

Estrategias de análisis y la caracterización del concepto de esfuerzo como variable de estado desde Maxwell, Cauchy y Feynman



Alejandro Sánchez Yalí¹, Wilman García Álvarez¹, Óscar Meneses Cardona¹
¹Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Carrera 3 No.26 A - 40, Medellín, Colombia.

E-mail: alejandro.yali@hotmail.com

(Recibido el 5 de Octubre de 2009; aceptado el 29 de Diciembre de 2009)

Resumen

En este artículo se presenta un análisis de concepto de esfuerzo, con una intencionalidad específicamente pedagógica desde la clasificación, que hace Guidoni [1] sobre las estrategias cognitivas de análisis. Se hace una revisión de las obras de Feynman, Maxwell y Cauchy para identificar y seleccionar perspectivas de análisis sobre el concepto en mención de manera que estas permita a maestros el diseño de nuevas rutas alternativas para enseñanza – aprendizaje de ese concepto. Para este análisis se presenta el enfoque sistémico, que de acuerdo con Guidoni, establece que este consiste en reconocer una serie de conceptos y estrategias común a todos los marcos conceptuales. Como referentes teóricos complementarios, se considera algunos trabajos de Elkana y Carr, donde las ciencias son sistemas culturales, dentro de una cosmovisión fenomenológica; en la cual los sujetos son constructores de sus realidades.

Palabras clave: Estrategias cognitivas de análisis, sistema, variables de estado y transformación y el concepto de esfuerzo.

Abstract

In this article appears an analysis of concept of effort, with a specifically pedagogic premeditation from the classification, which Guidoni [1] does on the cognitive strategies of analysis. There does a review of the works of Feynman, Maxwell and Cauchy to identify and to select perspectives of analysis on the concept in mention so that these it allows to teachers the design of new alternative routes for education – learning of this concept. For this analysis there appears the systemic approach, which in accordance with Guidoni, establishes that this one consists of recognizing a common series of concepts and strategies to all the conceptual frames. As regarding theoretical complementary, there is considered to be some works of Elkana and Carr, where the sciences are cultural systems, inside a phenomenological worldview; in which the subjects are builders of his realities.

Keywords: Cognitive strategies of analysis, system, variables of state and transformation and the concept of effort.

PACS: 01.40.-d, 03.50.De, 41.20.-q

ISSN 1870-9095

I INTRODUCCIÓN

Según Elkana [2] las ciencias son construcción humana, un *sistema cultural* que puede ser debatido, corregido, enseñado, confirmado y que el conocimiento científico y los criterios de su validez están condicionados por unos contextos particulares, que es justamente donde surge y se valida el conocimiento, de modo que no tiene sentido hablar de verdad en términos absolutos, y el conocimiento científico no consiste en una apropiación y acumulación de verdades respecto al mundo, sino en la búsqueda de significados de la realidad construida por el hombre

Este enfoque permitir ver cómo los diferentes modos de significar la física están ligados a contextos particulares y a problemas propios de ese contexto, lo que posibilita significar la física como una disciplina históricamente constituida [3], donde nadie puede acceder al

conocimiento real, pues este se metaforiza de modo que es cada sujeto quien construye sus realidades [4].

Así, el hombre se encuentra en una constante actividad de interpretar y de describir la realidad y se manifiesta en un conjunto de representaciones sobre las cuales se tiene certeza de que son validas según el contexto de referencia. Es decir, existe una multiplicidad de aspectos a través de los cuales se manifiesta la realidad y que abren igualmente una variedad de métodos de configuración del conocimiento.

Los procedimientos, los métodos y la manera de interpretar y describir la realidad dependen de los marcos conceptuales, estos son de diversas fuentes tales como la ciencia, la magia, la religión, el mito, etc. Estos se constituyen en marcos de referencia que define las pautas para manipular, describir e interpretar la realidad [2]. Cada uno de estos intentos por tratar de entender la realidad nunca son completos, lo que exige que cada marco

conceptual reconozca sus relaciones con otros marcos conceptuales. De ahí, la importancia de recontextualizar los saberes, radica en que el conocimiento para existir socialmente, debe circular, debe ser apropiado en contextos culturales diversos [5], idea que va en consonancia con los presupuestos epistemológicos de Elkana al asumir la ciencia como un sistema cultural.

II. ENFOQUE SISTÉMICO

De acuerdo Guidoni [6], se entiende que enfoque sistémico, es una forma de interpretación, una herramienta conceptual que permite describir e interpretar realidades complejas y que además es un reflejo de esas realidades, que dispone de métodos válidos para explicar, describir e interpretar los sistemas (culturales, sociales, económicos, mecánicos, biológicos,...), pues sus métodos son la respuesta a la necesidad de sintetizar y analizar la complejidad de estos.

La importancia de este hecho es fundamental, pues significa que existe un modo de ver común a todas las disciplinas, que trata de organizar el conocimiento para hacer cada vez más eficaz la acción sobre realidad; que en sí misma es un sistema de subsistemas en interacción [7].

El desconocer las relaciones entre las distintas partes o subsistemas de la realidad puede llevar a que la acción sobre ella, genere problemas complejos como los de nuestro tiempo. Por lo tanto es como el enfoque sistémico es una alternativa para el estudio de diferentes problemáticas independiente del contexto.

