

La visualización de conceptos matemáticos y el aprendizaje del electromagnetismo



Teresa Alvarez^{1,2}

¹Universidad Nacional Experimental de las Fuerzas Armadas, Núcleo Los Teques, Edo. Miranda, Venezuela.

²Instituto Universitario de Tecnología "Tomás Lander", Ocumare del Tuy, Edo. Miranda, Venezuela.

E-mail: terealvarez55@gmail.com

(Recibido el 14 de Noviembre de 2009; aceptado el 17 de Enero de 2010)

Resumen

El aprendizaje de la Física General en las carreras de ingeniería está, en muchas ocasiones, afectado por el poco dominio que tienen los estudiantes de las herramientas matemáticas necesarias para la formalización de los fenómenos en estudio. En el caso particular del electromagnetismo, esto se acrecienta por el hecho de que los conceptos matemáticos relativos al cálculo vectorial, en la mayoría de los currículos de ingeniería, se estudian simultáneamente con los fenómenos electromagnéticos, signados por el carácter vectorial del campo electromagnético. El desarrollo de las TIC ha permitido la producción de recursos basados en *applets* o aplicaciones interactivas que, dado su carácter virtual, hacen posible la visualización de conceptos abstractos. La investigación se basó en estudiar el efecto que tiene en el aprendizaje de los fenómenos electromagnéticos, la visualización de conceptos matemáticos involucrados en sus leyes, especialmente en la Ley de Gauss, mediante el uso de simulaciones en clases.

Palabras clave: Aprendizaje electromagnetismo, Visualización de conceptos, Simulaciones interactivas.

Abstract

Learning of General Physics in the engineering careers is, in many cases, affected because students have little knowledge of the mathematical tools necessary to formalize the phenomena under study. In the particular case of electromagnetism, it is enhanced by the fact that mathematical concepts concerning vector calculus, in most engineering curricula, are studied concurrently with electromagnetic phenomena, marked by the vector character of electromagnetic field. The development of ICT has enabled the production of resources based on applets or interactive applications that, because of its virtual properties, make it possible the visualization of abstract concepts. The research was based on studying the effect that, on learning of electromagnetic phenomena, has the visualization of mathematical concepts involved in its laws, particularly in the Law of Gauss, by using simulations in class.

Keywords: Electromagnetism Learning, Visualization of concepts, interactive simulations.

PACS: 01.40.-d, 01.50.-i, 41.20.-q

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las ciencias en general, y de la física en particular, siempre se ha apoyado en información visual que se le hace llegar a los alumnos para favorecer la comprensión de los fenómenos en estudio. Esta información visual, tradicionalmente, ha llegado a través de los esquemas, gráficos, fotografías, etc., presentes en los libros de texto o en las proyecciones de diapositivas y transparencias que complementan la exposición del profesor en las clases presenciales, y la experiencia pedagógica avala la importancia del rol que tales recursos juegan en el aprendizaje de los alumnos, en mayor o menor medida. De hecho las carreras pedagógicas incluyen en su currículo asignaturas sobre medios audiovisuales como recursos de aprendizaje. Es de suponer, entonces, que la irrupción de las nuevas tecnologías en los escenarios educacionales, con

cambios cualitativos en la manera en que la información visual puede llegar al estudiante, favorezca de forma especial algunos aspectos del aprendizaje, sobre todo los relacionados con los conceptos que requieran mayor nivel de abstracción por parte del que aprende. Es por eso que, en los últimos años, muchos investigadores en el campo de las ciencias de la educación han estado incorporando el término visualización, cada vez con mayor frecuencia. Mientras para Zimmerman y Cunningham [1] la visualización describe "los procesos de producción o uso de representaciones geométricas o gráficas de conceptos matemáticos, principios o problemas, ya sea dibujados a mano o generados por computadora", Gilbert [2] hace una revisión del rango de la terminología utilizada en el campo de la visualización, enfatizando que *toda visualización es de, y produce, modelos*, por lo que juega un rol central en el aprendizaje de las ciencias. En este trabajo nos referiremos a la

