

Modelo Óptico das Reações Nucleares: Determinação fenomenológica e analítica do Potencial Óptico



M. A. M. Souza

*Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba, Caixa Postal 5008,
58051970, João Pessoa, Paraíba, Brasil.*

E-mail: msouza@fisica.ufpb.br; m.a.m.souza.ufpb@gmail.com

(Recebido 4 Janeiro 2010; aceito 23 Janeiro 2010)

Resumo

Em 1949 Feshbach e colaboradores propuseram o Modelo Óptico das reações nucleares, no qual o núcleo atômico é visto como uma esfera opaca capaz de refletir ou absorver as partículas incidentes, onde o potencial que descreve a reação tem um termo complexo, sendo este último responsável pela parte de absorção. A estrutura matemática do potencial óptico é complicada, sendo resultado de uma soma sobre todas as contribuições de energias de interação dos parceiros envolvidos na reação. Ele também pode ser obtido através da Mecânica Quântica pelo formalismo desenvolvido por Feshbach, mas que é apenas aproximativo.

Palavras-chave: Modelo Óptico, reações nucleares, núcleo atômico, potencial óptico, Mecânica Quântica.

Abstract

In 1949, Feshbach and collaborators proposed the optical model of nuclear reactions, in which the atomic nucleus is seen as an opaque sphere capable of reflecting or absorbing the incident particles, where the potential which describes the reaction has a complex term, the latter being responsible for the absorption. The mathematical structure of the optical potential is complicated, being the result of a sum over all contributions to interaction energies of the partners involved in the reaction. It can also be obtained by quantum mechanical formalism developed by Feshbach, but that is only approximate.

Keywords: Optical model, nuclear reactions, atomic nucleus, optical potential, Quantum Mechanics.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.J-, 21.60.-n, 24.10.Ht

ISSN 1870-9095

I. INTRODUÇÃO

O estudo das reações nucleares envolve uma série de parâmetros físicos tais como carga, momento angular, paridade, etc., que devem obedecer às leis de conservação e simetria. O conjunto definido de números quânticos que caracterizam tais parâmetros estabelecem aquilo que se chama de canal de reação, uma reação pode desenvolver-se em canais diferentes (estados diferentes), mas de forma geral sempre deve haver um canal de entrada e saída, relacionados com os estado dos parceiros envolvidos antes e após a reação [1]. A representação algébrica das reações pode ser dada semelhantemente a que é utilizada nas reações químicas, entretanto uma notação mais compacta dada por Bothe pode ser utilizada, ela pode ser expressa como $A(x, y)B$, onde x é a partícula incidente e A o núcleo alvo, y e B são os produtos finais da reação, isto é, a partícula gerada na reação e o núcleo residual respectivamente [2].

Outro fator importante que deve ser levado em conta em uma reação nuclear é a perda ou ganho de energia no processo, ou seja, o modo como o espalhamento ocorre,

podendo ser elástico ou inelástico, em física nuclear a maioria dos processos desencadeiam-se via dispersão inelástica sendo sumariamente necessário na sua descrição o conhecimento do Q da reação. O Q representa a energia gerada na reação, caso $Q < 0$ diz-se que a reação é exoérgica, $Q > 0$ temos uma reação endoérgica, ambas relacionadas à liberação ou absorção, nessa ordem, da energia cinética translacional da partícula e do núcleo no processo [3], matematicamente podemos expressa-la como:

$$Q = T_3 + T_4 - T_1 = \frac{P_3^2}{2m_3} + \frac{P_1^2 + P_3^2 - 2P_1P_3 \cos\theta_3}{2m_4} - \frac{P_1^2}{2m_1}, \quad (1.a)$$

ou

$$Q = T_3 \left(1 + \frac{m_3}{m_4}\right) - T_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_4}\right) - 2 \left(\frac{m_1 m_3 T_1 T_3}{m_4^2}\right)^{1/2} \cos\theta_3. \quad (1.b)$$

A equação acima permanece valida no regime relativístico, bastando para isso utilizar a relação relativística entre T e P dada por:

$$\frac{P^2}{2m} = T + \frac{T^2}{2mc^2} \quad (2)$$

As equações (1.a) ou (1.b) nos fornecem o valor da energia produzido numa reação em que uma partícula de massa m_1 colide com um núcleo alvo de massa m_2 em repouso, produzindo no canal de saída a emissão de uma partícula de massa m_3 e um núcleo residual de massa m_4 , onde θ_3 é o ângulo de espalhamento da partícula m_3 no referencial do centro de massa [3].