Por otro lado la formalización de los fenómenos físicos es catalogada como uno de los procesos que más dificultades causan a los estudiantes de física, tanto en el ámbito de la educación media como en el de la educación superior [4], estos procesos de formalización están determinados por las maneras particulares de considerar la naturaleza.

Paolo Guidoni [1] define la formalización como:

“Formalizar quiere decir dar una forma definida y esquematizada a alguna cosa: significa ver alguna cosa, operar sobre alguna cosa, según las propiedades y las reglas de un entrecruce de formas que ya se conocen en cuanto tales, que se precisan y se organizan ulteriormente en el acto mismo de formalizar”

Es importante señalar que la dinámica del conocimiento según Guidoni se da como un proceso dialéctico entre experiencia, lenguaje y conocimiento, de este modo la formalización puede ser considerada como un proceso natural del pensamiento o de todo proceso cognitivo en la medida en que el lenguaje común es en sí mismo un proceso de formalización donde cada sujeto construye sus modelos y representaciones de la realidad [4].

Formalizar es pues una parte esencial del proceso de construcción de conocimiento, caracterizado ante todo por la elaboración y uso de estrategias según las cuales los

“diversos modos de mirar” son adaptados continuamente a aspectos de una realidad que a su vez es organizada de acuerdo a estos modos de conocer [4, 1].

A. Distribución y Organización

Para Guidoni [8] las principales estrategias cognitivas para la reconstrucción racional de la realidad son la *distribución* y la *organización* según *elementos, relaciones y estructuras*, las cuales son complementarias y están entrelazadas una con la otra y son vistas como procedimientos organizadores del pensamiento. Distribuir y organizar son las estrategias cognitivas generales, pues estas pueden hallarse en numerosos esquemas cognitivos entrelazados que se derivan de ellas y forman parte de diversos modos de observar y se pueden identificar sus raíces en la cultura, explicitándose en las experiencias, lenguajes y competencias.

La distribución y la organización son estrategias básicas para conocer, que buscan definir *elementos, relaciones y estructuras* y que es imposible que exista un elemento sin una relación ligada a él, es decir, no se estudia un elemento sin una relación establecida con otro.

La estrategia de «separar» o «distribuir» los datos que constituyen la experiencia global en elementos específicos esquematizados, para luego «recomponerlos» o «organizarlos» según relaciones esquematizadas definidas entre elementos mismos, dando a origen a una estructura de relaciones, a las cuales están asociados la mayor parte de los significados, constituye un proceso que está orientado, en todos sus niveles, por una continua y recíproca adaptación entre *elementos, relaciones y estructuras* esquematizadas que se organizan según un plano formal, y *elementos, relaciones y estructuras* esquematizadas que se evidencian en el plano real.

Poder distinguir y particularizar las relaciones dentro de un fenómeno hasta definir una estructura, es una característica de un modo de pensar que encuentra sus raíces más profundas en los procesos cognitivos (hablar, escribir, pensar) puestos en funcionamiento en la vida diaria [8]. Según Guidoni, sería imposible, en efecto para cada uno de nosotros sobrevivir en esta sociedad sin reconocer en las palabras sus significados más comunes: Los «nombres» son de hecho, símbolos para sistemas identificables (*elementos, relaciones y estructuras*); los «atributos» se refieren sustancialmente a variables de estado, usadas para definir, mediante su señalización y a través de sus recíprocas relaciones, los estados de un sistema; los «verbos» y «adverbios» son esencialmente símbolos de transformación y variables de transformación.

B. Estrategias Cognitivas de Análisis para Interpretar las Transformaciones y los Invariantes de los Sistemas Físicos

Guidoni [1] propone dos modos de mirar para la enseñanza de la física, dos modos de mirar y de formalizar particularmente importantes: un modo de ver por *espacios*

abstractos de sistemas (elementos, relaciones y estructuras) y un modo de ver por *espacios abstractos de variables (Variables de transformación y estado)*, estos tienen sus raíces en las estrategias cognitivas generales y están estrechamente correlacionados entre sí, pues no se alcanza a ver por sistemas, sin ver también por variables y viceversa, pero son también dos modos bien distintos que obedecen a lógicas diferentes. Es importante entonces, lograr advertir que su objetivo es interpretar las transformaciones y los invariantes del sistema, mediante el análisis de las relaciones entre variables y elementos. Para esto Guidoni establece una clasificación por pares complementarias de *estrategias cognitivas de análisis* que posibilitan alcanzar a ver por estos dos modos.

Estrategias de análisis diferenciales e integrales: Esta estrategia mira cambios diacrónicos, esto es, en un intervalo de tiempo y confrontarlos y enlazarlos con situaciones sincrónicas, esto es, que ocurren simultáneamente en el tiempo.

Para ilustrar esta estrategia se puede pensar en una viga de metal que esta empotrada en la pared de modo que queda en voladizo, a esta viga, se somete a un peso en su extremo no empotrado. Es claro que en la viga hay estado de estrés que podemos denominar esfuerzo, para pensar esta situación por medio de las estrategias de análisis diferenciales e integrales podemos usar una pareja de actitudes cognoscitivas complementarias, la primera consiste en mirar en todo el intervalo de tiempo los cambios que se presentan en la viga, y complementario a esto, hacer énfasis en el momento inicial y final en un determinado lapso de tiempo.

