

# Diagramas de Clapeyron: un análisis teórico y simulado de los Procesos térmicos y cálculo de las cantidades macroscópicas



Harley J. Orjuela Ballesteros<sup>1</sup>, Alejandro Hurtado Marquez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Investigación Física e Informática Fisinfo, Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Carrera 3 No.26 A - 40, Bogotá, Colombia.

**E-mail:** hgorjuelab@correo.udistrital.edu.co; ahurtado@udistrital.edu.co

(Recibido el 23 de Diciembre de 2009; aceptado el 23 de Enero de 2010)

## Resumen

Se propone una forma alternativa en el manejo, desarrollo y aprendizaje de los procesos térmicos en física mecánica, como lo son los diagramas P-V o Diagramas de Clapeyron, en un sistema ideal de gases contenidos en diferentes recipientes donde se plantea una variación de temperatura, presión y volumen. Esta fenomenología se modela y resuelve mediante el empleo de una plataforma libre Gnu/Linux como lo es el paquete computacional STEP, que permite ilustrar y "confrontar" la solución teórica obtenida, a través de los medidores incorporados en este software libre desarrollado por los grupos The KDE Education Project (Kde-Edu) y Fisinfo.

**Palabras clave:** Termodinámica, Enseñanza, Física General, Simulación.

## Abstract

It proposes an alternative in the management, development and learning of the thermal processes in mechanical physics, as they are it the diagrams P-V or Diagrams of Clapeyron, in an ideal system of contained gases in different recipients where he thinks about a variation of temperature, pressure and volume. This phenomenology is modeled and it solves by means of the employment of a free platform Gnu/Linux like it is the STEP software package that allows to illustrate and to confront the obtained theoretical solution, through the meters incorporated in this free software developed by the groups The KDE Education Project (Kde-Edu) and Fisinfo.

**Keywords:** Thermodynamics, Teaching, General Physics, simulations.

**PACS:** 05.70.-a, 01.40.gb, 01.55.+b, 02.70.-c.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la física ha tenido aspectos y puntos de vista que generan una gran controversia, ya que si bien día a día se exploran nuevas herramientas en la educación como las denominadas *TICs* (*Tecnologías de la información y la comunicación*), el experimento y el aporte epistemológico en la enseñanza de esta ciencia, se denota la importancia que tiene dichas herramientas en la educación media y en el nivel universitario [1], más aún cuando se exploran sistemas alternativos de enseñanza como los paquetes desarrollados en plataformas libres y de código abierto, en Termodinámica.

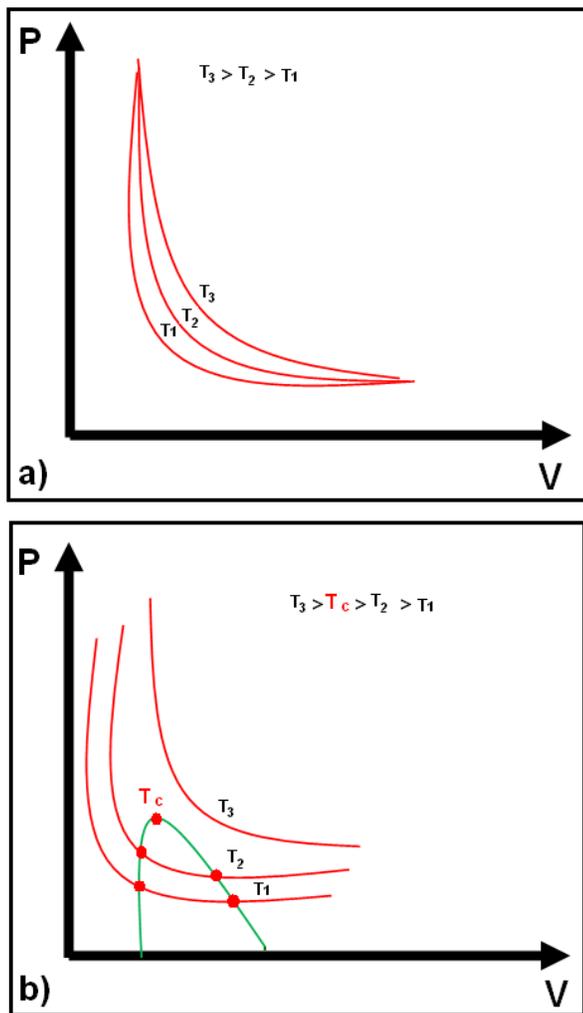
Bajo este orden de ideas se desarrolla una alternativa en la comprensión y modelación de problemas propios de termodinámica.

