

Circuito RC en descarga. Signo y sentido de la corriente



Osaba-Rodríguez, C.

Departamento de Física, ISPJAE, calle 114 No.11901 entre Ciclo Vía y Rotonda, CP 10400, Marianao, La Habana, Cuba.

E-mail: carloso@electronica.cujae.edu.cu

(Recibido el 6 de Marzo 2014, aceptado el 28 de Junio de 2014)

Resumen

En la determinación mediante las Reglas de Kirchhoff, de las corrientes y sus sentidos en las ramas de circuitos de corriente continua compuestos de baterías y resistores, las corrientes que resultan positivas muestran su sentido de circulación verdadero, mientras que a las negativas les corresponde el sentido contrario al supuesto. Mas sucede que al determinar la corriente en un circuito RC en régimen de descarga, aunque se le asigne el sentido físicamente correcto, algunos textos obtienen su valor con signo negativo. El presente artículo discute la determinación de dicha corriente y su signo.

Palabras clave: Circuitos eléctricos, circuito RC, corriente eléctrica.

Abstract

When Kirchhoff Rules are used for finding the currents and their directions on branches of D.C. circuits with batteries and resistors, positive currents have the right direction and negative currents have the opposite direction. But operating with a capacitor discharged by connecting it across a resistor (discharging RC circuit), although the current is supposed to circulate the right way from positive to negative plate, on some texts a negative current is obtained. This paper discusses how to determine this discharging current and its sign.

Key words: Electric circuits, RC Circuit, Electric current.

PACS: 01.55.+b, 41.20.-q, 07.50.

ISSN 1870-9095

I. CIRCUITOS RESISTIVOS Y CIRCUITO RC

La resolución de circuitos de corriente continua compuestos de baterías y resistores mediante el empleo de las reglas de Kirchhoff plantea habitualmente la determinación de las corrientes en las ramas a partir de los valores de la fuerza electromotriz de las baterías y las resistencias de los resistores. Tras proponer sentidos de circulación para las corrientes en las ramas y resolver el correspondiente sistema de ecuaciones, las corrientes que resulten positivas cuentan con el sentido de circulación correcto y las negativas con sentido opuesto.

Por su parte, el circuito de una sola malla compuesto por un capacitor, un resistor y que puede contar con una batería se le llama circuito RC. El mismo se estudia en régimen de carga, cuando la batería va cargando al capacitor, y en régimen de descarga cuando se parte de un capacitor cargado que va descargándose a través de un resistor conectado a sus placas.

II. CIRCUITO RC. RÉGIMEN DE CARGA

En un circuito como el de la figura 1 que cuenta con un interruptor, una batería, un resistor y un capacitor

descargado, tras cerrar el interruptor en $t = 0$ se establece una corriente de la placa positiva a la negativa, verificándose el resultado

$$\varepsilon = Ri + q/C. \quad (1)$$

Que mediante la ecuación $i = \frac{dq}{dt}$ se transforma en

$$\varepsilon = R \frac{dq}{dt} + q/C. \quad (2)$$

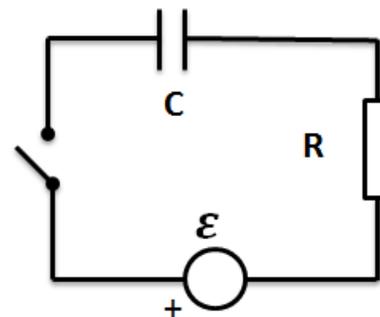


FIGURA 1. Circuito RC con fuente de voltaje.

De ahí se obtiene la ley de carga del capacitor:

$$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}). \quad (3)$$

Empleando nuevamente $i = \frac{dq}{dt}$ se obtiene la expresión de la corriente:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}. \quad (4)$$

El signo positivo que precede a la corriente indica que el sentido de circulación supuesto es correcto.