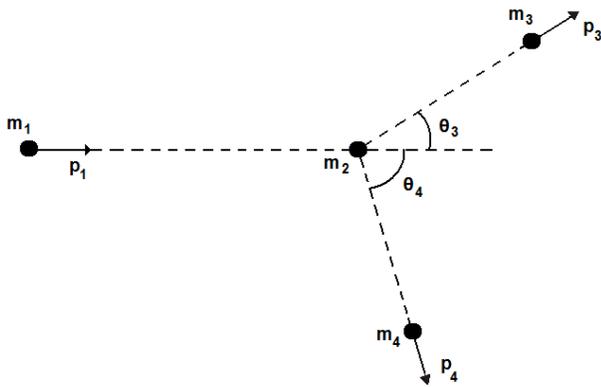


FIGURA 1. Esquema de colisão entre duas partículas m_1 e m_2 que tem como resultado a produção de duas novas partículas m_3 e m_4 .

Foi mostrado até agora apenas uma análise superficial e clássica dos mecanismos de reação, enfatizando-se os estados do canal de entrada e saída, sem descrever como se dá o processo de interação entre a partícula e o núcleo alvo nas proximidades do raio nuclear, ou seja, qual o comportamento do núcleo na região de interação. Para essa análise a Física nuclear dispõe de dois modelos: o Modelo do núcleo composto e o Modelo Óptico, que serão tratados nas seções subsequentes.

O presente trabalho se propõe a determinar fenomenologicamente e analiticamente o Potencial do Modelo Óptico (M. O.). O que motivou essa pesquisa foi justamente a notória eficiência do modelo na caracterização da dispersão de nêutrons, bem como pelo fato da inexplicável escassez de material teórico didático nas literaturas de física nuclear, contribuindo portanto para o enriquecimento da grade de Física Nuclear nos cursos de graduação.

II. MODELO DO NÚCLEO COMPOSTO

O modelo do núcleo composto para as reações nucleares foi proposto em 1936 por Neils Bohr no intuito de explicar o valor obtido das seções eficazes totais nos processos de ressonância gerados nas reações de captura de nêutrons térmicos por núcleos pesados. Esse modelo é caracterizado como sendo um sistema de muitos corpos, cujas partículas constituintes interagem fortemente entre si. O núcleo

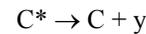
composto é resultado da união entre uma partícula incidente com um núcleo alvo [4].

Seguindo a linha de raciocínio de Bohr as reações de núcleo composto ocorrem em duas etapas [5].

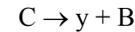
1ª A partícula incidente é absorvida pelo núcleo alvo. A reação é representada por:



C^* é aquilo que se denomina núcleo composto. A partícula incidente x ao penetrar no núcleo A fica aprisionada levando o núcleo composto a um estado excitado, diante desse quadro temos uma consideração a fazer: Para o caso da captura de um nêutron lento, C^* pode emitir radiação eletromagnética resultando na formação de um núcleo composto no estado fundamental [4]:



2ª O núcleo composto decai, emitindo uma partícula, que pode ser um próton, nêutron, partícula α , etc., ficando apenas o núcleo residual. O processo de emissão de uma partícula leva um tempo considerável do ponto de vista subatômico, da ordem de 10^{-15} s, tempo necessário para que a energia da partícula incidente seja distribuída pelas demais partículas constituinte do núcleo até que todo o excesso de energia se concentre em uma única partícula, sendo esta última ejetada do núcleo composto [1]. Essa segunda etapa é representada pela seguinte reação:



Em uma só etapa temos:



Um outro aspecto fundamental na teoria de Bohr é que a segunda etapa é independente da primeira, isto é, a emissão da partícula y e a conseqüente, formação do núcleo residual B não depende de como o núcleo composto foi formado, mas única exclusivamente de suas propriedades intrínsecas [4].

Quantitativamente o processo de formação do núcleo composto é expresso pela seção eficaz total da reação dada por:

$$\sigma_{xy} = \sigma_x \frac{\Gamma_y}{\Gamma}, \quad (3)$$

onde σ_x é a seção eficaz para a formação de um núcleo composto pela partícula x , Γ_y é a probabilidade de que seja emitida ao final do processo a partícula y e Γ é a soma de todas as probabilidades de emissão Γ_y ($\Gamma = \Gamma_p + \Gamma_m + \Gamma_\alpha + \dots$) [6].