Es cognoscitivamente necesario por tanto poner ligámenes explícitos entre estas dos estrategias para describir el cambio y de esta exigencia, que va más allá de toda posible evidencia perceptiva, se hacen cargo, a diversos niveles, los procesos de formalización [1].

Estrategias de análisis por estado y transformación: Otra pareja de estrategias esta enfocándose en mirar y analizar alternativamente formas de permanencia y formas de cambio, destacando como se relacionan variables o invariantes y caracterizando estados; en estas relaciones de variables, los análisis que se hacen no son de carácter causal.

Los estados son invariantes en el intervalo de tiempo, mientras que las transformaciones implican en su naturaleza un cambio en la delimitación temporal a estudiar.

Estas estrategias de análisis tienen algunas limitaciones, en una situación en determinado intervalo de tiempo, pueden presentarse estados, que luego sufrirán transformaciones, por tanto el objetivo de lo que se quiere mirar debe ser claro y acorde con la estrategia. Las relaciones entre estados y el tiempo carecen de sentido.

Siguiendo con el ejemplo anterior se podrían identificar variables de estado como el modulo de Young de la barra de acero, el cual no cambia durante la situación, mientras que hay transformaciones en variables como en la curvatura de la barra, y en las dimensiones de esta misma,

dependiendo de lo que se quiera mirar en detalle, se establece estas observaciones.

Estrategias de análisis para cambio global y cambio local: Una transformación puede ser analizada en términos de cambios en el tiempo de las variables que la caracterizan, como un estado puede ser analizado en términos de relaciones constantes entre las variables que lo caracterizan [1]. Mirar al cambio global o al cambio de las variables particulares que cambia a nivel local, constituye el argumento de otra importante pareja de estrategias cognoscitivas. En efecto se puede reconocer, en fenómenos y procesos, un entrecruce de diversas variables que cambian o pueden cambiar en el tiempo; y sabemos también que ellas no varían siempre todas o todas al mismo tiempo, o todas del mismo modo. Pero luego, podemos mirar cada variable, aislada de las otras: sea en su cambiar global de un inicio a un fin, o sea en su cambiar momento por momento. Se puede pensar para ilustrar estas estrategias en una barra de metal que se somete a una llama y experimenta esfuerzo térmico, la barra al estar en contacto térmico con la llama, incrementa su energía globalmente, pero hay otras propiedades particulares que se modifican en el tiempo, como el color de la barra.

Estrategias de causalidad y de relación: Este par de estrategias enfatizan en como el cambio en una variable se produce cuando otra cambia, mostrando la dependencia entre variables.

Para ilustrarlo, continúese pensando en el ejemplo presentado anteriormente, acotaciones de corte causal son, a mayor tiempo de exposición de la viga con la llama, mayor energía conseguirá esta, a mayor temperatura de la llama, mas roja se pondrá la viga. Es importante mencionar que los racionamientos de tipo causal, deben realizarse con sumo cuidado, ya que el uso reiterativo de estos conduce a razonamientos erróneos [9].

Se debe tener presente que usualmente estas estrategias cognitivas de análisis son usadas por pares y el uso de alguna no excluye el uso de ninguna

De acuerdo con Guidoni [1] cuando, ante un fenómeno, se privilegia una estrategia particular para interpretarlo o al menos para comenzar a interpretarlo, la rápida radicalización de una sola modalidad de acercamiento a los hechos, cierra la posibilidad de ver otros aspectos que probablemente llegarían a ser evidentes, pasando a estrategias diversas o complementarias.

III. EL ESFUERZO DESDE LA PERSPECTIVA DE ESTADOS

El presente análisis parte de dos términos que hacen referencia a aspectos diferentes aunque íntimamente relacionados: el *estrés* y el *esfuerzo*. El término *estrés* hace referencia a la cualidad o a la propiedad en cuestión o al tipo de fenómeno considerado, con él se califica el tipo de estado analizado y por lo tanto tiene sentido hablar de estado de estrés. El término *esfuerzo* hace referencia a la

variable que identifica los diferentes estados de estrés, organizándolos uno detrás del otro, de acuerdo a la estructura de los números reales [10].

De acuerdo con Ayala y otros [11] para el esfuerzo se pueden distinguir dos clases de significados. Uno, en el que el esfuerzo es entendido como la causa de la actividad. El otro, referido al modo de estar que adquiere un cuerpo en su interior o un medio cuando actúan fuerzas externas. Por ejemplo para Feynman [12] en *Lectures on Physics*, el esfuerzo es la fuerza interna entre partes contiguas del material. Y la cual se modifica si se aplica fuerzas externas sobre el material. Para ilustrar esto, Feynman considera un trozo de material elástico al que se le hace un corte. Si hacemos un corte – dice el autor- un corte en un medio elástico, el material a cada lado del corte, se desplazará debido a las fuerzas internas. Antes del corte – prosigue - debieron haber fuerzas entre las dos partes del bloque que las mantenía en su lugar; podemos medir los esfuerzos en términos de esas fuerzas.