## II. ALGO DE HISTORIA

Hacer historia en cualquier contexto, no es nada fácil, y peor aún sería pasar desapercibido en esa historia y sin poder aportar nada al respecto [2]. *Benoit Pierre Emile Clapeyron* (1799-1864) fue profesor de Mecánica en París. En 1834 publicó una representación analítica y gráfica de los estudios del ingeniero francés *Sadi Carnot* (1796-1832), para lo cual supuso todavía que el calor era una sustancia [3], aunque lo interesante fue la creación de una de las representaciones gráficas de datos volumétricos que más utilidad ha tenido en la física, el denominado Diagrama de Clapeyron o simplemente Diagrama P-V. En él están representados todos los estados que puede tener una sustancia pura (ideal). Cada estado que se describe en el sistema es un punto en el diagrama; cada punto se ubica por medio de un valor de presión (ubicado en las

### III. ACERCA DEL DIAGRAMA PV – CLAPEYRON

Los diagramas P-V representan gráficamente el proceder de una sustancia, en sus diferentes estados ante la variación de sus coordenadas termodinámicas. Dentro de los procesos que son de especial interés en estos diagramas se debe resaltar que la representación de los procesos que suceden a temperatura constante, mediante las curvas llamadas isothermas.



**FIGURA 1.** a). Isothermas para un Gas Ideal b) Isothermas en un diagrama pV para gases no ideales, La zona inferior representa la zona donde coexisten la fase líquida y gaseosa.

Las isothermas asociadas a un gas ideal son hipérbolas casi perfectas, algo tangible e imaginable teniendo en cuenta la relación  $P = \frac{1}{V}nRT$  en los gases ideales [4]. Ahora bien, en

la figura 1.a, se presentan líneas isothermas de un gas ideal bajo diferentes temperaturas; allí, se vislumbra la curva hipérbola descendente al aumentar el volumen y disminuir la presión.

Con la ecuación de estado de los gases ideales se tiene una muy buena aproximación al estudio de gases a altas temperaturas y con bajas presiones, sin embargo, no todas las situaciones se basan en gases ideales, de hecho son una *idealización* y no explican el comportamiento de un gas real, en especial aquellas que implican un cambio de fase. Es claro que las sustancias no obedecen esta ecuación y el diagrama pV asociado, también llamado diagrama de Clapeyron es más complejo figura 1.b, dicho diagrama pV muestra que a temperaturas por debajo de  $T_c$  *temperatura crítica*, las isothermas tienen regiones casi planas en las cuales se puede comprimir el material sin aumentar o disminuir la presión tan drásticamente, dicha zona revela condiciones de equilibrio en las fases líquido-vapor, al decrecer el volumen el material pasa a una fase de vapor a líquido, aun así con un cambio mínimo de la presión, al llegar completamente al estado líquido y cualquier compresión posterior genera un incremento brusco en la presión del sistema, a temperaturas superiores de  $T_c$  no hay transición de fase al comprimir la sustancia, y al aumentar la temperatura como es el caso de la isoterma  $T_3$  las curvas que se exponen son similares al caso del gas ideal.

#### A. Cálculo Del Choque Intermolecular

Si se continua con la idea de modelar un gas real, las partículas en éste más que puntos son partículas rígidas con un radio  $r$ , como se muestra en la simulación realizada en el simulador interactivo *Step*, ver figura 2.a, Si se considera un conglomerado de partículas de radio  $r$  en un volumen  $V$ , cuando exista un choque será a una distancia  $2r$  y dicha partícula tendrá un inminente choque con otra en su recipiente contenedor en un corto tiempo  $dt$  y con una rapidez  $v$ , recorriendo una pequeña distancia  $dx=vdt$ , conservando estas proporciones radiales el diferencial de volumen del cilindro será  $dV = 4\pi r^2 v dt$ . De igual manera, al establecer la relación del número de moléculas por unidad de volumen  $N/V$ , se deduce que el número  $dN$  de moléculas que tienen su centro en dicho volumen es:

$$dN = 4\pi r^2 v dt \frac{N}{V}. \quad (1)$$

Haciendo separación de variables en la ecuación (1), se puede obtener  $dN/dt$  se obtiene:

