



# Interpretación del lenguaje simbólico de la física: Las “lecturas” de los estudiantes

**Wainmaier, C., Fleisner, A.**

*Departamento de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de Quilmes,  
Roque Sáenz Peña No. 352. Bernal, C.P. B1876BXD, Buenos Aires, Argentina.*

**E-mail:** ana.fleisner@unq.edu.ar

(Recibido el 23 de febrero de 2015, aceptado el 30 de abril de 2015)

## Resumen

Los recursos formales –matemáticos y lógicos– son fundamentales en el análisis y la descripción de la naturaleza, pero su uso exige considerar las diferencias sustanciales entre enunciados formales y fácticos. En este trabajo nos proponemos reflexionar sobre la dificultad que representa, para los estudiantes, la comprensión y el manejo de lenguaje de la física. Analizaremos algunas limitaciones detectadas en estudiantes de los primeros cursos de física universitaria, vinculadas a la interpretación del lenguaje simbólico empleado al formalizar los enunciados de la disciplina. Sugeriremos algunas implicancias para la enseñanza. Entendemos que no sólo la complejidad propia de un nuevo lenguaje y su formalización, sino también la desvinculación con la que se suele presentar la dupla *concepto-formalización del mismo*, generan dificultades para los alumnos. Esta dificultad se suma a otra relacionada con la imposibilidad de utilizar de manera apropiada en las clases de física términos del lenguaje natural, utilizados también en el lenguaje de la física, pero con distinto significado y referencia. Sostendremos que: los vínculos entre el lenguaje técnico que utiliza la física, las estructuras matemáticas y los esquemas experimentales, sirven para describir, explicar y definir su objeto de estudio, el *mundo* al que se refiere y las herramientas a través de las cuales lo aborda. Por ello, consideramos que estableciendo de manera clara dichos vínculos, acercaremos a los estudiantes (y docentes) a una mejor comprensión de los modelos y teorías, así como a una mejor interpretación de las definiciones y leyes de la física, y las diferencias sustanciales entre ellas.

**Palabras clave:** Lenguaje simbólico de la física, significado, enunciados.

## Abstract

Formal resources –mathematical and logical– are vital to the analysis and description of nature, but its use requires consideration of the substantial differences between formal and factual statements. In this paper, we propose to thinking deeply about the students’ difficulties in understanding and managing language of physics. We discuss some students limitations, linked to the interpretation of symbolic language used to formalize statements of discipline, and suggest some implications for teaching. We understand that not only the complexity of a new language and its formalization, but also the separation usually presents the duo concept-concept formalization, creating difficulties for students. This difficulty is, among others, related to the inability to use appropriately in physics classes terms of natural language, also used in the language of physics, but with different meaning and reference. We argue that: the links between technical language that uses physics, mathematical structures and experimental schemes, serve to describe, explain and define the physics subject of study, the world to which it refers and the tools through which it approach. Therefore, we consider clearly establishing such links, will approach the students (and teachers) to a better understanding of the models and theories as well as a better understanding of definitions and laws of physics and the substantial differences between them.

**Keywords:** Symbolic language of physics, meaning, statements.

**PACS:** 45.20.D, 01.40.gb, 01.70.+w, \*43.10.Mq

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Investigadores y docentes coincidimos en que el aprendizaje comprensivo de la Física por parte de los estudiantes de cursos básicos del nivel universitario no es una tarea fácil.

Para la comprensión de esta problemática se señala que, entre otras cuestiones, el cuerpo de conocimientos que

pretendemos que aprendan nuestros estudiantes, presenta una serie de obstáculos para su aprendizaje, asociados a la naturaleza de la ciencia que queremos enseñar [1, 2]. En ese sentido, se reconoce que el conocimiento científico tiene características sustancialmente diferentes al “conocimiento común”<sup>1</sup> (Bachelard [5]; Astolfi [4]; Lemke [5]) Así, por ejemplo, la ciencia requiere conceptos claros y precisos

<sup>1</sup> Nos interesa señalar que no pretendemos asignar al conocimiento científico un valor epistémico mayor que al conocimiento llamado común.

mientras que los términos del lenguaje ordinario pueden ser vagos, poco específicos; se proponen explicaciones sistemáticas y controlables en lugar de limitarse –como lo hacemos con frecuencia en la vida cotidiana– a explicaciones de hechos aislados donde el criterio de verdad es la evidencia [6, 7]. Cabe también considerar que, el lenguaje utilizado en ciencia muestra una importante diferencia ya que la física recurre a la matemática para representar estructuras conceptuales que versan sobre el “mundo”.

En relación al lenguaje simbólico de la física, es de destacar que en el proceso de construcción del conocimiento científico sobre el mundo se dio un paso fundamental cuando en el siglo XVII se comenzó a analizar y describir la naturaleza por medio de la matemática y se adoptó una metodología que integra la experimentación con la lógica [8, 9].

Al respecto Blanchè [10] señala: *"El paso a la ciencia moderna supone una verdadera revolución mental. Se trata de habituarse a mirar la naturaleza con ojos de geómetra, de operar la sustitución del espacio concreto de la física pregalileana por el espacio abstracto de la geometría euclídeana, es decir, de situar los fenómenos en un espacio homogéneo, isotrópico, infinito"...." Y en este espacio que es una verdadera nada física, un vacío absoluto, reducir todos los movimientos a simples desplazamientos de puntos geométricos". "Lo real del físico no puede ser ya, como había sido hasta entonces, el mismo que el del sentido común. Entre uno y otro, la ruptura está consumada"*.