En esta presentación acerca del esfuerzo, Feynman permite hacer una diferencia entre esfuerzo y fuerza, pues se ve el esfuerzo, como la expresión de las fuerzas internas entre las partes que había antes del corte. Además también se puede identificar que se refiere a la posibilidad de estar de modos diferentes respecto a un estado inicial, del cual no es posible privilegiar ninguno.

De modo similar para Cauchy [13] en *Physique Mathématique*, el esfuerzo es la interacción entre las partículas del medio, tales fuerzas son la resultante de un gran número de acciones atómicas o moleculares de muy corto alcance, que obran a escala microscópica cuando un cuerpo es sometido a las acciones externas, él afirma que estas fuerzas actúan por contacto directo entre dos partes cualesquiera del cuerpo y que se pueden definir como fuerzas por unidad de área, además, si las partes en contacto se separan, las fuerzas, ejercidas cuando las partes que estaban unidas, desaparecen, es decir, no operan a distancia finita.

Por su parte Maxwell [14], en *Matter and Motion* considera que el esfuerzo es la acción mutua entre dos partes de un cuerpo, para esto él dice;

La acción mutua entre dos porciones de la materia recibe distintos nombres, según el aspecto en virtud del cual se estudia, y este aspecto depende de la extensión del material que constituye el sistema objeto de nuestra atención.

Si tenemos en cuenta todo el fenómeno de la acción entre las dos partes de la materia, lo llamamos esfuerzo. Este esfuerzo, según el modo en que actúa, puede describirse como atracción, repulsión, tensión, presión, tensión de cizalladura, torsión, etc.

Además Maxwell también establece que la tercera ley de Newton la acción reacción es equivalente al esfuerzo, pues él dice;

Tan pronto como se ha formado para nosotros la idea de esfuerzo, como la tensión de una cuerda o la presión entre dos cuerpos y hayamos reconocido su aspecto dual, ya que afecta a las dos partes de la materia entre las que

actúa, la tercera ley de movimiento se considera equivalente a la declaración de que la naturaleza de toda fuerza es el esfuerzo, y sólo existe entre dos partes de la materia, y sus efectos en estas partes de la materia (medidos por el momentum generado en un tiempo) son iguales y opuestas.

El esfuerzo se mide numéricamente por la fuerza ejercida sobre cualquiera de las dos porciones de la materia. Se distingue como una tensión cuando la fuerza que actúa en cualquier parte es hacia la otra, y como una presión, cuando la fuerza que actúa en cualquier parte se dirige alejándose de la otra.

En la cita anterior Maxwell destaca el carácter dual del esfuerzo, pues este concepto hace posible hablar de la igualdad y oposición de la acción y reacción y se considera al esfuerzo como la causa de toda fuerza.

De acuerdo con Feynman, Cauchy y Maxwell se identifican las siguientes características que están muy relacionadas con la noción de *variable de estado*: 1) El esfuerzo es definido con relación a una propiedad o cualidad, puesto que se refiere a la posibilidad de estar de modos diferentes de *estrés* y de los cuales no es posible privilegiar ninguno y 2) la idea de *estrés* está ligada a la idea de permanencia, indiferencia y pasividad y no se requiere acción alguna, ni estar en él puede ser causa de algún cambio; sólo el cambio de estado requiere una causa y produce efectos [10]. Por lo tanto la el concepto de esfuerzo es significado como una variable que caracteriza la condición instantánea local de *estrés* o *estado mecánico* de la masa de un cuerpo. La fuerza, al contrario, es asumida como una magnitud derivada, que *surge* en las interacciones precisamente debido a una diferencia de estados de *estrés* entre dos puntos contiguos de una masa.

Caracterizar el *esfuerzo* como la diferencia en los modos de estar de los cuerpos, se define con relación a una característica o cualidad que se le puede asignar a estos, denominada *estrés*, en el mismo sentido que se puede afirmar que un cuerpo está frío o está de un cierto color, cuando hablamos de estado térmico hablamos también de grados de calor (de estar más caliente o menos caliente), cuando hablamos de estar de un color pensamos simultáneamente que hay una gama de colores y dentro de esa gama ubicamos cuál es el que tiene el cuerpo en ese momento. De la misma manera es posible identificar con el esfuerzo “*grados de estrés*” y pensar entonces en una diversidad de estados de *estrés* en los que se puede encontrar un cuerpo.

IV. EL TENSOR DE ESFUERZOS COMO VARIABLE DE ESTADO

Desde la perspectiva de sistemas y variables, como dice Guidoni [1, 6, 8], lo que se busca es identificar el cambio del sistema mediante el análisis de las relaciones entre variables. Dichos cambios se presentan, sólo cuando el sistema se encuentra en interacción con otro que se encuentra en un estado diferente, así, los subsistemas que

componen el sistema principal entra en desequilibrio y se transforman al interior de éste.

Ahora bien, como se señaló en el párrafo anterior, es claro que cuando dos sistemas, están en un estado común no hay acción alguna; luego entre dos partes contiguas de un cuerpo que se encuentra en el mismo estado de *estrés*, no habrá ninguna acción entre ellas; pero, si las partes se encuentran en estados diferentes de *estrés*, habrá desequilibrio entre ellas que se evidenciará en cambios de estas partes, así, los *esfuerzos* se distribuirán como una función continuamente variable dentro del continuo del material del cuerpo o el medio. Es decir, al existir un desequilibrio, cada parte sufrirá un cambio en su estado de *estrés* en un cierto tiempo y por lo tanto la magnitud de las fuerzas mutuas entre las partes son los indicios de esta diferencia de estados.