visualización como un término que abarca todos los procesos que contribuyen a la información que es transmitida a través de las imágenes, adicionalmente a la que se ofrece de forma verbal o mediante la simbología y la formalización matemática. Los estudiantes que se enfrentan a un curso de electromagnetismo, a nivel de ciclo básico en carreras de ingeniería, lo hacen a una situación en la cual están ante la necesidad de comprender los fenómenos relacionados con un ente físico que requiere de un alto nivel de abstracción para su comprensión, el campo electromagnético, y, a la vez, de la comprensión de entidades u objetos matemáticos que aparecen en la formalización de las leyes del electromagnetismo, que exigen de por sí, un nivel de abstracción aún mayor. Este es el caso de las integrales de superficie, volumen, trayectoria, los conceptos de flujo y circulación de un campo vectorial, etc. El alumno se va enfrentando simultáneamente a las dificultades asociadas al aprendizaje de la física, con las que son propias de la formación de estos conceptos matemáticos. Y esto en un campo de la física donde, su expresión a través del lenguaje matemático trasciende la mera utilización de fórmulas para la resolución de problemas. Pero son las propias características que dificultan su aprendizaje, o específicamente aquellas relacionadas con el nivel de abstracción de conceptos básicos para la comprensión de los fenómenos electromagnéticos, las que hacen que el uso de simulaciones computacionales de estos fenómenos puedan tener implicaciones en el aprendizaje cualitativamente diferentes a las que reflejan las leyes de otros campos de la física más cercanos al entorno cotidiano de los alumnos, como puede ser el de la Mecánica. Por esa razón es de esperar, que los recursos que apoyen o favorezcan el proceso de formación de estos conceptos, redunden en una mejor comprensión de los fenómenos físicos, y deben ser incluidos en las estrategias didácticas diseñadas para lograr los objetivos de la asignatura.

La idea de favorecer la formación de los conceptos matemáticos a través de la visualización, con vistas a ganar un objetivo posterior propio del área específica de estudio se ha puesto en práctica, también, en el aprendizaje de materias propias de las ingenierías. Tal es el caso de la enseñanza-aprendizaje de los procesos de optimización, donde los alumnos que se sienten motivados por la solución de problemas prácticos mediante métodos de optimización, se ven retados a la comprensión de algoritmos teóricos que involucran conceptos matemáticos de determinada complejidad. Se reportan entonces [3] experiencias en el uso de técnicas de visualización en sustitución de los métodos tradicionales de la enseñanza de la matemática, con el argumento de que ellas pueden facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos abstractos, al abordarlos desde otras perspectivas diferentes a la de formalización.

Estas razones nos llevan a considerar que una de las aplicaciones de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física, específicamente en los contenidos que se expresan matemáticamente a través de conceptos que requieren de grandes niveles de abstracción, debe estar en función de la visualización de estos conceptos, ampliamente enriquecida por las simulaciones que se logran

con los *softwares* basados en lenguajes de alto nivel, como Java o Flash.

II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

La importancia que los investigadores en el área le confieren a la información visual para la formación de los conceptos matemáticos, queda expresada en la idea de Zimmermann [4] cuando afirma que el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del cálculo que es difícil imaginar un curso exitoso de cálculo que no enfatice los elementos visuales del tema. Y que esto es especialmente cierto si el curso tiene la intención de promover un entendimiento conceptual. Balacheff y Kaput [5] afirmaban, hace más de una década, que las herramientas computacionales habían generado un nuevo realismo matemático, y enfatizaban el carácter manipulable de los objetos matemáticos en la pantalla, y su rol como herramientas de mediación del aprendizaje.