Desde la geometrización introducida en la modernidad, el lenguaje matemático fue empleado en la física para cuantificar, estructurar y expresar enunciados sobre sucesos y procesos del “mundo físico”. Sin embargo, el profundo vínculo que relaciona a la física con la matemática no debilita las sustanciales diferencias entre ambas ciencias. Aunque habitualmente se piense a la matemática como el lenguaje de las ciencias, la matemática cuando es usada en física es un dialecto distinto de dicho lenguaje [10]. Los recursos formales –matemáticos y lógicos– son fundamentales en el análisis y la descripción de la naturaleza, pero su uso exige considerar –particularmente en la enseñanza–, las diferencias sustanciales entre enunciados formales y fácticos [11].

Desde hace tiempo la investigación educativa en ciencias da cuenta de que los estudiantes conciben a la física como un conjunto de fórmulas y símbolos; advierten sobre las serias dificultades de los estudiantes universitarios para interpretar el significado de los formalismos matemáticos que usan [12, 13], y resalta la importancia de que ellos comprendan que, a diferencia de lo que ocurre en matemática o en lógica, las “fórmulas” de la física son fórmulas interpretadas fácticamente [14]. En tal sentido Cudmani *et al.* [15] afirman que *"muchas de las dificultades de aprendizaje son consecuencia de haber vaciado de significado físico a las relaciones matemáticas con que se simbolizan los enunciados de leyes y de un manejo de estas expresiones como meros algoritmos de cálculo"*.

Si bien muchas de estas dificultades detectadas en la comprensión de los estudiantes han conducido a la generación de nuevas estrategias de enseñanza y estas han

traído aparejados cambios en los contenidos, dichos contenidos han seguido en gran parte los patrones existentes.

En este sentido, centrando la atención en la mecánica clásica, hemos advertido que sigue siendo una característica común a muchos cursos de física lo que señalara Hestenes [16]; esto es, no se suele explicitar las hipótesis básicas de la mecánica clásica (concepciones de espacio y tiempo absolutos, noción de campo gravitatorio, etc.). No se diferencian claramente las nociones intuitivas de las formulaciones científicas, ni se toman en cuenta las modificaciones profundas que la física ha experimentado a lo largo de los últimos siglos.

En definitiva, el manejo de las relaciones matemáticas con las que se simbolizan los enunciados físicos, parece necesitar de un análisis del contenido físico, así como de una puesta en contexto –de acuerdo a la teoría física que los esté utilizando– de los conceptos involucrados.

En línea con lo que venimos planteando, Salinas [11] da cuenta de limitaciones en los estudiantes para distinguir entre enunciados formales y fácticos. Un estudio diagnóstico llevado a cabo por Bagno *et al.* [17] muestra diversas dificultades de los estudiantes en torno a la comprensión de fórmulas fundamentales de la mecánica newtoniana.

Tumirano y Redich [18] revelan que, un número importante de estudiantes tiene dificultades para leer e interpretar adecuadamente, expresiones matemáticas vinculadas con la física.

Algunos estudios sistemáticos que venimos realizando [19, 20], así como afirmaciones de los estudiantes que hemos leído y/o escuchado, en los cursos básicos de física, dan cuenta de serias dificultades de los estudiantes en el manejo del lenguaje simbólico de la física que, consideramos, están asociados a una incompleta lectura de los enunciados de la disciplina. A modo de ejemplo, el tipo de afirmaciones a las que nos referimos son las siguientes:

- *"El trabajo de una fuerza es la fuerza a lo largo de un desplazamiento"*
- *"El trabajo es la integral de la fuerza por el desplazamiento"*.
- *"La aceleración es la causa física por la cual cambia la velocidad de un cuerpo"*.
- *"La cantidad de movimiento lineal del cuerpo se conserva porque no cambian la masa ni la velocidad"*.
- *"En este choque se conserva la energía cinética porque es un choque elástico"*.
- *"Sabiendo que  $\vec{F} = m\vec{a}$ , entonces  $m = \vec{F}/\vec{a}$ , lo que implica que la masa depende de la fuerza y de la aceleración."*

También nos han planteado preguntas del siguiente tipo:

- *Si vemos que  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$  y también que  $W = \Delta E_C$ , me puede decir finalmente ¿a qué es igual el trabajo?"*

En la mayoría de las proposiciones transcritas se advierte una lectura literal de los términos que designan las magnitudes físicas atribuyéndole, como máximo, algún tipo de contenido relacionado con la estructura matemática o formal que se le asocia. Se deja de lado otras características fundamentales en la construcción del significado de un concepto físico, como: las relaciones lógicas y conceptuales

con otras magnitudes, la definición ontológica del concepto o las condiciones experimentales que permiten su medición.

Entendemos que en la introducción de cada magnitud física en el contexto de una teoría, no sólo fue necesario definirla, sino también incorporarla de manera coherente a la estructura conceptual de dicha teoría. Estableciendo para ello, relaciones con las restantes magnitudes de la teoría, así como diseñando un modo de medirla, y asignando un valor coherente también con una estructura formal. Toda esta información mencionada, es importante para una correcta lectura de un enunciado de la física.

