemas de ondas, es decir, la velocidad oscilatoria de las moléculas etéreas*".

Fresnel reconoce que fue Young el primero en introducir el principio de interferencia, pero que lo hace solamente para un sistema de dos ondas y no para un número cualquiera de ondas, incluso infinito, que es lo que él se propone hacer.

Después de calcular la superposición, en un punto cualquiera del éter, de las ondas armónicas producidas por un número arbitrario de fuentes luminosas se propone resolver el problema de difracción: "*…después de haber indicado la manera de determinar la resultante de un número cualquiera de ondas luminosas, voy a mostrar cómo, con la ayuda de las fórmulas de interferencia y del principio de Huygens, es posible explicar y aun calcular todos los fenómenos de difracción. Este principio, que me parece una consecuencia rigurosa de la hipótesis fundamental, puede enunciarse así*: *Las vibraciones de una onda luminosa, en cada uno de sus puntos, pueden ser consideradas como la suma de los movimientos elementales que allí enviarían en el mismo instante, todas las partes de esta onda considerada, en una cualquiera de sus posiciones anteriores*".

"*…es por la consideración de estas ondas elementales que Huygens ha explicado de una manera simple las leyes de la reflexión y de la refracción. Pero a su explicación le faltaba algo. El no había podido mostrar cómo se llega a un solo sistema de ondas a partir de esta multitud de sistemas de ondas elementales, porque no había considerado el principio de interferencia*. *…esto le ha hecho creer que la luz no podía desviarse hacia la sombra y le ha impedido explicar los fenómenos de difracción*…".

G. El principio de Huygens, Young y Fresnel

Young estuvo limitado por las herramientas matemáticas que tuvo a su disposición. La matemática simple que dominaba, tal vez mucho mejor que sus contemporáneos, era la suma de dos funciones armónicas sinusoidales de la misma frecuencia y diferente fase o de frecuencias levemente diferentes. Con esa herramienta pudo explicar no sólo el fenómeno de interferencia, sino también el fenómeno del batido de las ondas sonoras.

Fresnel extendió el principio de superposición de Young, apoyándose en el principio de Huygens, para el caso de infinitas fuentes discretas o distribuidas de manera continua. Los símbolos que utilizó podían aplicarse a ondas longitudinales o transversales. Su teoría podía, de esta manera, explicar la polarización. Esta concentración en el formalismo matemático no significa que Fresnel no se ocupaba de los mecanismos involucrados en el fenómeno. En su trabajo histórico: *La teoría ondulatoria de la luz: interferencia, difracción y polarización*, [34], afirma que: "*la más fuerte objeción a su teoría es que ésta se basaba en la semejanza entre la luz y el sonido"*. Fresnel, sin embargo, tuvo éxito en su teoría porque pudo expresar la analogía matemática, entre la onda de luz con otras ondas, superando así la dificultad que presentaban los mecanismos involucrados.

Fue Kirchhoff quien elaboró una deducción matemática para la difracción, basada en las ecuaciones de Maxwell. Las suposiciones arbitrarias realizadas por Fresnel para llegar a la ecuación de Huygens-Fresnel surgen naturalmente en la derivación de Kirchhoff [35].

Las ecuaciones "rigurosas" de Kirchhoff muestran que el principio de Huygens y la extensión que Fresnel realizó del mismo, son aproximadamente correctas para encontrar la solución de la ecuación de ondas en algunas situaciones. Esto significa que continuarán siendo verdaderas o casi verdaderas hoy como en la época en que se formularon, con independencia de cuánto ha progresado nuestro conocimiento del mundo desde entonces, porque las matemáticas tienen una naturaleza atemporal. Por lo tanto, el método de HYF seguirá siendo siempre considerado como un método que proporciona una buena base para la comprensión de la propagación de las ondas incluidas la interferencia y la difracción.

V. CONCLUSIÓN

Este trabajo, inspirado en la disertación de Atiyah [] y las afirmaciones de Poincaré []: "…*sin el lenguaje de las matemáticas la mayor parte de las analogías profundas, de diferentes fenómenos físicos, hubieran permanecido desconocidas para nosotros*", analiza la importancia de la componente matemática en las analogías exitosas y, en particular, las que realizaron HYF. Los aportes de HYF, originados en analogías matemáticas entre la luz con las ondas en el agua y/o sonoras, permitieron descubrir propiedades de las ondas de luz que son compatibles con la descripción matemática rigurosa concretada recién a mediados del siglo XIX. El principio que formularon no solamente continúa empleándose en fenómenos asociados con las ondas clásicas, sino que es uno de los ingredientes básicos de nuestra imagen física actual del mundo. Este principio resurge formalmente en el postulado fundamental de la electrodinámica cuántica [36, 37, 38]: "*... las funciones de onda de cualquier objeto se propagan sobre todas las trayectorias permitidas (no obstruidas) desde la fuente hasta un punto dado y la superposición (interferencia) de las integrales a lo largo de todas las trayectorias define la amplitud y la fase de la función de onda del objeto (por ejemplo, el fotón) en ese punto. No solamente los fotones, sino también los electrones, protones, átomos, moléculas y todos los objetos satisfacen este simple principio*". No es sorprendente su reaparición en la electrodinámica cuántica dado que en la física cuántica la descripción matemática de cualquier objeto se realiza mediante una función de ondas que satisface una ecuación diferencial lineal. Por lo tanto, muchos resultados de la cuántica son análogos - otra vez la analogía matemática - a los que se obtienen estudiando las ondas clásicas que también se describen mediante una ecuación diferencial lineal.