En los últimos años, las nuevas tecnologías han puesto de relieve las teorías sobre la importancia del uso de diferentes representaciones en la enseñanza de conceptos matemáticos, al hacer posibles nuevas formas de representar los objetos matemáticos, y su consecuente visualización por parte de los alumnos. Hacemos referencia aquí a las ideas de Duval [6] cuando analiza el conocimiento matemático, desde el punto de vista del aprendizaje, y el rol de la visualización en ese proceso. Mientras identifica las representaciones como concepciones estables y globales acerca de algo, que permiten varias maneras de evocar objetos dependiendo de cómo esté codificada la información, sostiene que la visualización parece enfatizar las imágenes y la intuición empírica de objetos y acciones. Aunque, insiste, no se pueden confundir los objetos matemáticos con sus representaciones, no existe otra manera de tener acceso a tales objetos que no sea produciendo una representación semiótica de los mismos pues, a diferencia de lo que ocurre en otros campos de conocimiento, no es posible tener un acceso perceptual o instrumental a los mismos. Refiriéndose a la formación de conceptos matemáticos, este autor asume la necesidad de construir el concepto a partir de la interacción con las diferentes representaciones del objeto matemático, ya que cada una de ellas por sí sola es parcial, siendo importante para el proceso de comprensión, la conversión de una representación a otra. Sostiene, además, que sólo los estudiantes que son capaces de hacer esta conversión, no confunden al objeto matemático con su representación, y pueden transferir sus conocimientos matemáticos a otros contextos diferentes de aprendizaje. El aprendizaje de la matemática implica la construcción de una arquitectura cognitiva, que se crea por la conexión entre los registros, y que siempre comienza con la coordinación entre el registro que posibilita la visualización y los que realizan otras funciones discursivas. Es mediante esta arquitectura que los estudiantes pueden reconocer el mismo objeto a través de diferentes representaciones. Fernando Hitt [7] plantea que “el conocimiento de un concepto es estable en el alumno, si este es capaz de lograr articular, sin condición

alguna, diferentes representaciones del mismo objeto, así como el de recurrir a ellas, las representaciones, en forma espontánea durante la resolución de problemas”

Desde la perspectiva del cálculo, identificamos al Flujo de un campo vectorial como el objeto matemático, de cuyo concepto pretendemos que se apropie el estudiante, antes de enfrentarlo a la ley física en la que éste aparece involucrado. El trabajo en el aula con simulaciones seleccionadas al efecto, favorece la formación de representaciones *visuales* del flujo, que serán posteriormente relacionadas con su representación simbólica a través de la integral de superficie. En esta conversión entre ambas representaciones, se favorece el aprendizaje del concepto que, posteriormente, será clave para la comprensión física de la Ley de Gauss, en cuyo formalismo matemático aparece la integral cerrada de superficie del vector Intensidad de Campo Electroestático:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{neta}}}{\epsilon_0} \quad (1)$$

La investigación se basó en estudiar el efecto que tiene en el aprendizaje de los fenómenos electromagnéticos, la visualización de conceptos involucrados en sus leyes, especialmente en la Ley de Gauss, mediante el uso de simulaciones en clases.

Las dificultades en el aprendizaje de la Ley de Gauss en los cursos de Física para estudiantes de ingenierías, han sido previamente estudiadas y categorizadas como: de interpretación de la ley y conceptuales (que abordaremos de forma conjunta en este trabajo) y dificultades operacionales en la utilización de la ley [8]. Dado el contexto en que realizamos nuestra investigación, nos centramos en el estudio de las dificultades conceptuales y de interpretación y no en las de su utilización, que estarían asociadas a deficiencias matemáticas más profundas.

III. METODOLOGÍA

Para la investigación se seleccionaron un Grupo Experimental y otro Control. El Grupo Experimental (Grupo A) está formado por 20 estudiantes del IV Semestre del Ciclo Básico de Ingeniería de la UNEFA, de un población de 120 alumnos, que cursan la materia Física II. El Grupo Control lo forman 25 estudiantes, pertenecientes a la misma población. El rendimiento académico de ambos grupos en la materia Física I, que antecedió al estudio de la actual, en el semestre anterior, no arrojó diferencias significativas.