A seção eficaz σ_x pode ser expressa por:

$$\sigma_x = \frac{A/v}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (4)$$

onde A é uma constante, v é a velocidade da partícula incidente, E é a energia da partícula. E_0 a energia de ressonância e Γ a largura de nível. A equação expressa explicitamente a dependência da seção de choque com a energia da partícula incidente [6].

A equação pode ainda ser generalizada para:

$$\sigma_x(E) = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_x \Gamma_y}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (5)$$

o que resulta por substituição direta na equação (3), em:

$$\sigma_{xy}(E) = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_x \Gamma_y}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (6)$$

A equação (6) é conhecida como fórmula de Breit-Wigner para seção eficaz de reação [4]. O valor do parâmetro g pode ser:

- $g = 2\ell + 1$,
- $g = \frac{2I_e + 1}{(2s + 1)(2\ell + 1)}$,

para partículas com spin diferente de zero. I_e – Spin do estado excitado do núcleo formado na reação. s – Spin da partícula incidente. I – Spin do núcleo alvo.

III. MODELO ÓPTICO

O modelo do núcleo composto apesar de apresentar previsões precisas acerca da dependência com a energia da seção de choque (S.C) de espalhamento para nêutrons, possui um número considerável de limitações, por exemplo, ele não conseguia explicar o porquê dessa dependência. Segundo a teoria de Bohr a seção de choque para alcançar a superfície do núcleo decai monotonicamente com a energia [5], conforme a equação (6). No limite assintótico de altas energias as previsões falham, a seção de choque assume o valor de $2\pi R^2$ [7]¹, as medidas obtidas no laboratório também estavam em desacordo com as previsões de Bohr, indicando que nas regiões de ressonância acima dos estados de excitação a S.C apresentava um comportamento extremamente complexo que indicava a combinação de partícula única e núcleo composto [5].

Esse problema foi resolvido pelo Modelo Óptico das reações nucleares que combinou na sua descrição as propriedades de partícula única e núcleo composto. A partir desse modelo foi possível descrever a interação entre a partícula incidente e o núcleo por um poço de potencial de largura $-V_0(r)$ a acrescido de uma parte imaginária negativa $-iW(r)$ que está associada à absorção da partícula incidente pelo núcleo, prefigurando o estado de núcleo composto [1].

O modelo recebeu esse nome por tratar o processo de reação como análogo a absorção de radiação eletromagnética por um meio material [4]. Dentro desse contexto o núcleo é visto como uma esfera cinza, parcialmente absorvente e parcialmente refletora para onda representada pela partícula incidente, ou seja, a partícula pode ser refletida ou transmitida, de modo que podemos associar ao núcleo um respectivo índice de refração, representado pelo poço de potencial atrativo, bem como a propriedade de opacidade [5].

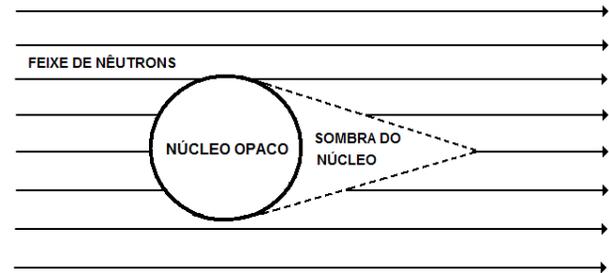


FIGURA 2. Sombra gerada por um núcleo opaco devido à obstrução de um feixe de nêutrons.

IV. DETERMINAÇÃO DO POTENCIAL ÓPTICO

A. Histórico

Faz aproximadamente 60 anos desde que a primeira reação nuclear foi descrita por meio de um potencial complexo, e desde então tem se tornado uma ferramenta extremamente útil e eficaz na determinação da seção de choque total das reações, bem como na caracterização da estrutura nuclear, fornecendo resultados com um elevado grau de precisão em confronto com os dados experimentais [8].

A idéia central do Modelo Óptico esta arraigada ao fato de que em uma reação, a partícula incidente que é representada por uma onda, pode ser espalhada ou absorvida pelo núcleo alvo, algo similar ao que ocorre quando uma onda eletromagnética incide em uma superfície de índice de refração n complexo, onde o termo complexo esta associada à absorção da onda pelo meio [8, 9]. Esse modelo incorpora as propriedades de partícula única, quando ocorre o espalhamento, e núcleo composto no ato de absorção, onde neste ultimo caso o potencial associado à interação possui caráter imaginário [5].