$$\frac{dN}{dt} = 4\pi r^2 v \frac{N}{V}. \quad (2)$$

Este resultado supone el movimiento de una sola partícula, pero en la realidad todas las partículas se mueven, por ende se incrementa el número de choques, y debido a esto

se debe multiplicar la expresión (2) con el valor  $\sqrt{2}$ , figura 2(b) Con ello el número de choques por unidad de tiempo es:

$$\frac{dN}{dt} = 4\pi\sqrt{2}r^2v\frac{N}{V}. \quad (3)$$

El inverso de la expresión anterior se define como el tiempo libre medio:

$$t_{med} = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2vN}. \quad (4)$$

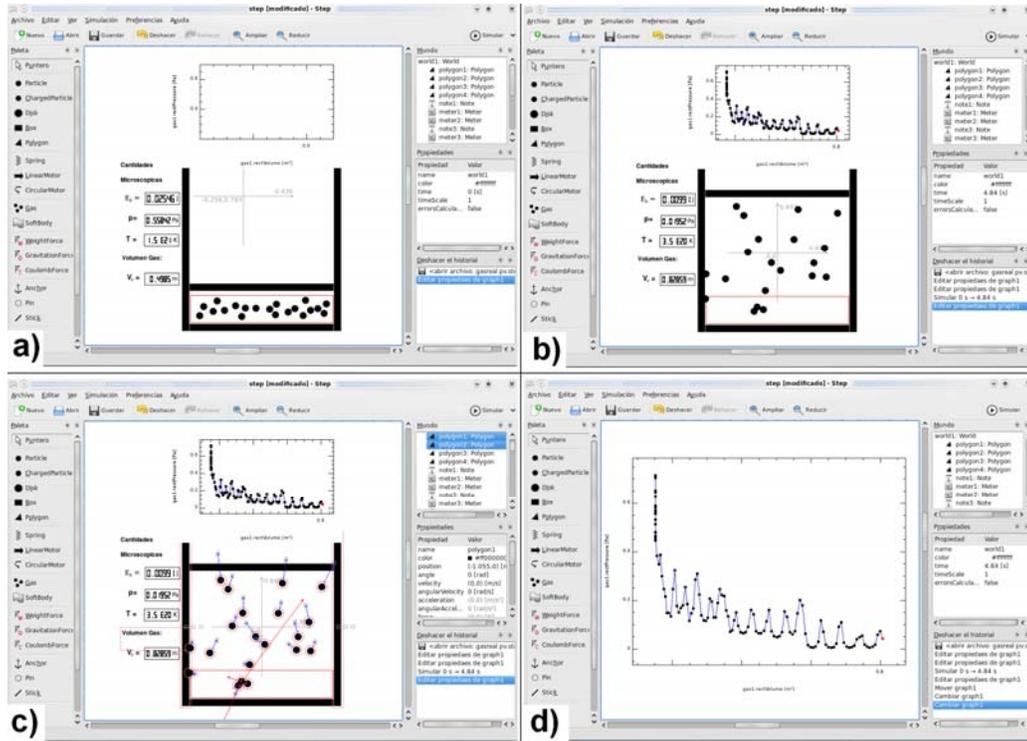


FIGURA 2. Simulación de un gas no ideal en Step a).Sistema inicial: Gas comprimido. b) Sistema final: 4.84 segundos de expansión. c) La trayectoria libre media. d) Gráfica pV para un Gas no ideal.

Al multiplicar este tiempo libre medio por la velocidad de dicha partícula se determina la trayectoria libre media [5] representada por  $\varphi$ , dichas trayectorias se pueden visualizar en la figura 2(c).

$$\varphi = vt_{med} = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}r^2N}. \quad (5)$$

Es posible dar un último tratamiento a esta ecuación, y expresarla en términos de las propiedades macroscópicas del gas, usando una de las diferentes maneras de enunciar la ecuación de los gases ideales:

$$pV = NkT. \quad (6)$$

Siendo  $k$  la constante de Boltzman, y reemplazando (6) en (5) se obtiene finalmente una expresión más compacta y de la trayectoria libre media de una partícula contenida en un recipiente cilíndrico, ver figura 2(c).