Se crearon las condiciones para que, en la clase que corresponde con el contenido de la Ley de Gauss, los estudiantes del Grupo A pudieran hacer uso de computadoras portátiles, conectadas a Internet de forma inalámbrica, y de un *video beam*, para mostrar e interactuar con la aplicación: *Multivariable calculus and vector analysis. A set of on-line readings. Non-Math ML version*, localizada en la Web en: <http://www.math.umn.edu/~nykamp/m2374/readings/review3/?4#s4>

© Copyright 2004-2009. Duane Q. Nykamp

La simulación permite mostrar la orientación que toma, en cada punto de una superficie helicoidal, tanto el vector

normal a la superficie \mathbf{n} , como el vector \mathbf{F} referido al campo vectorial en estudio, así como la orientación relativa de los vectores \mathbf{n} y \mathbf{F} mientras se desplaza el punto con el cursor sobre la superficie.

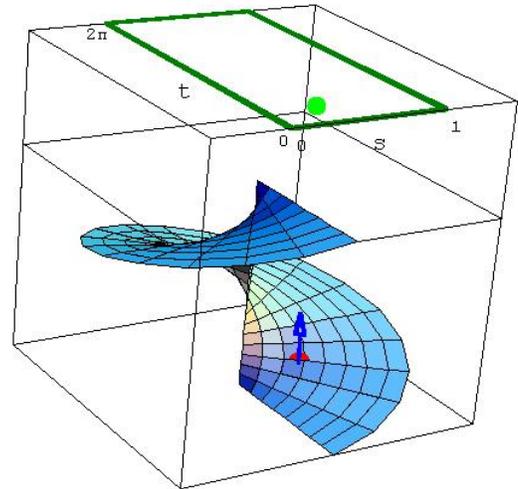


FIGURA 1. Vista de la pantalla de la simulación interactiva: al desplazar la esfera verde con el cursor, se desplaza el punto sobre la superficie helicoidal donde se muestra la orientación del vector normal \mathbf{n} en azul. La imagen se puede girar para mostrarla desde diferentes perspectivas visuales.

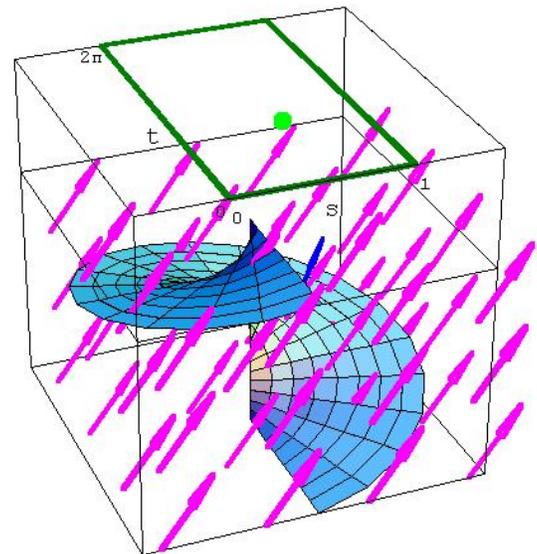


FIGURA 2. Se adiciona la representación de los vectores que representan el campo vectorial \mathbf{F} , en magenta.

En una escala adicional se muestra el valor del producto escalar $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$ en el punto dado. La simulación permite la visualización secuencial de cada uno de los aspectos anteriores. Se introduce con ese recurso el concepto de Flujo

del campo vectorial a través de una superficie y su relación con la integral del producto escalar sobre toda la superficie. Se permite a los estudiantes interactuar con la aplicación de forma que puedan apreciar situaciones de flujos positivos, negativos y cero, visualizando en cada caso la orientación de los vectores.