Por otra parte, se advierten dificultades en los estudiantes para diferenciar: cuándo un enunciado representa la definición de una magnitud o una ley física en la que dicha magnitud está contenida. Creemos que estas dificultades están asociadas a que en ambos casos, la simbolización se establece mediante una igualdad; que si bien matemáticamente se lee igual, es sustancialmente diferente, pero los estudiantes no conocen esas diferencias.

Ragout y Cárdenas [14], en coincidencia con nuestras observaciones, refieren a lecturas inapropiadas del lenguaje simbólico de la física en estudiantes de cursos básicos universitarios. Si bien acordamos con las autoras en el sentido que nos parece fundamental la interpretación de los símbolos y las relaciones entre símbolos, creemos que el problema de la interpretación del contenido físico de las expresiones matemáticas no es sólo de orden semiótico sino también –y fundamentalmente– sintáctico y semántico.

En este sentido estamos de acuerdo con la postura de Cudmani *et al.* [15] y consideramos que el problema no es interpretar correctamente los formalismos y símbolos matemáticos empleados, sino el contenido físico que los mismos implican.

En las ecuaciones matemáticas que se usan en física hay muchos símbolos diferentes, y cada uno de ellos está conectado con algo del ámbito de la física.

Los físicos usan muchos tipos distintos de constantes: constantes universales, condiciones iniciales, parámetros etc.; desdibujándose así las diferencias entre constantes y variables. Se usan símbolos para representar ideas más que cantidades y se mezclan "cosas de la matemática" con "cosas de la física"; pero, lo que probablemente hace más drástica la diferencia del uso de los símbolos, en matemáticas y en física, es la atribución de significado a dichos símbolos [10].

Dejando de lado la discusión acerca de si la física es una ciencia puramente experimental o si posee además un núcleo duro teórico, sostenemos que los conceptos de la física (en particular los conceptos métricos o magnitudes físicas) poseen otras notas características – que desarrollaremos en este trabajo– además de las matemáticas. Estas tienen que ver con cuestiones experimentales, ontológicas y contextuales de los mismos.

En lo que sigue, presentamos brevemente algunos aspectos semánticos y epistemológicos que, creemos aportan a la comprensión de la problemática planteada.

## II. LAS MAGNITUDES FÍSICAS Y LOS ENUNCIADOS QUE LAS VINCULAN

### A. El significado de un concepto físico: Las notas características de las magnitudes físicas

El vocabulario utilizado por los científicos consta de un conjunto de señales convencionales (signos) que pertenecen a uno o más lenguajes. En el lenguaje construido por las ciencias fácticas es posible identificar: palabras o términos de algún lenguaje natural (por ejemplo el castellano), expresiones o términos provenientes de las ciencias formales (lógica y matemática), y un conjunto de expresiones o términos técnicos introducidos por una teoría, o bien ya existentes en el lenguaje ordinario, pero a los que se les ha asignado un nuevo significado en el contexto de una teoría. En este entramado, resulta común definir a los conceptos como unidades cognitivas de significado, ideas abstractas o mentales o "*las unidades más básicas, y por ello imprescindibles, de todo tipo de conocimiento humano, en especial del científico*" [21].

Los conceptos son construcciones, creaciones intelectuales o imágenes mentales, a los cuales enlazamos un término. Por medio de ellos, comprendemos las experiencias que surgen de la interacción con el entorno (más no de la observación directa). Los científicos conjeturan lo que hay detrás de los hechos observados e inventan conceptos (tales como energía, campo) que carecen de correlato empírico, aún cuando presumiblemente se refieren a cosas, cualidades o relaciones existentes objetivamente [22, 6]. El carácter abstracto de las nociones científicas, así como su presunta lejanía de las características que presentan las cosas en la experiencia cotidiana, son concomitantes inevitables de la búsqueda de explicaciones sistemáticas y de gran alcance [23]. Cabe distinguir la búsqueda de claridad y precisión de los conceptos científicos fácticos: de la comprensión compartida de sus significados por parte de quienes los usan, dependerá –en gran medida– el rigor y la objetividad del marco teórico al que pertenecen. Si un término usado por la ciencia es recogido del lenguaje ordinario se lo transforma y precisa incluyéndolo en esquemas teóricos, de tal manera que sea fructífero en el ulterior desarrollo de la ciencia [6].

Todo sistema de conceptos atraviesa estados de evolución [24].

En las presentaciones tradicionales de los conceptos científicos –entidades abstractas, condición necesaria de todo conocimiento– se suele establecer una división entre conceptos clasificatorios, comparativos y métricos. Cada uno tiene su correspondiente estructura lógica. Como señala Mosterín [25]: un concepto científico, que empleamos para pensar sobre las cosas y hablar de ellas, puede tener la propiedad de ser comparativo o métrico, clasificatorio o cualitativo, pero dicha propiedad es *del* concepto, y no de las cosas.