$$\varphi = \frac{kT}{4\pi\sqrt{2}r^2p}. \quad (7)$$

## B. Modelación bajo entorno libre Gnu/Linux

La modelación del sistema fue creado bajo entorno libre Gnu/linux, mediante el Software educativo Step, el cual fue desarrollado por el grupo The KDE Education Project (Kde-Edu), modificado e implementado (bajo la autorización con cooperación de Kde-Edu) por el grupo de investigación colombiano Fisinform; en dicho paquete informático se simuló la expansión a temperatura constante de un gas real contenido en un émbolo cilíndrico mostrado en las figuras 2.a y 2.b, posteriormente se calculó la trayectoria libre media figura 2.c. Finalmente se confrontan los resultados obtenidos de manera gráfica figura 2.c, 2.d y de manera numérica (código fuente) Figura 3.

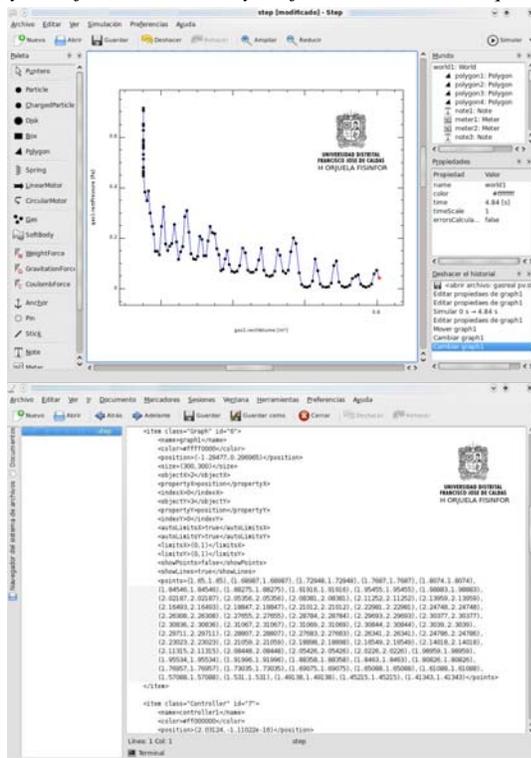


FIGURA 3. Gráfica de  $pV$  a lo largo de la expansión con su respectivo código fuente y datos obtenidos.

#### IV. CONCLUSIONES

- La modelación interactiva se puede aplicar en diferentes cursos de termodinámica tanto a nivel universitario como a nivel medio, la cual pretenderá ser una herramienta favorable en la descripción de las variables termodinámicas ya mencionadas y en el estudio de las propiedades de un gas no ideal, como el hecho consistente en que las partículas del gas colisionan entre ellas (*Choque intermolecular*).
- El análisis del comportamiento físico del sistema sugiere el uso de paquetes computacionales interactivos como (*STEP*) para su sencilla

manipulación, la facilidad de corregir y modificar su código fuente.

- Es difícil predecir en qué dirección se moverá la informática como elemento fundamental en el avance de la ciencia, mientras la investigación en la enseñanza de la Física muestra que los avances tecnológicos no conllevan necesariamente a una mejora en el aprendizaje en estas áreas de conocimiento[2], pero a su vez se ha comprobado que estas herramientas son consistentemente necesarias para predecir, manejar, entender gráficamente como numéricamente aspectos relevantes en la termodinámica y en la física en general.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento a los Compañeros integrantes de los grupos The KDE Education Project (Kdeedu) y del Grupo de Investigación Física e Informática FISINFOR por sus comentarios y sugerencias.

#### REFERENCIAS

[1] Orjuela B., Harley *et al.* *Curva de Bowditch de un sistema de dos osciladores Simétricos, analizado y modelado bajo interfaz gráfica libre.* (Memorias Simposio Centroamericano y del Caribe de Física XXVIII CURCCAF. San José, Costa Rica, 2009).

[2] Hurtado, A. *et al.*, *FÍSICA E INFORMÁTICA: Una opción didáctica integradora en la enseñanza aprendizaje de la física.* (Memorias Simposio Centroamericano y del Caribe de Física XXVIII CURCCAF. San José, Costa Rica, 2009).

[3] Baehr, H. D., *Tratado moderno de termodinámica* (José Montesó, Barcelona, 1965).

[4] Howell, J. R., *Principios de Termodinámica para Ingeniería* (McGraw-Hill, México D. F., 1990).

[5] Sears, Zemansky, *Física Universitaria* (Pearson Education 9ª Edición, Mexico D. F., 1999).