Ondas de Calor Determinación de temperaturas del pasado



Leila Iannelli, Salvador Gil

Universidad Nacional de San Martín, Campus Miguelete, 79) Av. 25 de Mayo y (34) Francia, San Martín (1650), Buenos Aires, Argentina.

E-mail: sgil@unsam.edu.ar

(Recibido el 29 de Diciembre de 2012; aceptado el 5 de Marzo de 2012)

Resumen

En este trabajo realizamos un estudio experimental de ondas de calor en una barra metálica. Este experimento permite determinar la difusividad y la conductividad térmica del material. El experimento es de bajo costo y fácil de realizar en un laboratorio de enseñanza. Además ilustra un modelo para la determinación de temperaturas del pasado, midiendo las temperaturas a distintas profundidades de la Tierra. Este método es uno de los procedimientos que se han empleado para determinar las temperaturas de la Tierra en el pasado. Estos estudios son de fundamental importancia para conocer la historia térmica de la Tierra y evaluar las posibles causas antropogénicas del calentamiento global que estamos observando en el presente.

Palabras clave: Ecuación de Fourier, ondas de calor, experimentos de bajo costo, velocidad de propagación, amortiguamiento de la amplitud de la onda térmica, modelo de acción de ondas, transferencia de calor.

Abstract

In this work we carried out an experiment to study heat waves on a metal bar. This experiment allows the determination of the diffusivity and thermal conductivity of the material; it is low cost and easy to perform in a teaching laboratory. In addition, it illustrates a model for the determination of past temperatures and measuring temperatures at different depths of the Earth. This method is one of the several proxies used to determine the temperature of the past. These studies are of fundamental importance to know the Earth's thermal history and assess the potential anthropogenic contribution to the global warming we are experiencing presently.

Keywords: Fourier equation, heat waves, low-cost experiments, propagation speed, damping of the amplitude of the thermal wave, wave action model, heat transfer.

PACS: 07.05.Fb, 44.10.+i, 72.15.Eb, 91.35.Dc, 01.50.My, 01.50.Pa, 01.90.+g

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Uno de los desafíos científicos de mayor interés y relevancia en esta primera parte del tercer milenio, es poder predecir la evolución de las condiciones climáticas del planeta y dilucidar con la mayor certeza posible el origen y las causas del calentamiento que ha venido ocurriendo en la Tierra durante el último siglo. Nuestra civilización se desarrolló durante estos últimos milenios, que sucedieron a la última glaciación, ocurrida hace unos 10000 años [1, 2]. Durante ese período la temperatura media de la Tierra era de unos 5°C más baja que en la actualidad.

La tendencia de la temperatura de los últimos 50 años indica que la misma se está elevando a razón de unos $2.0\pm0.2^{\circ}$ C/siglo, ver Fig. 1. De persistir esta tendencia, en dos siglos habrá ocurrido un incremento de temperatura de magnitud comparable a la ocurrida en unos 10000 años. Esta posibilidad podría ser una seria amenaza para toda la humanidad.

Es crucial para el futuro de nuestra civilización dilucidar si estas tendencias térmicas, Fig. 1, son consecuencia de la *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 6, No. 1, March 2012* actividad humana o se producen por causas naturales [1, 2, 3, 4].



FIGURA 1. Incremento de las temperaturas medias globales de la Tierra y los Océanos entre 1880-2010, respecto de la media de 1951-1980. La línea de trazos es el valor medio entre 1951 y 1980, tomado como referencia. Los círculos son las medias anuales y la línea gruesa violeta es la media móvil de 5 años. La línea recta verde es un ajuste a la media móvil de los últimos 30 años. Fuente: NASA GISS [2, 3].

Leila Iannelli, Salvador Gil

Existe un importante consenso en la comunidad científica en relación a que el incremento de CO_2 y otros gases de efecto invernadero (GEI) como el CH_4 , óxidos de nitrógeno (NOx), Clorofluorocarbonos, ozono, etc., en la atmósfera está relacionado con este calentamiento [1, 4].

Resulta tentador asociar el aumento de CO_2 en la atmósfera con el uso intensivo de combustibles fósiles que ha tenido lugar a partir del inicio de la revolución industrial, más notablemente a partir de la segunda mitad del siglo XX. Hay fundados indicios que sugieren que el incremento de las temperaturas globales es consecuencia, en buena medida, de la actividad humana [4, 5, 6].

Se sabe que existen causas naturales que afectan el clima de la Tierra. La ocurrencia de la última glaciación es una evidencia de ello. Entre las causas naturales que pueden afectar el clima de la Tierra se encuentran: alteraciones en la emisión energética del Sol; erupciones volcánicas, que con sus cenizas y/o aerosoles afectan el balance energético y variaciones en el movimiento de la Tierra alrededor del Sol (precesión del eje de la Tierra, variaciones en la excentricidad de la órbita, etc.).