Feshbach e colaboradores, no ano de 1949 foram os primeiros a utilizar essas idéias na interpretação dos dados de dispersão e absorção de nêutrons de 90MeV por núcleos. Verificou-se que as partes real e imaginária do potencial descreviam perfeitamente o comportamento da seção de choque total da reação, obtendo o valor de $2\pi R^2$ [7], sendo R o raio do núcleo alvo. Cálculos usando mecânica quântica foram aplicados para a dispersão de prótons de 17MeV por núcleos de alumínio feito por Le Levier e Saxon (1952) [10]. Infelizmente na época os dados experimentais disponíveis eram bastante imprecisos

¹ Esse resultado é obtido por meio do Modelo óptico das reações nucleares e que está em perfeito acordo com a experiência.

para uma comparação direta com o espalhamento de prótons.

Em 1954 Feshbach [11] encontrou resultados para variação da seção de choque total para o espalhamento de nêutrons em termos do peso atômico e da energia, utilizando para isso um potencial complexo da forma:

$$\begin{cases} U = V(r) + iW(r), & \text{para } r < R, \\ 0, & \text{para } r > R. \end{cases} \quad (7)$$

O sucesso obtido nessa descrição estabeleceu a grande confiabilidade no Modelo óptico que passou a ser aplicado em larga escala nas reações nucleares. Posteriormente com o aumento da precisão nas medidas nucleares o modelo passou por um processo de aperfeiçoamento, dando conta de explicar não somente as seções de choque diferencial e total como também os estados de polarização das partículas envolvidas na reação [8].

A base dos cálculos desse modelo está associada à obtenção do potencial óptico, sendo este de natureza fenomenológica. Ele pode ser encontrado otimizando as previsões teóricas com os dados experimentais, levando em consideração as contribuições de cada interação presente na reação e das propriedades da matéria nuclear. A sua determinação é extremamente complexa, os trabalhos de Brueckner [12] em 1954 ajudaram a esclarecer a influência da matéria nuclear e o formalismo de Feshbach forneceu subsídios para uma definição teórica do potencial revelando seu caráter de não localidade. Em 1969 Greenlees [13,14] apresentou cálculos mais precisos em confronto com os modelos propostos anteriormente, sendo corroborado por Kidwai e Rook [15] no ano de 1971.

Devido a sua elevada complexidade, muitos cálculos utilizando o modelo óptico são feitos através de modelagem computacional, dispondo, é claro, de softwares avançados, aumentando com isso o grau de exatidão nos resultados previstos. Na seção precedente será mostrado a obtenção do potencial óptico a partir de uma construção fenomenológica e posteriormente uma definição teórica dada por Feshbach a partir dos princípios físicos da Mecânica Quântica.

B. Obtenção Fenomenológica do Potencial Óptico

As experiências de dispersão nuclear são extremamente úteis na obtenção das propriedades das interações presentes na reação bem como da estrutura interna dos parceiros envolvidos. A obtenção da seção de choque e da distribuição angular das partículas desviadas por meio de detectores apropriados constitui a principal forma de caracterizar os potenciais responsáveis pelo espalhamento, as medidas também indicam até que limite uma teoria de dispersão é aplicada, sendo portanto plausível, nesse limite, acrescentar outras formas de interação e compará-lo aos dados experimentais e verificar se o modelo teórico é consistente.

Na escala nuclear as interações envolvidas são muito complexas e sua descrição só é possível a partir da Mecânica Quântica. Inicialmente deduziremos empiricamente a forma do potencial óptico, baseado nos dados observados para o comportamento da seção de choque de reação conforme já foi dito anteriormente, em seguida mostraremos uma forma simples de obtê-lo a partir da mecânica quântica, embora neste último caso, o método não forneça uma compreensão geral dos fenômenos envolvidos.

A análise dos dados obtidos no processo de espalhamento de partículas por núcleos revelou que a função de excitação de uma reação nuclear, é semelhante à função de interação de uma partícula única com um potencial médio tomando a média sobre a energia. A estrutura em grande escala das funções de excitação, associada às larguras de ressonância Γ , e o aparecimento de máximos na direção frontal para as distribuições angulares das partículas espalhadas elasticamente [16], de forma análoga ao que ocorre no fenômeno de difração da luz [17] corresponde a uma dispersão de potencial. A questão a ser respondida é qual seria a forma do potencial ligado a esse fenômeno.