En el contexto de nuestro trabajo nos interesa ahondar en las características de los conceptos métricos, ya que todos los términos de magnitudes físicas expresan conceptos de este

tipo. Los conceptos cuantitativos o métricos asignan cantidades –escalares o vectoriales– a los objetos, procesos o fenómenos, por lo que permiten también comparar y clasificar objetos de un dominio. Tales asignaciones de números reales o vectores resultan en muchos casos de cuantificar conceptos comparativos previos –como es el caso de los conceptos de masa o longitud – o de la introducción directa de un concepto métrico a partir de una teoría o como recurso de cálculo –como es el caso de la entropía o la función de onda–.

Los conceptos métricos permiten tratar procesos o fenómenos empíricos como si fueran operaciones matemáticas. Estos conceptos posibilitan también representar determinadas propiedades, de los procesos, fenómenos y de los objetos involucrados en ellos, denominadas magnitudes.

En la actualidad, desde diversas perspectivas epistemológicas se reconoce que el significado de un concepto no se reduce a su definición. Se coincide en señalar que el significado de los mismos está dado por el sistema teórico al que pertenece [6, 21, 26].

De acuerdo con esta perspectiva contextual del significado y como hemos señalado, entendemos que cada magnitud física (concepto métrico) fue introducida en el contexto de una teoría. En la definición de una magnitud, entendida en un sentido amplio y no sólo como representación matemática, deben quedar contenidos todos los aspectos relevantes de la misma. Estimamos que éstos son cuatro [14]. Por una parte, es necesario tomar en consideración el aspecto que denominaremos *ontológico*, que contendrá una explicitación de cuál es la propiedad –o el tipo de propiedad– a la que se quiere asignar un valor numérico. Este aspecto es el correspondiente a la parte de la definición que pretende acotar, aquello que la magnitud “es”, sin contener obligatoriamente toda la información necesaria y suficiente para una precisa identificación de la característica que se desea especificar. Es decir, este aspecto de la definición sólo delimita alguna propiedad, con independencia de la forma en la que la magnitud podrá ser luego medida y con independencia también de las relaciones que pueda establecer con todas y cada una de las restantes magnitudes definidas en una determinada teoría. Ejemplo de este aspecto de una definición pueden ser: las definiciones de la magnitud masa como la cantidad de materia que posee un cuerpo (masa inercial), o como propiedad en virtud de la cual los objetos se atraen (masa gravitatoria).

Por otra parte, asignar un valor numérico a la propiedad a través de un proceso de medida, que incluye muchas veces otras magnitudes, nos lleva a tener en cuenta tres aspectos más:

El aspecto *experimental* de la definición de una magnitud debe dar cuenta de la relación entre la magnitud a medir y el montaje experimental mediante el cual se la mide; pone de manifiesto el modo de interacción que se supone entre

objeto-instrumento de medición. Por ejemplo, podemos señalar las diferencias significativas que existen entre el modo en el que la incertidumbre experimental es concebida en el contexto de la mecánica clásica y la mecánica cuántica.

En la primera no hay barrera teórica para el perfeccionamiento de los instrumentos y los procedimientos experimentales: en principio sería posible efectuar las mediciones con una incertidumbre arbitrariamente pequeña.

En la segunda esta barrera viene dada por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg y resulta prácticamente imposible medir en forma simultánea, magnitudes complementarias con precisión infinita. Pero cabe introducir una importante aclaración respecto de la naturaleza de la observación y la formulación de conceptos. Sostenemos que, como señala Heisenberg [28]: tanto en el marco teórico de la mecánica cuántica como en el clásico, las condiciones de observabilidad se establecen desde la teoría, es decir que no vienen dadas por las condiciones de experimentación<sup>2</sup>.

El aspecto *formal o matemático*, expresable mediante una estructura matemática (o fórmula) que la represente. A toda magnitud física (en tanto concepto métrico) es necesario asociarle una estructura matemática que permita la atribución de valores.

La definición de cualquier magnitud involucra, al menos implícitamente, definiciones de magnitudes como el espacio y el tiempo. Estas magnitudes implican a su vez una determinada estructura matemática, ya que definen cuestiones tan básicas como: el tipo de lugar en el que las entidades que presentan la propiedad o atributo –que hemos denominado magnitud física– están contenidas, y la relación entre este lugar y el orden temporal de los distintos sucesos.

Así, la estructura que forman el espacio y el tiempo en el contexto de la física clásica es distinta de la estructura del espacio y el tiempo en un contexto cuántico, y distinto a su vez en el contexto relativista. Estas estructuras matemáticas implican un tipo de métrica que influirá en la representación del resto de las magnitudes definidas en el marco de los distintos contextos. De esta forma, aunque dos expresiones matemáticas de una supuesta misma magnitud presenten una estructura similar, en marcos teóricos distintos pueden implicar métricas distintas. Redish [10], sostiene que hay grandes diferencias entre los usos que hacen matemáticos y físicos de la matemática; el contexto desde el que se atribuye significado a los símbolos condiciona dicha atribución.

Acordamos plenamente con el autor y agregamos que aún dentro de la física, la atribución de significado a las estructuras matemáticas depende del contexto, es decir, de la teoría física desde la que se lo haga.

Por último y dado que la mayoría de las magnitudes físicas involucra otras magnitudes, de forma tal que en conjunto conforman la estructura conceptual de una teoría, es necesario también tener en cuenta el *aspecto contextual*.