Según Cauchy [13], tales fuerzas son la resultante de un gran número de acciones atómicas o moleculares de muy corto alcance, que obran a escala microscópica cuando un cuerpo es sometido a las acciones externas. Por lo tanto, se puede afirmar que estas fuerzas actúan por contacto directo entre dos partes cualesquiera del cuerpo y que se pueden definir como fuerzas por unidad de área. Si las partes en contacto se separan, las fuerzas, ejercidas cuando las partes estaban unidas, desaparecen, es decir, no operan a distancia finita. Estas fuerzas se aplican y distribuyen sobre la superficie que separa las partes; la densidad superficial de las mismas habla de las diferencia de estados de *estrés* a cada lado y en cada punto de dicha superficie, por lo tanto se puede establecer una relación de proporcionalidad entre la diferencia de estados de *estrés* y la densidad de fuerza, lo que permite decir que la magnitud del *esfuerzo* sobre la superficie en cuestión es proporcional a la densidad superficial de fuerzas [10].

De la consideración anterior, queda claro que el *esfuerzo* depende de la dirección de la fuerza y de la orientación de la superficie que limita y define las partes, también es importante señalar que en ambos lados de la superficie se ejercen fuerzas iguales y opuestas, distribuidas en toda la superficie.

Dado que las fuerzas que actúan sobre la superficie pueden ejercerse en direcciones diferentes, para la definición del *esfuerzo*, no basta sólo con su magnitud, es importante determinar además sus direcciones, así, las fuerzas superficiales pueden ser normales al elemento de área en cuyo caso se denomina al *esfuerzo*, *presión* o *tensión*; pueden ser tangenciales y se le llaman entonces *esfuerzo cortante* o puede actuar formando un ángulo diferente de 0 o 90 grados.

Para definir estas fuerzas, Cauchy, Maxwell y Feynman dan origen a estructura de relaciones, introduciendo las nociones de algunos *elementos*, *relaciones* y *estructuras*. Por ejemplo ellos introducen la noción de corte dentro del medio continuo, con ello se entiende una pequeña área orientada, $\Delta\vec{S} = \Delta S\vec{n}$, que pasa por un punto P cualquiera del cuerpo, indicado por el vector \vec{x} , y con un normal \vec{n} que tiene una norma $|\vec{n}| = 1$. Esto permite distinguir una cara positiva, como el lado que

mira en la sentido de \vec{n} y una cara negativa, como el lado que yace en sentido opuesto de \vec{n} . Es de aclarar que la definición de estas caras es solo una convención y que un corte es un elemento geométrico ideal, que se puede imaginar a voluntad, ubicado en cualquier parte del medio continuo, con una orientación completamente arbitraria, además por un punto P pasan infinitos cortes, no sólo porque sus áreas pueden ser más o menos extendidas, sino porque hay igualdad de superficies ΔS , con una infinidad de orientaciones de \vec{n} .

Lo anterior permite referirse a la fuerza de contacto que actúa a través de un corte, es decir, la fuerza debido a la diferencia de estados de *estrés* entre capas inmediatamente adyacentes a la superficie de corte. Es claro que la materia alejada del corte no “siente” la acción de esas fuerzas, así, el material que está del lado positivo del corte ejerce una fuerza $\Delta\vec{f}_{(n)}$ sobre la materia que está del lado negativo. El lector puede notar que esta fuerza depende del tamaño del área, la posición dentro del medio continuo, el tiempo y la orientación del corte.

$$\Delta\vec{f}_{(n)} = \Delta\vec{f}(\vec{x}, t, \vec{n}). \quad (1)$$

Hay que destacar que la fuerza $\Delta\vec{f}_{(n)}$ la ejerce la materia que se apoya sobre la cara positiva y recibe la acción la que toca la cara negativa del corte. Ahora bien, si se considera un segundo corte orientado en sentido opuesto a \vec{n} , es decir, cuya normal es $\vec{n}_0 = -\vec{n}$ entonces $\Delta\vec{f}_{(n_0)} = \Delta\vec{f}_{(-n)}$ es la fuerza sobre la materia ubicada en el lado positivo del primer corte.

Maxwell [14] señala que, el *esfuerzo* o la diferencia de estados de *estrés*, afecta a las dos partes de la materia, entre las que actúa y sólo existe cuando están en contacto y sus efectos en estas partes de la materia son iguales y opuestos. Por lo tanto, como en la mecánica, las fuerzas, de cualquier índole, satisfacen el principio de acción y reacción, se debe cumplir que:

$$\Delta\vec{f}_{(-n)} = -\Delta\vec{f}_{(n)}. \quad (2)$$

Es decir, la fuerza que actúa sobre la materia en contacto con el lado negativo debe ser igual y contraria a la fuerza que recibe la materia ubicada en el lado positivo de la superficie.