Esse potencial denominado de potencial óptico não possui uma descrição teórica auto-consistente, que poderia ser deduzida por meio de uma interação direta nucleon-nucleon. Trata-se de um potencial fenomenológico, representado por uma expressão construída com base em resultados empíricos onde os parâmetros que o descrevem são determinados por meio de ajustes aos dados de espalhamento.

Inicialmente partimos do fato de que a obtenção formal do potencial óptico está arraigada ao problema de muitos corpos, haja vista, que na sua construção torna-se necessária considerar as propriedades dinâmicas e fenomenológicas das partículas que compõe o núcleo alvo. Por questões óbvias já expressadas anteriormente, o potencial deve ser complexo. A forma matemática mais simples está associada a um potencial local da forma: [1]

$$U(r) = V(r) + iW(r). \quad (8)$$

Conforme equação (7). Analisemos separadamente a forma de cada termo do potencial. A parte real $V(r)$, no ser aspecto mais simples, tem a forma do potencial do modelo de camadas² dado pelo potencial de Woods-Saxon.

$$V(r) = \frac{V_0}{\{1 + \exp[(r-R)/a]\}}, \quad (9)$$

onde V_0 representa a profundidade do potencial, o termo $f(r) = \{1 + \exp[(r-R)/a]\}^{-1}$ representa a dependência radial do potencial, R é o raio nuclear e “a” é o parâmetro de difusividade da fronteira. Este potencial foi escolhido por se enquadrar nas observações a cerca do comportamento da

² Modelo nuclear que descreve o núcleo como um gás de Fermi onde os nucleons encontram-se divididos, em níveis ou camadas de energia, obedecendo ao princípio de exclusão de Pauli.

interação nucleon-nucleon, que decrescem exponencialmente com a distância, sendo, portanto mais correta do que a utilização de um potencial retangular [8].

Outro caso a considerar é a contribuição dos efeitos de spin dos nucleons, que altera levemente a forma do potencial e introduz degenerescências nos níveis de energia em relação ao estado de spin, temos o chamado acoplamento spin-órbita. O estado de spin do núcleo acopla-se ao momento angular orbital, produzindo uma diferença de energia proveniente de um acoplamento atrativo (spin paralelo ao momento angular orbital) ou de um acoplamento repulsivo (spin antiparalelo) [2]. Essa contribuição pode ser expressa como:

$$U_{\ell,s} = V_{\ell s} h(r) \cdot \vec{\ell} \cdot \vec{s} \quad (10)$$

Do ponto de vista experimental essa hipótese é verificada haja vista que as partículas não polarizadas espalhadas pelo potencial óptico apresentam estado de polarização definido após a dispersão [1].

$V_{\ell s}$ representa novamente a profundidade do potencial e a função $h(r)$ sua dependência radial, a função $h(r)$ é proveniente das correções relativísticas para essa interação e é representada pela forma de Thomas [1], advinda do efeito cinemático da relatividade restrita na caracterização do acoplamento spin-órbita denominado precessão de Thomas [18], dada por:

$$h(r) = \left(\frac{\hbar}{m_{\pi} c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} \quad (11)$$

O termo $\hbar/m_{\pi}c$ representa o comprimento de onda Compton do méson π , e que foi introduzido arbitrariamente por caracterizar o alcance das forças nucleares³ [1].

De forma geral podemos escrever a parte real do potencial óptico como sendo:

$$V(r) = \frac{V_0}{\{1 + \exp[(r-R)/a]\}} + V_{\ell s} \left(\frac{\hbar}{m_{\pi} c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} \cdot \vec{\ell} \cdot \vec{s} \quad (12)$$

Conforme a situação outras formas de interação poderiam ser acrescentadas a equação (12), como por exemplo, o potencial coulombiano, para partículas carregadas, ou o potencial centrífugo, proveniente dos efeitos dinâmicos do núcleo.

A obtenção da parte imaginária, responsável pela absorção, é muito difícil. O problema é amenizado pelo fato da distribuição angular das partículas dispersas não depender da forma de $W(r)$. Nos regimes de baixa energia (~20MeV) é conveniente escolher a forma de $W(r)$ de tal modo que a absorção ocorra na superfície nuclear.