III. CIRCUITO RC. RÉGIMEN DE DESCARGA

En un circuito como el de la figura 2 que cuenta con un interruptor, un resistor y un capacitor con carga Q_0 , tras cerrar el interruptor en $t = 0$ se establece una corriente de la placa positiva a la negativa, verificándose el resultado

$$Ri + q/C = 0. \quad (5)$$

De ahí se obtiene la ley de descarga del capacitor

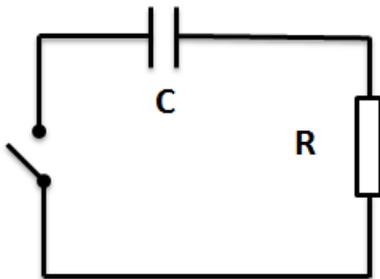


FIGURA 2. Circuito RC sin fuente de voltaje.

$$q(t) = Q_0 e^{-t/RC}. \quad (6)$$

Al emplear la relación $i = \frac{dq}{dt}$ se obtiene

$$i(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}, \quad (7)$$

ecuación precedida por un signo negativo que parece indicar un sentido de circulación erróneo para la corriente aunque el sentido supuesto para la corriente sea el correcto.

IV. DIVERSOS ENFOQUES EN LOS TEXTOS

El tratamiento del circuito RC en descarga en varios textos se consigna a continuación, empleando la notación antes expuesta.

4.1. Tras plantear la ley de descarga (6) declarar que puede obtenerse la expresión $i(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$, con

- Circuito RC en descarga. Signo y sentido de la corriente
- la corriente precedida de un signo positivo, sin exponer la forma en que se obtiene tal expresión [1].
- 4.2. Obtener la expresión de la corriente de descarga (7) sin comentar el signo negativo lo que puede dejar insatisfecho al lector reflexivo [2].
- 4.3. Obtener la expresión de la corriente de descarga (7) indicando que circula en un sentido tal que disminuye la carga en el capacitor [3]. Esto desvincula el signo de la corriente con el hecho de que su sentido sea correcto o incorrecto.
- 4.4. Explicar que en una ecuación como (4) el signo positivo indica que el capacitor está cargándose y que en (7) el signo negativo indica que el capacitor está descargándose. Que tanto en carga como en descarga la corriente $i(t)$ cumple con la ecuación $R \frac{di}{dt} + i/C = 0$, la cual admite como solución general $i(t) = I_0 e^{-t/RC}$, donde la selección de $I_0 = \varepsilon/R$ para la carga y de $I_0 = -Q_0/RC$ para la descarga proporciona las expresiones necesarias [4]. Este procedimiento brinda expresiones satisfactorias pero deja sin explicar por qué se adoptan tales expresiones para I_0 .
- 4.5. Emplear un circuito con un interruptor que en una posición incorpora la fuente dando lugar al proceso de carga, y en otra excluye la fuente dejando al circuito en descarga. Tomando en la descarga el mismo sentido de circulación de la corriente que en la carga, se aplica en (6) $i = \frac{dq}{dt}$ y se obtiene (7), indicándose que la corriente fluye en sentido opuesto al mostrado ya que el capacitor se descarga en lugar de cargarse, con lo cual no se interpreta el signo obtenido para la corriente [5].
- 4.6. Plantear para el régimen de carga $i = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$. Para la descarga tomar $\varepsilon = 0$, quedando $i = -\frac{q}{RC}$. Declarar que el signo negativo indica que la carga positiva está saliendo de la placa positiva por lo que la corriente circula en un sentido opuesto al del proceso de carga. Obtener $I_0 = -\frac{Q_0}{RC}$ al evaluar en el instante inicial, plantear $i = \frac{dq}{dt}$ para derivar (6) y obtener (7), escribiendo la ecuación para la descarga como $i(t) = I_0 e^{-t/RC}$, quedando al final la ecuación de la corriente precedida de un signo positivo [6]. Esto proporciona una expresión formalmente correcta en cuanto al signo positivo, pero con un método algo enrevesado.
- 4.7. Tras haber obtenido para la descarga (6) se emplea $i = -\frac{dq}{dt}$, ya que la corriente en el circuito es igual a la rapidez con que decrece la carga (positiva) en el capacitor. [7, 8, 9, 10]. El procedimiento expuesto en 4.7 es el que se considera mejor.
- Si bien la relación $i = \frac{dq}{dt}$ es siempre válida cuando vincula la corriente en una sección de un conductor con la carga que atraviesa dicha sección, para relacionar la corriente en el circuito con la carga de un capacitor en descarga, es necesario incluir el signo negativo expuesto en 4.7. Con ello

la corriente en la descarga exhibe un signo positivo que confirma su sentido de circulación, de la placa positiva a la negativa.