En las definiciones de las magnitudes en el marco de cada teoría física, se suelen involucrar relaciones con otras

<sup>2</sup> En el caso de la mecánica cuántica, el principio de indeterminación establece la máxima precisión con la que pueden conectarse formalismo matemático y experiencia. Es siempre la teoría quien marca límites

máximos de precisión en la operación de medición, independientes de los instrumentos utilizados y limita así la validez en la aplicación de los conceptos.

magnitudes que aportan al significado de la misma. Para Kuhn [29] es imposible aprender el término “fuerza” si no es en relación con términos como “masa” o “peso” y recurriendo, por ejemplo, a las Leyes de Newton sobre el movimiento.

Los conceptos de fuerza y masa que figuran en la Segunda Ley de Newton diferían de los que eran habituales antes de la introducción de la ley, la ley misma fue esencial para su definición. De esta manera, el significado de los términos de magnitudes físicas de una teoría viene determinado por las leyes de dicha teoría, las cuales son aprendidas –y por tanto, también lo son los conceptos métricos contenidos en ellas– mediante su aplicación a ejemplos paradigmáticos.

En diferentes teorías físicas esas relaciones pueden ser distintas. Por ejemplo, parte del significado de la magnitud masa, en el contexto de la relatividad especial, implica una relación con la magnitud energía, que no está contenida en la Mecánica Clásica.

## **B. Las relaciones entre conceptos métricos**

Todo enunciado formal, por ejemplo una relación de identidad o igualdad formal, debe entenderse y “leerse” atendiendo al tipo de conceptos que simbolizan cada una de las variables en juego. En el caso particular de la física, es de vital importancia tener presente todas las características o notas propias de cada concepto involucrado en el enunciado.

Cuando alguna de las características de los conceptos involucrados no es tenida en cuenta, puede producirse una mala lectura del enunciado, en el sentido de no poder diferenciar: si dicha relación simboliza o esquematiza una ley física, una definición ontológica o una relación operacional; lo que a su vez implica no conocer los límites de validez, ni el contexto de aplicabilidad del enunciado.

Por otra parte, cabe establecer una clara distinción entre las definiciones en el marco de la física y las leyes, por más que ambas puedan ser representadas matemáticamente como enunciados de igualdad. Las definiciones son proposiciones analíticas, aún cuando lo que se defina sea un concepto fáctico. Son convenciones, equivalencias entre dos grupos de términos; ninguna operación puede confirmarlas o negarlas y sólo admiten un análisis lógico o matemático, su validez se establece por convención [6, 11]. En el ámbito de la mecánica newtoniana no cabe controlar, por ejemplo, si se cumple que la componente  $x$  de la velocidad media de una partícula coincide con la razón del desplazamiento  $\Delta x$  al intervalo de tiempo  $\Delta t$ . En cambio, las leyes de las ciencias fácticas son proposiciones contingentes, hipótesis confirmadas fácticamente. Las mismas expresan relaciones invariantes y de dependencia entre aspectos seleccionados de modelos ideales de “hechos del mundo”. De modo que son enunciados que pueden (o no) verificarse en sistemas físicos acordes a los supuestos del modelo (Salinas [11]). En el ámbito de la mecánica newtoniana la validez de, por ejemplo, la relación teórica entre velocidad final y altura inicial, establecida por la ley de la caída libre, debe controlarse empíricamente para cuerpos concretos [30].

Cabe destacar las funciones diferentes desempeñadas por las leyes (que describen, predicen y en algunos casos explican el comportamiento de sistemas físicos) y las definiciones (que son un medio para asignar significados a los conceptos). Para poder abordar estas cuestiones es necesario especificar cuáles suponemos que son las características relevantes en un concepto físico y en particular de aquellos contenidos en las relaciones de identidad, es decir, las magnitudes físicas.

## **II. DIFICULTADES EN LA LECTURA E INTERPRETACIÓN DE LOS ENUNCIADOS FORMALES**

Retomemos las afirmaciones y preguntas planteadas por los estudiantes.

Ante la consigna de exponer ideas acerca de la magnitud *trabajo* algunos alumnos escriben:

*“El trabajo de una fuerza es la fuerza a lo largo de un desplazamiento” o “El trabajo es la integral de la fuerza por el desplazamiento”.*

En cualquiera de los dos casos se está haciendo una traducción literal de una relación matemática, y se está dejando de lado el contenido físico involucrado en la relación. Creemos que, esta forma de leer una relación matemática, puede ser consecuencia de entender que el significado de un concepto físico queda completamente delimitado por su representación matemática. El significado de un concepto físico no puede quedar enteramente delimitado a través de una estructura matemática, incluso cuando su definición ontológica pueda expresarse a través de una relación formal.

Además, se están mezclando dos planos –el plano de los conceptos y el plano de las estructuras formales– ya que ningún concepto que no sea puramente matemático puede estar definido como una operación matemática entre otros dos conceptos. Por ejemplo, la magnitud *trabajo* no “es” la integral de una fuerza en un desplazamiento, sino que puede ser representada matemáticamente de esa forma.