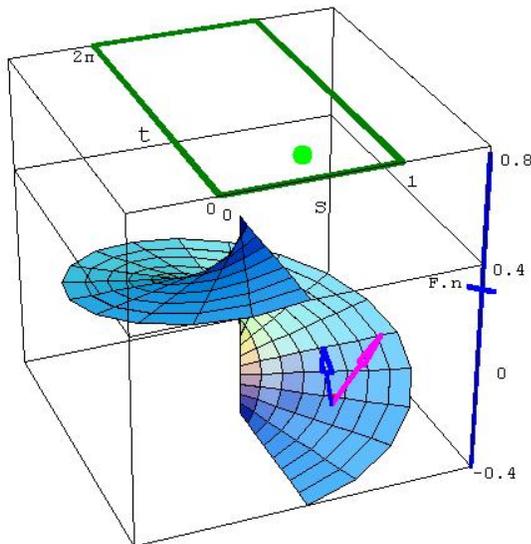


FIGURA 3. En esta situación, al desplazar la esfera verde con el cursor, se desplaza el punto sobre la superficie helicoidal donde se muestran los vectores \mathbf{n} y \mathbf{F} , y los valores del producto escalar en una escala adicional

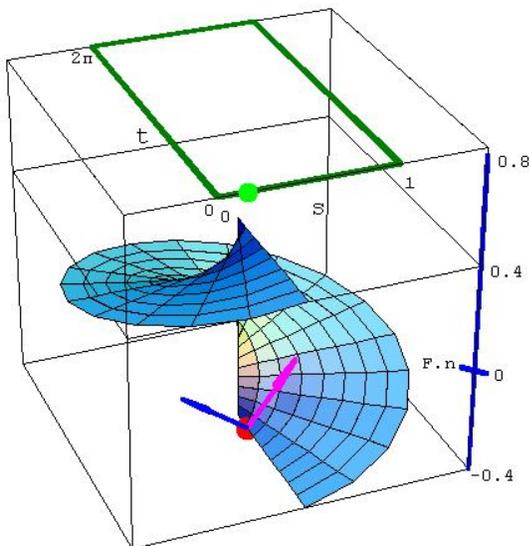


FIGURA 4. Otro punto de la superficie correspondiente al valor cero del flujo. Una vez que se ha ganado lo suficiente en la comprensión del concepto de Flujo, lo que se ha podido evidenciar al

enfrentar a los alumnos a diferentes situaciones posibles de visualizar por la aplicación anterior, se les pide que pasen a trabajar con desarrollada por el MIT Physics 8.02 Electricity & Magnetism, localizada en:

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/vectorfields/surfaceintegrals/surfaceintegrals.htm>
(Copyright © 2004 MIT)

En esta aplicación el campo vectorial en cuestión ya es el campo eléctrico, y se puede cambiar el flujo a través de varias superficies, ya sea aumentando o disminuyendo la magnitud de la carga que lo genera o variando la orientación de la superficie. El valor que va tomando la integral de superficie del producto escalar entre el vector y el elemento de superficie, para diferentes geometrías, se va mostrando en la misma pantalla.

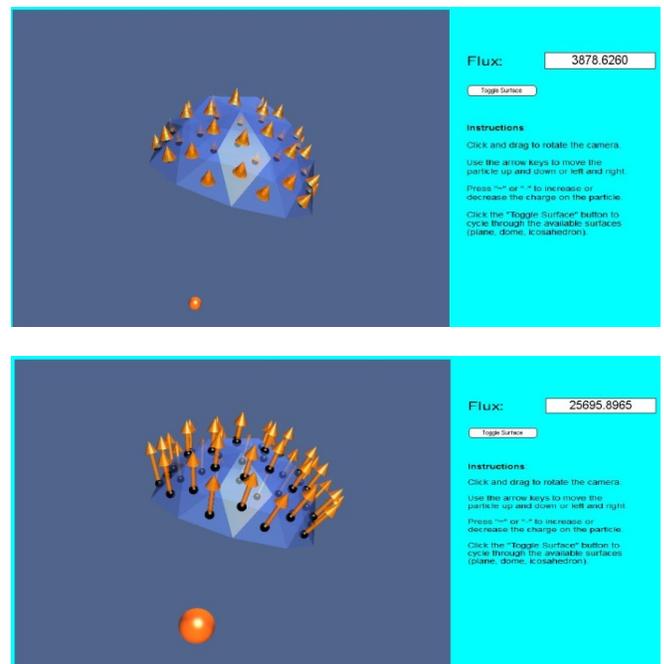


FIGURA 5. Vista de la pantalla de la simulación interactiva: se muestra el flujo del campo eléctrico a través de una superficie de forma seleccionada previamente, y el efecto que tiene sobre su valor aumentar o disminuir la magnitud de la carga. La imagen se puede girar para observarla desde diferentes perspectivas visuales. (Copyright © 2004 MIT)