Cauchy [13] generaliza noción de la fuerza $\Delta\vec{f}_{(n)}$ para un material cualquiera, sólido deformable o fluido. El procedimiento que siguió Cauchy, fue definir un corte arbitrario $\Delta\vec{S} = \Delta S\vec{n}$, las partículas atómicas α adyacentes a la superficie de separación del lado positivo del corte, ejercen fuerzas de tipo binario $\vec{F}_{(n)}^{(\alpha\beta)}$ sobre las partículas atómicas β que están sobre el lado negativo del corte. La fuerza $\vec{F}_{(n)}^{(\alpha\beta)}$ representa la interacción entre dos partículas α y β y $\alpha \neq \beta$ por estar en lados diferentes del corte. Así, la

fuerza asociada al corte, $\Delta \vec{f}_{(n)}$, es la resultante de todas estas interacciones

$$\Delta \vec{f}_{(n)} = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \vec{F}_{(n)}^{(\alpha\beta)}. \quad (3)$$

Teniendo presente que la densidad de fuerza por unidad de área $\vec{\sigma}_{(n)}(\vec{x}, t)$, que actúa sobre la materia del lado negativo del corte es $\Delta \vec{f}_{(n)}/\Delta S$ y teniendo en cuenta la hipótesis que introduce Cauchy acerca de que en todo punto P del medio continuo, en todo tiempo y para cualquier orientación \vec{n} , existe y es finito el límite.

$$\vec{\sigma}_{(n)}(\vec{x}, t) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{f}_{(n)}}{\Delta S} = \frac{d\vec{f}_n}{dS}. \quad (4)$$

Este límite se realiza mediante una sucesión de cortes que pasan por P , con áreas cada vez más pequeñas y manteniendo fija la orientación \vec{n} . Esta densidad local $d\vec{f}_n/dS$ habla de las diferencias entre estados de *estrés* a cada lado y en cada punto de dicha superficie y da cuenta de la relación de proporción entre *esfuerzo* y la densidad superficial de fuerzas, es decir, que la fuerza por unidad de área $\vec{\sigma}_{(n)}(\vec{x}, t)$ es denominada *esfuerzo*. Así, la fuerza asociada con un diferencial de área dS es

$$d\vec{f}_n = \vec{\sigma}_{(n)} dS, \quad (5)$$

y depende de la orientación del corte; $d\vec{f}_n$ actúa sobre el material ubicado en el lado opuesto a la normal.

Es importante que el lector logre advertir que en este análisis se ha hecho una «separación» o «distribución» en datos que constituyen la experiencia global en elementos específicos esquematizados, como por ejemplo el corte, las partículas, y el medio continuo y luego se «recomponen» o «organizan» según las relaciones esquematizadas entre ellos mismos, dando a origen a una estructura de relaciones, que permiten significar el esfuerzo como una variable de estado y que el proceso que se ha constituido está orientado a una adaptación entre *elementos, relaciones* y *estructuras* esquematizados que permiten organizar los datos según un plano formal y en *elementos, relaciones* y *estructuras* esquematizadas que dan evidencian en el plano real de los fenómenos relacionados con el concepto de *esfuerzo*.

Retomando las ideas del análisis del concepto de esfuerzo, podemos señalar algunas relaciones establecidas en Gratton [15] que muestran que el concepto de esfuerzo es un eje integrador de toda la física de los medios continuos:

1. El *esfuerzo* $\vec{\sigma}_{(n)}$ se caracteriza como un vector, pero no como un campo vectorial, por que en cada punto \vec{x} se asigna una infinidad de vectores, uno por cada dirección \vec{n} del espacio.

2. Es válido aquí, escribir $\vec{\sigma}_{(n)} = -\vec{\sigma}_{(-n)}$ en virtud del principio de acción y reacción que deben cumplir cada una de las interacción binarias $\vec{F}_{(n)}^{(\alpha\beta)} = -\vec{F}_{(-n)}^{(\alpha\beta)}$ mencionadas.
3. Si calculamos el producto escalar $\vec{\sigma}_{(n)} \cdot \vec{n}$ se obtiene

$$\vec{\sigma}_{(n)} \cdot \vec{n} = \sigma_{nn} = \sigma_{\perp} = \sum_i \sigma_{(n)i} n_i. \quad (6)$$

La magnitud del *esfuerzo* $\vec{\sigma}_{(n)}$ en la dirección de la normal \vec{n} . Cuando $\sigma_{\perp} > 0$ se dice que hay un *esfuerzo* de tracción o tensión y cuando $\sigma_{\perp} < 0$ se dice que hay un *esfuerzo* de presión.

4. Por otro lado la diferencia $\vec{\sigma}_{\parallel} = \vec{\sigma}_{(n)} - \sigma_{\perp} \vec{n}$, es la parte del *esfuerzo* perpendicular a la normal y por lo tanto es un vector que yace en el plano de corte. Este se denomina, *esfuerzo* de corte o de cizalladura. Resumiendo, en general el *esfuerzo* se puede escribir como

$$\vec{\sigma}_{(n)} = \vec{\sigma}_{\parallel} + \sigma_{\perp} \vec{n}. \quad (7)$$

Para continuar con la caracterización de la diferencia de estados de estrés, se necesita un método que permita cuantificar el *esfuerzo* $\vec{\sigma}_{(n)}$, pues, hasta el momento, el análisis realizado, no considera el uso de algún sistema de referencia, lo cual caracteriza el *esfuerzo* como un tensor, por ser independiente de los sistemas de referencia, caracterización que es coherente con la idea de variable de estado, pues un estado es invariable a los sistemas de referencia, sin embargo, hay que hacer uso de alguno de ellos para cuantificarlo.