.....Suponer para el capacitor en descarga que el sentido de la corriente es entrando a la placa positiva no es físicamente correcto; y si este proceder cuenta como ventaja que hace valedera la relación $i = \frac{dq}{dt}$, arrastra la desventaja de presentar una corriente cuyo sentido de circulación no es correcto.

V. EJEMPLOS AFINES

La inclusión de un signo negativo para reflejar la variación de una magnitud que decrece está presente en otras situaciones conocidas en Física, tales como la ecuación de continuidad y la ley de desintegración radiactiva.

La relación entre la transferencia de la carga eléctrica contenida en un volumen a través de la superficie cerrada que lo rodea y la carga neta contenida en dicho volumen responde a una ley de conservación. Así un flujo positivo, indicativo de un tránsito de carga hacia el exterior, se relaciona con la disminución de la carga neta en el volumen, lo que se plantea matemáticamente con la inclusión de un signo negativo.

De este modo la ecuación de continuidad en forma diferencial puede plantearse como

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (8)$$

Siendo \vec{j} el vector densidad de corriente y ρ la densidad volumétrica de carga.

Una ecuación de continuidad análoga puede plantearse para la conservación de la masa en un volumen.

El fenómeno de desintegración radiactiva proporciona otro ejemplo, pues si una muestra contiene N núcleos radiactivos, la rapidez $\frac{dN}{dt}$ con que ocurre la desintegración es proporcional a la disminución de la cantidad de núcleos sin desintegrar, lo que conduce a la ecuación

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (9)$$

En la que vuelve a presentarse un signo negativo. Vale destacar que la anterior ecuación diferencial conduce a la ley de desintegración

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (10)$$

Cuya forma es análoga a la de la corriente de descarga en el capacitor para un circuito RC.

CONCLUSIONES

Para un circuito RC en régimen de descarga, la inclusión de un signo negativo en la ecuación que relaciona la corriente eléctrica que circula con la derivada respecto al tiempo de la carga en el capacitor, confiere a dicha corriente un signo positivo cuando circula en el sentido físicamente correcto, lo cual preserva un resultado establecido en el tratamiento de las Reglas de Kirchoff, contenido que precede al estudio del circuito RC en los textos de Física.

REFERENCIAS

- [1] Sears, F., *Fundamentos de Física. Electricidad y Magnetismo*. (Edición Revolucionaria, La Habana, 1966).
- [2] Kip, A. F., *Fundamentos de Electricidad y Magnetismo*, (Ediciones del Castillo, S.A. Madrid, 1967).
- [3] Page, L., Adams, N. I., *Principles of Electricity*, (D. Van Nostrand Company, Inc. New York, 1931).
- [4] Peck, E. R., *Electricity and Magnetism*, (Mc. Graw – Hill Book Company, Inc. New York, 1953).
- [5] Halliday, D., Resnick, R., Krane, K., *Física*, (Editorial Félix Varela, La Habana, 2003).
- [6] Sears, F., Zemansky, M., Young, H., Freedman, R. *Física Universitaria*, (Novena edición, Editorial Félix Varela, La Habana, 2008).
- [7] Purcell, E. M., *Electricity and Magnetism*, (Edición Revolucionaria, Instituto del Libro, La Habana, 1970).
- [8] Tipler, P. A., *Física*, (Tercera Edición, Editorial Reverté, Barcelona, 1993).
- [9] Stanford, A. L., Tanner, J. M., *Physics for Students of Science and Engineering*, (Academic Press, Inc, USA, 1985).
- [10] Ortega, J. *et al.*, *Electromagnetismo, Oscilaciones y Ondas. Parte teórica*, (ENPES, La Habana, 1990).