Antes de introducir la formulación de la Ley de Gauss los alumnos interactuaron con la simulación, “observando” el flujo a través de diferentes superficies, para distintas orientaciones de cada una de ellas, y diferentes “magnitudes” de la carga de la partícula que genera el campo. Esta simulación no permite variar el área a través de la cual se calcula el flujo. Se orientó a los alumnos, distribuidos en equipos de trabajo, que hicieran anotaciones cualitativas de los cambios que observaban en los valores reflejados para el flujo en cada una de las situaciones.

Posteriormente se presentó la formulación de la Ley de Gauss, con el análisis físico correspondiente, y se constataron sus predicciones con los resultados obtenidos anteriormente.

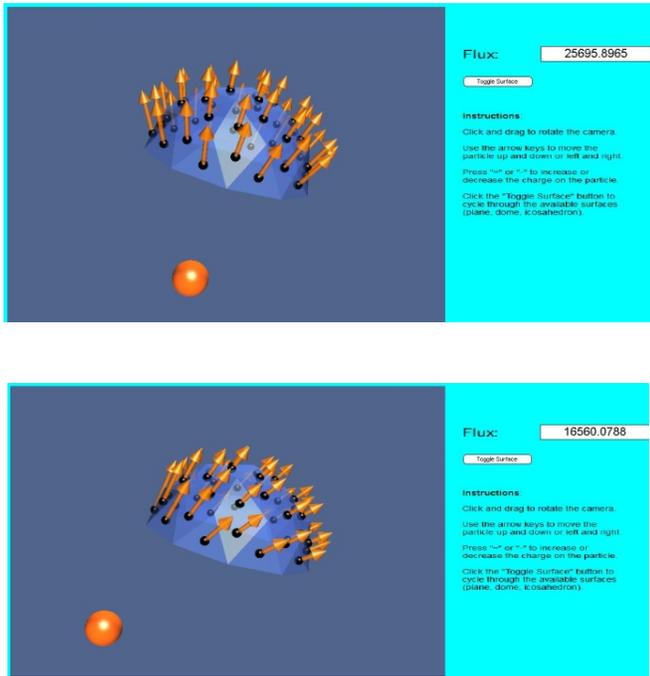


FIGURA 6. Vista de la pantalla de la simulación donde se hace cambiar la posición relativa de la carga que genera el campo eléctrico y la superficie a través de la cual se calcula el flujo. (Copyright © 2004 MIT)

En una actividad posterior, se aplicó un cuestionario, con el objetivo de medir el aprendizaje del tema, tanto al grupo control como al experimental. Las preguntas del cuestionario, mostrado a continuación, se obtuvieron de los QUICK QUIZ del libro Physics for Scientists and Engineers, de Serway y Jewett [9], según [10] uno de los tres textos de física más utilizados para el estudio de los fenómenos electromagnéticos a nivel de física general, y cuyas preguntas miden, de forma precisa y eficiente, la asimilación de los contenidos que se van presentando a los estudiantes en cada sección, según el consenso de los profesores de la asignatura, considerado como juicio de expertos.

CUESTIONARIO

1.- Suponga una superficie gaussiana esférica de radio R que contiene una carga Q colocada en su centro. Si se cambia esta superficie por otra de radio $R/2$, ¿qué sucede con el flujo a través de la esfera y con la magnitud del campo electrostático en la superficie de la misma?:

- a) Tanto el flujo como la magnitud del campo aumentan.
- b) Tanto el flujo como la magnitud del campo disminuyen.
- c) El flujo aumenta y la magnitud del campo disminuye.
- d) El flujo disminuye y la magnitud del campo aumenta.
- e) El flujo permanece constante y la magnitud del campo aumenta

f) El flujo disminuye y la magnitud del campo permanece constante.