Para ello, se considera un sistema de coordenadas cartesianas, (x, y, z) en el espacio euclidiano ordinario de tres dimensiones, con una base ortonormal, $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ y un punto P . El lector podrá notar que en la infinidad de cortes que pasan por el punto P , se pueden escoger tres cortes, en los cuales la normal \vec{n} es paralela a $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ respectivamente y así, cada vector normal \vec{n} puede ser asociado a algunos de los vectores $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$. Por lo tanto, para cada punto P del medio continuo queda definida una terna de *esfuerzos* $(\vec{\sigma}_{(x)}, \vec{\sigma}_{(y)}, \vec{\sigma}_{(z)})$ que se denominan *esfuerzos* principales y que están asociados al sistema de ejes adoptado.

Es importante aclarar que cada *esfuerzo* $\vec{\sigma}_{(x)}, \vec{\sigma}_{(y)}, \vec{\sigma}_{(z)}$ no tiene que ser necesariamente paralelo a algún vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ y por lo tanto cada *esfuerzo* principal tiene tres componentes cartesianas dadas por:

$$\vec{\sigma}_{(x)} = \sigma_{xx} \vec{x} + \sigma_{xy} \vec{y} + \sigma_{xz} \vec{z} = (\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}), \quad (8)$$

$$\vec{\sigma}_{(y)} = \sigma_{yx} \vec{x} + \sigma_{yy} \vec{y} + \sigma_{yz} \vec{z} = (\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}), \quad (9)$$

$$\vec{\sigma}_{(z)} = \sigma_{zx} \vec{x} + \sigma_{zy} \vec{y} + \sigma_{zz} \vec{z} = (\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}). \quad (10)$$

Por lo tanto, la terna de *esfuerzos* principales $(\vec{\sigma}_{(x)}, \vec{\sigma}_{(y)}, \vec{\sigma}_{(z)})$ define una matriz de esfuerzos σ , con nueve componentes,

$$\sigma = (\vec{\sigma}_{(x)}, \vec{\sigma}_{(y)}, \vec{\sigma}_{(z)}) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

En la notación σ_{ik} , el primer índice representa el *esfuerzo* principal sobre una superficie cuyo normal es el vector \vec{i} , el segundo índice corresponde a la componente de ese *esfuerzo* en la dirección k . Así, el primer índice está asociado a la orientación del corte y el segundo al carácter vectorial del *esfuerzo*. Las componentes diagonales σ_{ii} corresponden a presiones o tracciones según el signo en cada caso, mientras que todas las componentes no diagonales σ_{ik} con $i \neq k$ representan *esfuerzos* de corte o cizalladura. Esta matriz σ es denominada tensor de *esfuerzos* y permite cuantificar la diferencia de estados y evidencia de este concepto es una variable de estado, pues para que haya cambios en σ es necesario la acción de un agente externo.

El tensor σ nos ofrece un procedimiento para calcular el *esfuerzo* o diferencia de estados de *estrés* de dos partes de materia separadas por una superficie plana, pues si consideremos una superficie plana finita S en el espacio definido por $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ y un vector normal \vec{n} y \vec{f} la fuerza debido a la interacción entre las dos partes y teniendo en cuenta las componentes rectangulares de \vec{f} y \vec{n} con referencia al sistema coordenado $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ se encuentra las siguientes relaciones

$$f_x = \sigma_{xx}n_xS + \sigma_{xy}n_yS + \sigma_{xz}n_zS = \vec{\sigma}_{(x)} \cdot \vec{n}S, \quad (12)$$

$$f_y = \sigma_{yx}n_xS + \sigma_{yy}n_yS + \sigma_{yz}n_zS = \vec{\sigma}_{(y)} \cdot \vec{n}S, \quad (13)$$

$$f_z = \sigma_{zx}n_xS + \sigma_{zy}n_yS + \sigma_{zz}n_zS = \vec{\sigma}_{(z)} \cdot \vec{n}S. \quad (14)$$

Y por tanto se puede establecer la siguiente relación,

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_xS \\ n_yS \\ n_zS \end{pmatrix}, \quad (15)$$

que también se puede escribir de una forma reducida como

$$\vec{f} = \sigma \cdot \vec{n}S = \sigma \cdot \vec{S}, \quad (16)$$

forma usual como se presenta en algunos libros de texto, aunque desconociendo la naturaleza tensorial de σ y conduciendo a la idea de que el *esfuerzo* se cuantifica como un escalar.

Finalmente, tras analizar el concepto de *esfuerzo* desde la perspectiva de sistemas y variables, este se puede caracterizar como una variable de estado, dado que el

esfuerzo permite establecer la diferencia de estados de *estrés* entre dos partes contiguas de materia, es claro además que mientras no se presente una acción externa al sistema en el cual se está analizando el *esfuerzo*, este permanecerá invariable y tales rasgos característicos tienen dos importantes implicaciones para el concepto de estado de *estrés*: una, un cuerpo o sistema no puede cambiar su estado de *estrés* por sí mismo y dos, no es posible que un cuerpo cambie su estado de *estrés* sin que al menos haya otro que lo haga.