³ Esta é uma previsão da teoria mesônica das forças nucleares propostas pelo físico japonês Hidek Yukawa a partir da equação de Klein-Gordon, cuja solução no caso estacionário leva ao potencial de Yukawa:

$$V(r) = g \frac{e^{-r/R}}{r}, \quad R = \frac{\hbar}{m_{\pi} c}$$

A dependência radial do potencial, $g_D(r)$, é proporcional a uma função $f(r)$. Para absorção de superfície escolhe-se geralmente $g_D(r) = -4 a_0 f(r)$, esta escolha é feita de modo que para $r = R$, $g_D(R) = 1$, isto é, temos estado de núcleo composto, a_D representa a largura de fronteira. Para altas energias (~80MeV) ocorre também absorção de volume, onde a dependência radial desta contribuição é equivalente a função $f(r)$. Podemos acrescentar ainda a $W(r)$ contribuições de spin-órbita (W_s), embora as indicações experimentais não tornem necessário esse procedimento [5]. Logo:

$$W(r) = -\varepsilon W'' - \varepsilon W' - W' - W_s \quad (13)$$

W' e W'' representam as contribuições para o potencial $W(r)$ da superfície e do volume nessa ordem:

$$W' = W_D g(r), \quad (14)$$

$$W'' = W_V f(r).$$

Substituindo (14) na (13) obtemos:

$$W(r) = -\varepsilon W_V f(r) + 4a_D(1 - \varepsilon) W_D f^2(r) - W_{\ell s} h(r) \vec{\ell} \cdot \vec{s} \quad (15)$$

W_D e W_V são as profundidades dos potenciais associadas à absorção de superfície e volume respectivamente, ε é denominado parâmetro de mistura e permite emaranhar os estados com as duas formas de absorção. A parte imaginária do potencial óptico deve ser negativa, para permitir que as partículas incidentes sejam absorvidas [1].

A figura abaixo mostra como os potenciais em uma interação nuclear se somam de modo a dar uma contribuição total para a reação.

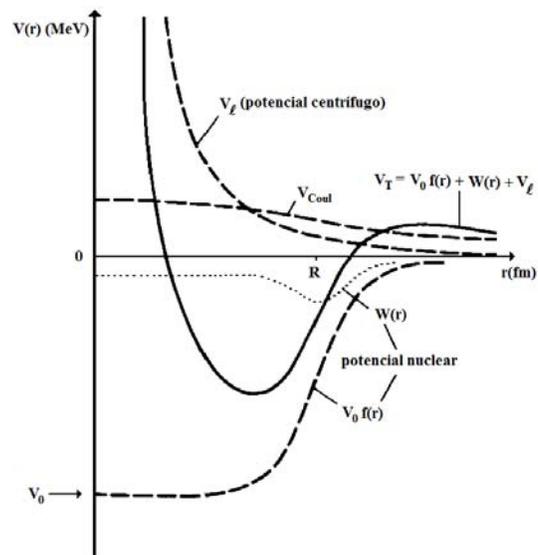


FIGURA 3. Soma de potenciais que contribuem para construção do potencial óptico.

C. Obtenção Analítica do Potencial Óptico

A teoria formal das reações nucleares a partir do modelo óptico foi proposta por Feshbach nos anos entre 1958 e 1962, baseada nos princípios físicos da mecânica quântica, é uma teoria limitada, mas que revela alguns traços marcantes do modelo. Esta teoria estabelece que o potencial óptico pode ser obtido a partir de uma hamiltoniana não perturbada H_0 e um potencial $V(r_0, \xi)$ entre a partícula incidente e o núcleo alvo, onde r_0 denota a posição da primeira e ξ a posição das partículas que compõe o núcleo. Para o caso de uma dispersão inelástica, ou seja, ocorre a absorção e a interação direta entre o projétil e os nucleons, podemos escrever a hamiltoniana do sistema como:

$$H = H_0 + U(r_0, \xi) = H_0(\xi) + T(r_0) + U(r_0, \xi), \quad (16)$$

onde $U(r_0, \xi)$ representa o potencial entre a partícula incidente e o núcleo. H_0 é a Hamiltoniana não perturbada dada por:

$$H_0 = H_0(\xi) + T(r_0), \quad (17)$$

em que $T(r_0)$ é a energia cinética da partícula incidente e $H_0(\xi)$ a Hamiltoniana das partículas que compõe o núcleo.