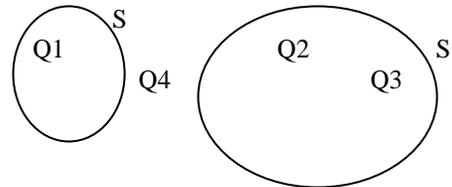
2.- En una región del espacio donde no existe carga eléctrica, se coloca una superficie cerrada en un campo eléctrico. El requerimiento para que el flujo a través de esa superficie sea cero es:

- a) El campo tiene que ser uniforme.
- b) La superficie tiene que ser simétrica.
- c) La superficie tiene que estar orientada de cierta forma específica.
- d) El requerimiento no existe pues el flujo siempre será cero en esas condiciones.

3.- Si el flujo neto a través de una superficie gaussiana es cero, las siguientes cuatro afirmaciones pudieran ser verdaderas. ¿Cuál de las afirmaciones tiene que ser verdadera?

- a) No hay cargas dentro de la superficie.
- b) La carga neta encerrada por la superficie es cero.
- c) El campo eléctrico es cero en cualquier punto de la superficie.

4.- Considere la distribución de cargas mostrada en la figura:



Las cargas que contribuyen al flujo total a través de la superficie S' son:

- a) Sólo $Q1$
- b) Sólo $Q4$
- c) $Q2$ y $Q3$
- d) Las cuatro cargas.
- e) Ninguna de esas cargas.

5. De nuevo considere la distribución de cargas mostrada en la figura anterior. Las cargas que contribuyen al campo eléctrico total en un punto dado de la superficie S' son:

- a) Sólo $Q1$
- b) Sólo $Q4$
- c) $Q2$ y $Q3$
- d) Las cuatro cargas.
- e) Ninguna de esas cargas.

6.- La carga neta encerrada por una superficie esférica S es Q . Diga si el flujo del Campo Eléctrico a través de la superficie que encierra la carga aumenta, disminuye o permanece constante, en cada uno de los siguientes casos:

- a) Se cambia la esfera por un cubo.
- b) Se triplica el valor de la carga encerrada por S .
- c) Se aumenta el área de la esfera hasta duplicar el volumen encerrado por la misma.

IV. RESULTADOS

Las respuestas a las preguntas del cuestionario se distribuyeron según el gráfico que se muestra a continuación. Se consideran respuestas incorrectas las preguntas que no fueron respondidas.

A los resultados anteriores se les aplicó una Prueba de Diferencia de Proporciones, con un nivel de significación de 0,05, obteniéndose un valor del estadístico Z de 1,82, por encima del valor crítico de 1,645. Esto nos lleva a rechazar la hipótesis nula y aceptar que las diferencias observadas en la proporción de las respuestas correctas en el Grupo Experimental, de 74% es significativamente superior al 47% obtenida en el Grupo Control.

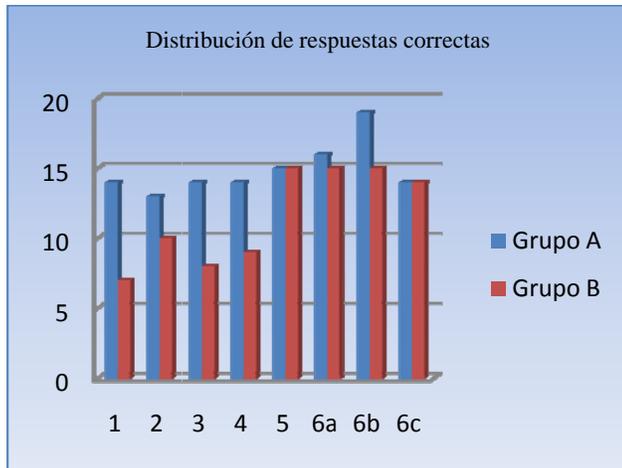


FIGURA 7. Distribución de las frecuencias correspondientes a las respuestas correctas dadas al test aplicado por los alumnos del Grupo Experimental, A, y el Grupo Control, B.