V. CONCLUSIONES

Tras esta investigación, se encontró que las principales estrategias que permitieron realizar reflexiones epistemológicas alrededor del concepto de esfuerzo desde la perspectiva de sistemas y variables, fueron las *estrategias de estado y transformaciones*, las cuales permitieron caracterizarlo como una variable de estado; dado que el *esfuerzo* permite establecer la diferencia de estados de *estrés* entre dos partes contiguas de materia, pues mientras no se presente una acción externa al sistema en el cual se está analizando el *esfuerzo*, este permanecerá invariable y tales rasgos característicos tienen dos importantes implicaciones para el concepto de estado de *estrés*: una, un cuerpo o sistema no puede cambiar su estado de *estrés* por sí mismo y dos, no es posible que un cuerpo cambie su estado de *estrés* sin que al menos haya otro que lo haga.

Analizar el concepto de esfuerzo desde diferentes autores reconocidos como Feynman, Cauchy y Maxwell para identificar y reconocer sus procesos de formalización, matematización y validación del conocimiento dentro del contexto histórico, es importante para la realización de recontextualizaciones y optimizaciones en procesos de enseñanza [4].

Si bien, resulta razonable considerar que los problemas educativos tiene una gran multiplicidad de variables a considerar y que no hay una solución que se considere definitiva y abanderada, la historia y la epistemología de la ciencias (HEC), son una tentativa para el mejoramiento de contextos de enseñanza, entendiendo la HEC en el trascender de una herramienta didáctica, para convertirse en la filosofía de enseñanza del docente; a propósito de esto Mattheus [16] menciona que la epistemología motiva y despierta el interés por las ciencias; proporciona una mejor comprensión de los conceptos científicos mostrando su desarrollo y dinámica de construcción; propicia la comprensión de cómo se generan y validan los diferentes productos de la actividad científica; permite establecer relaciones entre los contenidos científicos y los intereses éticos, culturales y políticos de los contextos donde se produjeron.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad de Antioquia, los profesores Oscar Meneses Cardona, Luis Carlos Yepes.

REFERENCIAS

- [1] Guidoni, P., *Guardare por sistema, guardare por variable*, (Emme Edizioni, Torino, 1987).
- [2] Elkana, Y., *La ciencia como un sistema cultural: una aproximación epistemológica*, Boletín Sociedad Colombiana de Epistemología **3**, 65-80 (1983).
- [3] Aguilar, Y., *El concepto de presión desde la perspectiva Euleriana*, (Universidad de Antioquia, Medellín, 2006).
- [4] Ayala, M. M., *Consideraciones sobre la formalización y matematización de los fenómenos físicos*, (2008).
- [5] Granés, J., *Del contexto de la producción de conocimiento al contexto de la enseñanza. Análisis de una experiencia pedagógica*, Revista Colombiana de Educación, **34** (1997).
- [6] Guidoni, P., Arca, M., & Mazzoli, P., *Realidad y estructuras disciplinarias: iniciar a los niños en los criterios del conocer*. En P. Guidoni, M. Arca, & P. Mazzoli, *Cómo enseñar ciencia, cómo empezar: reflexiones para la educación científica de base*, (Paidós Educador, Rosa Sensat, 1990b). pp. 139-165.
- [7] Zahn, E. O., *Vom systemischen Denken zur Methode System Dynamics*. Florian Kapmeier: Betriebswirtschaftliches Institut der Universität Stuttgart, (2003).
- [8] Guidoni, P., Arca, M., & Mazzoli, P., *De la cultura común a la construcción de conocimientos especializados*. En P. Guidoni, M. Arca, & P. Mazzoli, *Cómo enseñar ciencia, cómo empezar: reflexiones para la educación científica de base*, (Paidós Educador, Rosa Sensat, 1990) pp. 169-187.
- [9] Pozo, J., Gómez M., *Aprender y enseñar ciencia: del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*, (Ediciones Morata, S. L., Madrid, 1999).
- [10] Ayala, M. M., *El tensor de esfuerzos. Un análisis epistemológico desde una perspectiva pedagógica*. Pre-impresos, Cuadernos de Mecánica, **5** (2003).
- [11] Ayala, M. M., Malagón, F., Garzón, I., Castillo, J. C., & Garzón, M., *El tensor de esfuerzos. Un análisis epistemológico desde una perspectiva pedagógica*. En M. M. Ayala, F. Malagón, I. Garzón, J. C. Castillo, & M. Garzón, *La relación mecánica - electromagnetismo y la mecánica de medios elásticos*, (Universidad de Pedagógica Nacional, Bogotá, 2001) pp. 33-48.
- [12] Feynman, R., *Lectures on Physics*, (California Institute of Technology, United States of America, 1963).
- [13] Cauchy, A., *Phisique Mathématique*, (Bachelier-Impremiur Libraire, Paris, 1844).
- [14] Maxwell, C., *Matter and Motion*, (The Sheldon Press, Great Britain, 1925).
- [15] Gratton, Fausto T., *Dinámica De Medios Continuos*, (2004).
- [16] Matthews, M. R., *Historia, filosofía de las ciencias: La aproximación actual*, Enseñanza de las ciencias **12**, 255-277 (1994).