A função de onda total satisfaz a equação:

$$(H - E) \Psi = 0 \quad (18)$$

e a função de onda não perturbada satisfaz:

$$(H_0 - E)\phi = 0. \quad (19)$$

Ψ pode ser expandida em uma série de produtos de funções de onda $\Psi_\alpha(r_0)$ da partícula incidente e os correspondentes estados do núcleo:

$$\psi(r_0, \xi) = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}(r_0) \phi_{\alpha}(\xi), \quad (20)$$

onde $\psi(r_0)$ satisfaz a equação:

$$(T + U(r_0) - \varepsilon_{\alpha})\psi_{\alpha}(r_0) = 0, \quad (21)$$

em que $U(r_0)$ representa o potencial óptico e $\varepsilon_{\alpha} = E - E_{\alpha}$, com E_{α} sendo a energia de excitação do núcleo.

Nós podemos definir o operador de projeção P para a função de onda total para o estado fundamental, na direção da função de onda independente do tempo, que representa o alvo:

$$P\Psi = \Phi_0 = \phi_0\Psi_0(r_0), \quad (22)$$

e o operador $Q = 1 - P$, onde $Q + P = 1$ é um operador unitário. Esses operadores satisfazem as relações:

$$P^2 = P; Q^2 = Q; PQ = 0. \quad (23)$$

Inserindo o operador unitário $Q + P$ na equação (18):

$$(H - E) (P + Q)\psi = 0, \quad (24)$$

e multiplicando em seguida por P pela esquerda e depois por Q pelo mesmo lado obtemos:

$$(H - E) (P + Q)P\psi = 0, \quad (25)$$

$$(H - E) (P + Q)Q\psi = 0. \quad (26)$$

Desenvolvendo estas equações e aplicando as relações (23) para P e Q :

$$HPP\psi + HQP\psi - EPP\psi - EQP\psi = 0, \quad (27)$$

$$HPQ\psi + HQQ\psi - EPQ\psi - EQQ\psi = 0. \quad (28)$$

Assim, podemos escrever:

$$\begin{cases} (E - PHP)P\psi = QHPP\psi \\ (E - QHQ)Q\psi = PHQQ\psi \end{cases}. \quad (29)$$

Como Q e P comutam temos:

$$\begin{cases} (E - PHP)P\psi = PHQQ\psi \\ (E - QHQ)Q\psi = QHPP\psi \end{cases}, \quad (30)$$

de onde tiramos:

$$Q\psi = \frac{1}{(E - QHQ)}QHPP\psi. \quad (31)$$

Substituindo a equação (31) na primeira equação de (30):

$$\left(E - PHP - PHQ \frac{1}{(E - QHQ)}QHPP \right) P\psi = 0. \quad (32)$$

A expressão (32) nos dá formalmente a equação para a função de onda do canal de entrada.

Para o estado de mais baixa energia o núcleo alvo possui energia nula:

$$H(\xi)\phi_0 = 0. \quad (33)$$

Usando a definição matemática do operador de projeção:

$$P = |\phi_0\rangle\langle\phi_0|, \quad (34)$$

podemos escrever:

$$PHP = |\phi_0\rangle\langle\phi_0|H(\xi) + T + U|\phi_0\rangle\langle\phi_0| = \quad (35)$$

$$PHP = |\phi_0\rangle(T + \langle\phi_0|U|\phi_0\rangle)\langle\phi_0|, \quad (36)$$

$$PHQ = |\phi_0\rangle\langle\phi_0|H(\xi) + T + U | Q = \quad (37)$$

$$= |\phi_0\rangle\langle\phi_0|H + T + U | 1 - |\phi_0\rangle\langle\phi_0|H + T + U |\phi_0\rangle\langle\phi_0|,$$

$$= |\phi_0\rangle\langle\phi_0|U | (1 - |\phi_0\rangle\langle\phi_0|) =$$

$$PHQ = |\phi_0\rangle\langle\phi_0|UQ. \quad (38)$$

Analogamente

$$QHP = QU|\phi_0\rangle\langle\phi_0|. \quad (39)$$

Substituindo as equações (36), (38) e (39) na equação (32), obtemos:

$$\{E - |\phi_0\rangle\langle\phi_0|(T + \langle\phi_0|U|\phi_0\rangle)\langle\phi_0| - |\phi_0\rangle\langle\phi_0|\Omega|\phi_0\rangle\langle\phi_0|\}\psi = 0, \quad (40.a)$$

onde

$$\Omega = UQ \frac{1}{E - QHQ} QU. \quad (40.b)$$

Aplicando $\langle\phi_0|$ do lado esquerdo e $|\phi_0\rangle$ do lado direito de (40.a) e utilizando (34), temos:

$$\{E - T - \langle\phi_0|U|\phi_0\rangle - \langle\phi_0|\Omega|\phi_0\rangle\}\psi_0(r_0) = 0. \quad (41)$$