Por otra parte, cabe analizar el modo en el que se está interpretando la igualdad establecida a través del verbo “ser”. Una relación de identidad matemática utilizada para representar una determinada relación entre conceptos físicos, no implica identidad entre los conceptos, ni entre ellos mediados por una operación matemática. Se está confundiendo no sólo la representación formal del concepto con su contenido físico, sino también el tipo de relación que es lícito esperar entre dos conceptos físicos.

A la dificultad que surge de confundir un concepto con su representación matemática, se le suma la del uso cotidiano (en nuestro lenguaje natural) del término que designa el concepto.

Los alumnos suelen asociar el “trabajo” a un esfuerzo y a un “gasto de energía”, de modo tal que muchos piensan que siempre que actúe una fuerza necesariamente habrá un “esfuerzo” asociado y, por tanto, un trabajo.

Consideremos la pregunta:

“Si vemos que  $W = \int \vec{F} d\vec{r}$  y también vemos que

$W = \Delta E_C$ , me puede decir finalmente ¿a qué es igual el trabajo?”

En principio cabe considerar que es posible que los estudiantes están nuevamente pensando en que el significado de un concepto físico, en este caso el concepto “trabajo”, debería quedar delimitado por un único tipo de definición o de relación matemática que lo involucre y represente. La primera de estas igualdades representa la definición ontológica de la magnitud física *trabajo*. La segunda forma parte de la red conceptual que, en el marco de una teoría física determinada, vincula al concepto con otros y, en este caso particular, establece un modo de relación entre un sistema físico y el medio; a la vez que representa una ley física.

El manejo generalizado –no sólo entre estudiantes sino entre docentes de física– de las representaciones formales de los conceptos físicos y sus relaciones, como si en ellas quedara determinado todo el contenido físico de los mismos, dificulta la posibilidad de establecer y reconocer cuándo una relación matemática representa una ley física o una definición.

Epistemológica y semánticamente existen diferencias sustanciales entre definiciones y leyes, sin embargo al simbolizarlas lo hacemos estableciendo igualdades. En matemática, la igualdad es una relación que cumple con la propiedad de reflexividad, simetría y transitividad. En física, un signo igual, por ejemplo en el caso de que se emplee en una definición, no cumple con esas propiedades. En matemática “es” y “son” equivalen a “igual a”, mientras no ocurre así en física, donde el signo “igual” se interpreta con sentidos diferentes, dependiendo del contexto en que se presente [14] y, de acuerdo con nuestra interpretación, a la característica del concepto a la que se esté haciendo alusión en dicho enunciado.

Analicemos la expresión  $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ . Este enunciado nos dice que, de acuerdo con el contexto de la Mecánica newtoniana, el valor numérico del trabajo coincide con el de la integral del producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento. Esto no implica identificar conceptos, vale decir que el concepto “trabajo” no se identifica con la integral de los conceptos “fuerza” y “desplazamiento”, ya que no tiene sentido hablar de multiplicación ni de integral de conceptos. No sumamos, ni restamos, ni multiplicamos ni dividimos conceptos, sino el valor numérico de los mismos.

Por otro lado el símbolo “=” que aparece en las expresiones matemáticas de las que hace uso la física, no expresa una igualdad lógica. Así, cuando se afirma “ $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ ”, no se pretende decir que “ $\vec{F}$ ” y “ $d\vec{r}$ ” manipulados matemáticamente de determinada forma refieren a una misma entidad; estas entidades son ontológicamente diferentes. Un análisis similar hace Lombardi [31] respecto de la expresión  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ .

En la asignación de significados, a expresiones matemáticas tales como  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  y  $W = \Delta E_C$  (que

relacionan el objeto en estudio –el punto material– con su entorno) es posible vincular al segundo término de cada una de las igualdades con cambios en el estado del objeto en estudio –reflejados en cambios en la cantidad de movimiento o en la energía, según el caso– y al primer término vincularlo con posibles maneras de provocar cambios en el estado del sistema.

Pero las características vectoriales y escalares que caracterizan a la fuerza y al trabajo de una fuerza, respectivamente, implicarán cambios diferentes: la fuerza neta está asociada al cambio de cualquiera de las características del vector velocidad, y el trabajo de las fuerzas resultante sólo al módulo de la velocidad.

Pasemos a otras afirmaciones dadas, en respuestas a diversas actividades vinculadas con leyes de conservación y de cambio:

- “La aceleración es la causa física por la cual cambia la velocidad de un cuerpo”.
- “La cantidad de movimiento lineal del cuerpo se conserva porque no cambian la masa ni la velocidad”.
- “En este choque se conserva la energía cinética porque es un choque elástico”.

En todos estos casos, estamos frente a la explicación de una causa física, utilizando para ello una definición. Tanto en la primera como en la segunda de estas afirmaciones, se emplean argumentos basados en condiciones formales (es decir, argumentos producto de la lectura literal de los alumnos de la relación matemática que representa la definición ontológica del concepto “aceleración” y “cantidad de movimiento lineal”) traduciendo además el signo “igual” o el verbo “ser” por “causa física”. Consideramos que reconocer la información completa del significado de un concepto, debería favorecer la comprensión del contenido físico de cada enunciado en el que el concepto esté involucrado. Por ejemplo, representaciones formales del concepto aceleración podemos encontrar, entre otras, en la definición de aceleración  $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ , o en una de las

posibles esquematizaciones de la Segunda Ley de Newton (cuando la masa es constante)  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ . Quien haya comprendido que la “aceleración” es un concepto cinemático vinculado al sistema en estudio, cuya definición ontológica permite describir un tipo de relación particular establecida entre los conceptos de “velocidad” y “tiempo”, que en tanto concepto métrico puede medirse indirectamente a través de otras magnitudes; que en el contexto de cada teoría física que lo utiliza, puede quedar vinculado a distintos conceptos (por ejemplo en Mecánica newtoniana en la Segunda Ley de Newton), y que dichas vinculaciones pueden representarse a través de distintas expresiones formales (o fórmulas); tendrá más posibilidades de entender que este concepto no puede ser “causa física” de una variación en el movimiento de un cuerpo.