REFERENCIAS

[1] Holyoak, K. J. y Thagard, P., *Mental Leaps: Analogy in Creative Thought*, (MIT Press, Cambridge, MA, 1995).

[2] Hoffman, R. R., *Monster analogies*, AI Magazine **16**, 11-35 (1995).

[3] Wigner, E. P., *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*, Comunications in Pure and Applied Mathematics, **13**, 1-14 (1960).

[4] Pask, C., *Mathematics and the science of analogies*, Am. J. Phys. **71**, 526-534 (2003).

[5] Maxwell, J. C., *The Scientific Papers of James Maxwell*, (Dover, New York, 1890).

[6] Turner, J., *Maxwell on the method of physical analogy*, Br. J. Philos. Sci. **6**, 226-238 (1955).

[7] Maxwell, J. C., *A dynamical theory of the electromagnetic field*, Royal Soc. Trans. **CLV**, (1864).

[8] Nagel, E., *The Structure of Science*, (Harcourt, Brace and World, New York, 1961).

[9] Atiyah, M. F., '*Bakerian lecture, 1975: Global geometry*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **347**, 291–299 (1976).

[10] Zelasko, W., *On some classes of ideals in commutative Banach algebras*, Milan Journal of Mathematics **48**, 51-58 (1965).

[11] Steiner, M., *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*, (Harvard University Press, Cambridge, MA, 1998).

[12] Penrose, R., *El Camino a la realidad*, (Random House Mondadori, S. A., Barcelona, 2006).

[13] Weyl, H., *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, (Princeton University Press, Princeton, 2009).

[14] Poincaré, H., *La valeur de la science*, (Flammarion París, 1904).

[15] Thomson, W., *On the uniform motion of heat in homogeneous solid bodies, and its connection with the mathematical theory of electricity*, Camb. Math. J. **3**, 71–84 (1843).

[16] Maxwell, J. C., *On Faraday's lines of force*, Trans. Cambridge Philosoph. Soc. **X**, Part **I** (1855).

[17] Faraday, M., *Experimental Researches in Electricity*, (1861), Reimpreso (Dover, NY, 2004).

[18] Paty, M., *La analogie mathematique au sens de Poincaré et sa fonction en physique*, en M.-J. Durand-Richard, Ed. *L'analogie dans la d´emarche scientifique*. *Perspective historique*, (L'Harmattan, Paris, 2008).

[19] Huygens, *Traite de la Lumiere*, (1690), Reimpreso (Dover, NY, 1962).

[20] Shea, J. H., *Ole Rømer, the speed of light, the apparent period of Io, the Doppler effect, and the dynamics of Earth and Jupiter*, Am. J. Phys. **66**, 561-569 (1988).

[21] Davenport, F., *An account of the course of the tides at Tonqueen in a letter from Mr Francis Davenport*, July 15 1678 *with the theory of them, at the Barr of Tonqueen, by the learned Edmund Halley*, Fellow of The Royal Society *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **14**, 677-688 (1684).

[22] Newton, I., *Philosophiae naturalis principia matemática*, 1688, Reimpreso (Joseph Streater, London, 1934).

[23] Mollon, J. D., *The origins of the concept of interferente*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, **360**, 807-819 (2002).

[24] Young, T., *A syllabus of a course of lectures on natural and experimental philosophy*, (Royal Institution, London, 1802).

[25] Young, T., *The Bakerian Lecture* [1801]. *On the theory of light and colours*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. **92**, 12-48 (1802).

[26] Young, T., *A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts*, (J. Johnson, London, 1807). Nueva edición, ed. por P. Kelland (Taylor and Walton, London, 1845).

[27] Pettigrew, T. J., *Medical Portrait Gallery*, Thomas Young, Vol. IV (Whittaker and Company, London, 1840).

[28] Euler, L., *Nova theoria lucis et colorum* (1746), Reimpreso en Opera Omnia, Vol. III.5, 1- 45.

[29] Darrigol, O., *The acoustic origins of harmonic análisis*, Arch. Hist. Exact Sci. **4**, 343-434 (2007).

[30] Euler, L., *Cartas a una princesa de alemania sobre diversos temas de fisica y filosofia*, (Prensas Universitarias de Zaragoza, Zaragoza, 1990).

[31] Hakfoort, C., *Optics in the Age of Euler*, Conceptions of the Nature of Light, (Cambridge University Press, Cambridge, 1995), pp. 1700–1795.

[32] Young, T., *Outlines of experiments and inquiries respecting sound and light*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. **90**, 106-150 (1800).

[33] Fresnel, A. J., *Mémoire sur la diffraction de la lumière*, Mémoires de l'Académie des Sciences (Paris), (Enviado a la Académie des sciences de Paris el 20 Abril 1818), **5**, 331-475 (1826).

[34] *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel*, publiées par MM. Henri de Senarmont, Emile Verdet et Léonor Fresnel, Paris, Impr. impériale, (1866-1870).

[35] Klein, M. V., Furtak, T. E., *Optics*, (John Wiley & Sons, New York, 1986).

[36] Feynman, R. P., *Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics*, Rev. Mod. Phys. **20**, 367-387 (1948).

[37] Feynman, R. P., *QED; The Strange Theory of Light and Matter*, (Princeton University Press, Princeton, 1985).

[38] Enders, P., *Huygens' Principle as Universal Model of Propagation*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 19-31 (2009).