Comparando com a equação (21), o potencial óptico pode ser expresso por:

$$U(r_0) = \langle\phi_0|U|\phi_0\rangle - \left\langle\phi_0\left|UQ \frac{1}{E - QHQ} QU\right|\phi_0\right\rangle. \quad (42)$$

O primeiro termo da equação (42) representa as transições diretas entre o canal de entrada e as excitações nucleares do núcleo, sendo este puramente real, o segundo termo deve ser complexo relacionando-se, portanto ao canal inelástico da reação. Podemos perceber ainda que o segundo termo possui uma singularidade nos autovalores QHQ, de modo que para obter um potencial óptico consistente, devemos considerar QHQ como uma média sobre intervalos de energia suficientemente grandes. De forma mais minuciosa este termo também revela o caráter de não-localidade do potencial. Assim o potencial efetivo em qualquer ponto depende da função de onda em toda a região, com maior ou menor grau, dependendo do intervalo da não-localidade.

V. CONCLUSÃO

O modelo do núcleo composto proposto por Neils Bohr, por se tratar de um método estatístico não dava conta de explicar a dependência da seção de choque com a energia

na colisão entre partículas subatômicas e núcleos alvo. Feshbach e colaboradores utilizando o formalismo da mecânica quântica foram os primeiros em forma fechada a descrever e explicar essa dependência tratando o núcleo alvo como uma esfera opaca, parcialmente refletora e parcialmente absorvedora, cujo potencial responsável pela mediação desses processos tem estrutura complexa. A parte complexa do potencial é responsável pela absorção, similarmente ao que ocorre quando um feixe de luz incide em um meio material. A parte absorvida do feixe pode ser explicada atribuindo ao índice de refração do meio um termo complexo.

A única dificuldade do modelo é o tratamento do potencial óptico, que devido a sua complexidade estrutural, torna sua manipulação irrisória, sendo, portanto necessário a utilização de métodos computacionais.

REFERÊNCIAS

- [1] Mayer-Kuckuk, T. *Física nuclear*, Traduzido por Carlos Fiolhais e Rui Ferreira Marques, (Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1993).
- [2] Almeida, E. de, Tauhata, L.. *Física nuclear*, (Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981).
- [3] Symon, K. R., *Mecânica*, Tradução de Gilson Brande Batista, (Campus, Rio de Janeiro, 1982).
- [4] Burcham, W. E.. *Física Nuclear*, (Editorial Reverte, Barcelona, 1974).
- [5] Kaplan, I. *Física nuclear*, (Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978).
- [6] Segré, E., *Núcleos y partículas*, (Editorial Reverte, Barcelona, 1972).
- [7] Feshbach, H., Weisskopf, V. F., Phys. Rev. **76**, 1550 (1949).
- [8] Hodgson, P. E.. *Rep. Prog. Phys.* **34**, 765 – 819 (1971).
- [9] Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics*, 3ª edição, (John Wiley & Sons, California, 1999).
- [10] Le Levier, R. and Saxon, D. S., Phys. Rev. **87**, 40 (1952).
- [11] Feshbach, H., Porter, C.; Weisskopf, V. F., Phys. Rev. **96**, 448 (1954).
- [12] Bruckner, K. A., Phys. Rev. **96**, 508 (1954).
- [13] Greenlees, G. W., Pyle, G. J. and Tang, Y. C., Phys. Rev **171**, 1115 (1969).
- [14] Greenlees, G. W. *et al.*, Phys. Rev C, **2**, 1063 (1970).
- [15] Kidwai, H. R. and Rook, J. R., Nucl. Phys. A, **169**, 417 (1971).
- [16] Hodgson, P. E., *The optical model of elastic scattering*, (Clarendon Press, Oxford, 1963).
- [17] Born, M. and Wolf, E., *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, 7th edition, (Cambridge University Press, USA, 2003).
- [18] Eisberg, R. M., *Fundamentos da física moderna*, (Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1979).