En la tercera de las afirmaciones también se utiliza una definición (ya no de una magnitud sino de un fenómeno) a modo de causa física, pero en este caso no tiene que ver con una mala (o incompleta) lectura de una relación matemática, sino con la imposibilidad de establecer una diferenciación

entre *definendum* y el *definens* en la definición<sup>3</sup>. Parece ser que detrás de la respuesta de los estudiantes hay una confusión entre explicación y nominación: se considera que el hecho de poder dar un nombre a lo que se quiere explicar es ya una explicación [32].

Finalmente consideremos una afirmación realizada tras operar matemáticamente:

“Sabido que  $\vec{F} = m\vec{a}$ , entonces  $m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$  lo que

implica que la masa depende de la fuerza y de la aceleración.

En este caso, nuevamente se deja de lado el contenido físico del enunciado de igualdad. Se manipulan matemáticamente (se “despeja” la masa, como si fuera posible manipular todo el significado de un concepto a través de una operación matemática) las representaciones formales de los conceptos involucrados “fuerza”, “masa” y “aceleración”, y se obtienen conclusiones que sólo tienen que ver con cualquier relación matemática ( $A = B/C$ ) que involucra una división. La formulación de la Segunda Ley de Newton, a la que alude la afirmación que hemos mencionado  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  está representada a través de un enunciado de igualdad en el que se vinculan tres magnitudes físicas. La no diferenciación entre las operaciones matemáticas y las conclusiones de carácter físico, que pueden obtenerse luego de las mismas es, a nuestro criterio, producto de pensar al significado de cada magnitud como algo que puede ser abarcado en su totalidad por la representación matemática que se hace del mismo.

#### IV. CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos y analizamos, a la luz de consideraciones epistemológicas y semánticas vinculadas con el lenguaje simbólico de la física, algunas dificultades conceptuales detectadas en estudiantes de los primeros cursos de física universitaria. Paralelamente, planteamos algunas implicancias para la enseñanza. Hemos intentado mostrar cómo las dificultades detectadas podrían asociarse a concepciones epistemológicas inadecuadas de los estudiantes, asociadas al lenguaje simbólico y que tienen como denominador común: vaciar de significado físico al lenguaje matemático. Dichas concepciones creemos que pueden incidir en la comprensión conceptual, y obstaculizar el aprendizaje significativo de los estudiantes.

A modo de conclusión, proponemos entender la representación como vínculo entre el contenido físico y el lenguaje matemático. En este trabajo, queremos arriesgar la hipótesis –que proponemos controlar sistemáticamente en próximas investigaciones– de que bajo ese “vaciamiento de contenido físico, al que son sometidas las relaciones

matemáticas”, subyace una lectura inapropiada de dicha relación, producto de una inapropiada interpretación de la forma en la que se determina el significado de cada concepto físico.

Por otro lado, cabe señalar que cuando el docente o los libros de texto, brindan al estudiante información incompleta acerca de un concepto físico, resulta prácticamente imposible que él pueda interpretar, frente a una relación matemática, si se trata de una ley, una definición o una de las posibles relaciones entre dos o más conceptos de una teoría.

La representación formal o matemática de un concepto físico no puede agotar su significado. Pero, si la matemática es el lenguaje que permite al científico estructurar su discurso y comunicarse, estamos de acuerdo con Karam y Pietrocola [33] en la importancia de favorecer desde la enseñanza, tanto las habilidades técnicas como las habilidades estructurantes –en particular la interpretación del lenguaje–.

Por último, quisiéramos señalar que, según nuestro entender, los docentes estaremos en condiciones de presentar información completa sobre un concepto físico cuando podamos transformar el “saber científico” en “saber para enseñar” –de acuerdo a lo que Chevallard [34] denominó “transposición didáctica” –. Para ello, es necesario poder reconstruir los contenidos de la física, teniendo en cuenta las estructuras conceptuales y metodológicas de cada teoría, y sus características epistemológicas propias.

#### REFERENCIAS

- [1] Pozo, J. I & Carretero, M., Del pensamiento formal a las concepciones espontáneas: ¿Qué cambia en la enseñanza de la ciencia?, *Infancia y Aprendizaje* **38**, 35-52 (1987).
- [2] Campanario, J. y Otero, J., Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: Las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias, *Enseñanza de las Ciencias* **18**, 155-169. (2000).
- [3] Bachelard, G., *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*, (Siglo XXI, México, 1972).
- [4] Astolfi, J. P., *El trabajo didáctico de los obstáculos, en el corazón de los aprendizajes científicos*, Enseñanza de las Ciencias **12**, 206-216 (1994).
- [5] Lemke, J. L., Multiplying meaning: Visual and verbal semiotics in scientific text, En: Martin, J. R. & Veal, R. (Eds.), *Reading Science* (Routledge, London, 1998), pp. 87-113.
- [6] Bunge, M., *La investigación científica*, (Ariel, Barcelona, 1969).
- [7] Reif, F. & Larkin, J., Cognition in scientific and everyday domains: Comparison and learning implications, *Journal of Research in Science Teaching* **28**, 733-760 (1991).