Aunque el resultado obtenido para este estudio de carácter cuantitativo no podemos considerarlo concluyente, puede ser una medida de una tendencia a mejorar el aprendizaje de un tema que ha sido reportado con frecuencia como dificultoso en la literatura al respecto, al abordar previamente el aprendizaje del aspecto matemático, mediante estrategias que favorezcan la visualización de estos conceptos. Podríamos señalar, a modo de comparación, como en las preguntas 3 y 4, se obtiene un 70% de respuestas correctas para cada una, estando relacionadas, respectivamente, con las dificultades reportadas en [11] donde se refleja en una proporción de un 45% la respuesta “flujo cero implica campo cero” y de un 57% la respuesta “las cargas interiores (a la superficie) generan el campo”.

V. CONCLUSIONES

Las estrategias utilizadas para potenciar el aprendizaje de una de las Leyes fundamentales del electromagnetismo, la Ley de Gauss, se basaron en hacer énfasis en la comprensión de los conceptos matemáticos que aparecen en la formalización de dicha Ley, integral de superficie, producto escalar de los vectores sobre la superficie y flujo del campo vectorial, mediante la visualización que se favorece por

medio de las simulaciones, antes de la formulación de la propia Ley.

Los resultados obtenidos permiten suponer que, la visualización de conceptos de carácter matemático, posibles gracias al desarrollo de las TIC y las simulaciones interactivas, ayudan a superar las dificultades de aprendizaje de los fenómenos electromagnéticos. Los resultados obtenidos en este trabajo deben ser complementados con otras investigaciones de carácter cualitativo que indaguen sobre los procesos que se han producido en los estudiantes durante el aprendizaje del tema.

REFERENCIAS

- [1] Zimmerman, W., Cunningham, S., *Editors' introduction: What is mathematical visualization?* Visualization in Teaching and Mathematics (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA, No. 19. (1991).
- [2] Gilbert, *et.al.*, *Models and Modeling in Science Education*, Visualization in Science Education. (Springer, Netherland, 2005).
- [3] Liu, D. K., Huang, S. D., Brown, T. A., *Supporting Teaching and Learning of Optimisation Algorithms with Visualisation Techniques*, Proceedings of the 2007 AaeE Conference, Melbourne, Copyright © D. K. Liu, S. D. Huang, T. A. Brown, (2007).
- [4] Zimmermann, W., *Visual Thinking in Calculus*. Visualization in Teaching and Mathematics (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA, No. 19. (1991).
- [5] Balacheff, N. & Kaput, J., *Computer-Based Learning Environment in Mathematics*. En Bishop, A. J. *et al.*, International Handbook of Mathematical Education, 469-501, (Kluwer Academic Publisher, Netherland, 1996).
- [6] Duval, R., *Representation, Visual and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking*, Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematical Education. Cuernavaca, Mexico (1999).
- [7] Hitt, F., *Visualización matemática, nuevas representaciones, nuevas tecnologías y currículo*, Revista de Educación Matemática **10**, 23-45 (1998).
- [8] Moreira, M. A., Krey, I., *Dificuldades dos alunos na aprendizagem da lei de Gauss em nível de física geral a luz da teoria dos modelos mentais de Jonson-Laird*, Revista Brasileira de Ensino de Física **28**, 353-360 (2006).
- [9] Serway, R., Jewett, W., *Physics for Scientists and Engineers*, 6th Edition (Brooks/Cole, USA, 2004).
- [10] Catalán, L., Concesa, S, Moreira, M. A., *Los libros de texto usados por los alumnos para el aprendizaje del campo conceptual de la inducción electromagnética*, Latin American Journal of Physics. Education **3**, 656-664 (2009).
- [11] Guisasola, J., Salinas, J., Almuñí, J. M. y Velasco, S., *Análisis de los Procesos de Aplicación de las Leyes de Gauss y Ampere por Estudiantes Universitarios de España y Argentina*. Revista Brasileira de Ensino de Física **25**, 195-206 (2003).