<sup>3</sup> De acuerdo con Hempel [26], una definición puede considerarse como una estipulación que relaciona explícitamente determinados entes entre

sí, de forma que uno de ellos, el *definendum*, se extrae de determinadas relaciones entre otros, el *definens*, cuyo significado ya está determinado.

C. Wainmaier y A. Fleisner

[8] Blanchè, R., *El método experimental y la filosofía de la física*, (Fondo de Cultura Económica, México, 1972).

[9] Koyrè, A., *Estudios galileanos* (Siglo Veintiuno Editores, México, 1981).

[10] Redish, E., *Problem solving and the use of math in physics courses*, Proceedings of ICPE, Delhi, India, (2005).

[11] Salinas, J., Lenguaje matemático y realidad material en la enseñanza y en el aprendizaje de la Física, *VIII Encontro de Pesquisa em Ensino de la Física*, Aguas de Lindota, Brasil (2002).

[12] Lawson, R. & Mc Dermott, L., *Student understanding of work-energy and impulse-momentum theorems*, *American Journal of Physics* **55**, 811-817 (1987).

[13] Hammer, D., Epistemological beliefs in introductory Physics, *Cognition and Instruction* **12**, 151-183 (1994).

[14] Ragout, S. & Cardenas, M., El lenguaje de la Física universitaria y su relación con algunos problemas de aprendizaje, *Memorias de la Décimo Primera Reunión Nacional de Educación en Física*, Mendoza, Argentina, pp. 182-188 (1999).

[15] Cudmani, L., Salinas, J. y Pesa, M., Distintos tipos de constantes en física y aprendizaje significativo de la disciplina, *Enseñanza de las Ciencias* **13**, 237-247 (1995).

[16] Hestenes, D. *New foundations for Classical Mechanics*, (Kluwer Academic Publishers, NY, 1999).

[17] Bagno, E., Berger, H. & Eylon, B. S., Meeting the challenge of students' understanding formulas in high-school physics: A learning tool, *Physics Education* **43**, 75-82 (2008).

[18] Tuminaro, J. & Redish, E., Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games, physical review special topics, *Physics Education Research* **3**, 2-22 (2007)

[19] Wainmaier, C., *Incomprensiones en el aprendizaje de la Mecánica Clásica Básica*, Tesis de Maestría, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Física, (Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, 2003).

[20] Wainmaier, C., Speltini, C. & Salinas J., Conceptos y relaciones entre conceptos de la Mecánica Newtoniana en estudiantes que ingresa a la Universidad. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias* **10**, 133-151 (2011).

[21] Diez, J. A. & Moulines, C. U., *Fundamentos de filosofía de la ciencia*, (Ariel, Barcelona, 1997).

[22] Bachelard, G., *Conocimiento común y conocimiento científico, en el racionalismo aplicado* (Buenos Aires, Paidós, 1978), pp. 99-13.

[23] Nagel, E., *La estructura de la ciencia*, (Paidós Ibérica, Barcelona, 1981).

[24] Toulmin, S., *La comprensión humana*, (Alianza Editorial, Madrid, 1977).

[24] Mosterín, J., *Conceptos y teorías en la ciencia*, (Alianza Editorial, Madrid, 2000).

[26] Hempel, C. G., *Fundamentos de la formación de conceptos en ciencia empírica*, (Alianza Editorial, Madrid, 1988).

[27] Fleisner, A., Hacia una teoría de la referencia para los términos de magnitudes físicas, *Revista Latinoamericana de Filosofía* **37**, 5-33 (2011).

[28] Heisenberg, W., *Física y filosofía*, (La Isla, Buenos Aires, 1959).

[29] Kuhn, T., Dubbing and redubbing: The vulnerability of rigid designation, *Scientific Theories* **14**, 298-318 (1990).

[30] Cudmani, L. & Salinas, J., Modelo físico y realidad: Implicancias para el aprendizaje, *Caderno Catarinense de Ensino de Física* **8**, 181-192 (1991).

[31] Lombardi, O. & Pérez Ransanz, A., Lenguaje, ontología y relaciones interteóricas: En favor de un genuino pluralismo ontológico, *Arbor: Ciencia, pensamiento y cultura* **747**, 101-109 (2011).

[32]. Salinas, J., *Confusiones entre proposiciones necesarias y contingentes en el aprendizaje de la Física Clásica*, Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, La Plata, Argentina, (2007).

[33] Karam, R. & Pietrocola, M., Habilidades técnicas versus habilidades estructurantes: Resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico, *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia* **2**, 181-205 (2009).

[34] Chevalard, Y. & Joshua, M. A., *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*, (La Pensée Sauvage, Grenoble, 1991).