Hay una gran evidencia que indica que la Tierra tiene oscilaciones climáticas cuasiperiódicas. En otras palabras, los períodos de glaciaciones se han venido produciendo con cierta regularidad durante los últimos 2 millones de años. Milutin Milankovitch (1879-1958) propuso un modelo astronómico para explicar sus causas. Esta teoría se basa en que la Tierra además de su movimiento de rotación y traslación, se mueve en una órbita elíptica que tiene una variación en su excentricidad de unos 100ka (1ka=1000 años). Además el eje de la Tierra que tiene una inclinación (tilt) de unos 23°, respecto de la normal al plano de la elíptica, que genera las estaciones del año, tiene una precesión de unos 26ka. Esto es: cada 13ka las estaciones se invierten o sea a veces en el sur en enero es verano y en la otra parte del ciclo es invierno. Por otro lado, el ángulo de inclinación de la Tierra (respecto de la normal de la eclíptica) oscila entre 21.5° y 24.5° en unos 41ka, este movimiento se denomina nutación. Como es de suponer estos movimientos presentan acoplamientos entre ellos que generan los llamados ciclos de Milankovitch que tiene períodos de aproximadamente 22ka, 41ka y 98ka, en los que se han observado alteraciones importantes del clima.

Esta teoría no está libre de críticas y dista de ser una teoría universalmente aceptada, pero tiene una importante apoyatura observacional [5, 10].

Para poner a prueba los modelos de clima es necesario conocer las temperaturas del pasado. Sin embargo, los registros térmicos estándares, es decir aquellos basados en observatorios meteorológicos terrestres, son confiables a partir de fines del siglo XIX y para pocos sitios; principalmente de Europa. Por lo tanto, conocer temperaturas del pasado se ha transformado en un desafío de gran importancia e interés científico. Afortunadamente existen varias técnicas para determinar las temperaturas del pasado.

Una de ellas se basa en la abundancia isotópica del oxígeno (relación $\delta^{18}O=^{18}O/^{16}O$) e hidrógeno (relación $\delta^{2}H=^{2}H/^{1}H$) en grandes bloques de hielos (Groenlandia,

Antártida, etc.). En estas regiones de la Tierra, la nieve que cae no se derrite, sino que se acumula por capas. Estas precipitaciones varían con las estaciones del año, formando estratificaciones similares a las capas de la corteza de un árbol. Contando estas capas puede conocerse la época en que se formó un determinado estrato. Además, en estas capas se acumula aire representativo de esa época, lo que permite conocer la concentración de GEI del pasado. Por otro lado, el agua formada con isótopos más pesados $(H_2^{18}O)$ o DHO) tiene un punto de evaporación más alto que el del agua común. De este modo, la concentración de estos isótopos (δ^2 H o δ^{18} O) en las nubes varía con la temperatura ambiente, por lo tanto las concentraciones de los isótopos ²H y ¹⁸O en las distintas capas de hielo de la Antártida y Groenlandia, dan información de las temperaturas planetarias existentes en el pasado. Las proporciones medias de los isótopos naturales en la Tierra es conocida: la abundancia natural de ¹⁸O es de 0.24% de todo el oxígeno y la abundancia de ²H es de 0.015% de todo el hidrógeno [5].



FIGURA 2. Perfil de temperaturas en función de la profundidad para dos momentos del año, verano e invierno. La superficie del suelo sigue la temperatura ambiente, pero entre 1 a 2m la temperatura es representativa de la estación anterior. Los datos representados por símbolos rojos y verdes, fueron tomados de la Ref. [11]. Las líneas continuas son ajustes usando el modelo descripto en este trabajo, Ec. (14). Los perfiles térmicos dependen de la ubicación geográfica. La línea recta representa el gradiente térmico de la Tierra que varía entre 10°C y 100°C/km [7, 8, 9].

Otra técnica experimental para conocer las temperaturas del pasado consiste en estudiar los perfiles térmicos de la tierra a distintas profundidades, como los ilustrados en la Fig. 2, [11, 12]. De hecho, esta técnica experimental es la que deseamos explorar en este trabajo.

II. MODELO TEÓRICO

El calor se transfiere básicamente por tres procesos distintos: conducción, convección y radiación. En un medio sólido a temperaturas no muy altas, el mecanismo http://www.lajpe.org dominante es la conducción. Para ser más específicos, consideramos una barra metálica delgada, rodeada de un material aislante y temperaturas menores a 70°C, de modo que el mecanismo principal de propagación de calor es fundamentalmente la conducción. Tomamos el eje x coincidente con el eje de la barra. La conducción del calor se describe por la Ley de Fourier [13, 14]:

$$P = \frac{dQ}{dt} = -K \cdot A \frac{dT}{dx},\tag{1}$$

donde P = dQ/dt es la potencia transferida a través del área A transversal al eje de la muestra (Fig. 3), dT/dx es el gradiente térmico y K es la constante de conductividad térmica de la barra.

Consideramos el elemento infinitesimal, de longitud dx, ilustrado en la Fig. 3(b). La temperatura del mismo, en un dado instante t es T(x,t).



FIGURA 3. (a) Transmisión del calor a lo largo de una barra de metal aislada por los lados laterales. La barra, de longitud *L* con un extremo caliente ($T_{caliente}$) y el otro frío ($T_{frío}$). (b) Transmisión de calor a través de un elemento de materia de espesor infinitesimal dx.

Denotamos con ρ y *c* a la densidad y calor especifico del material del que está hecho la barra, respectivamente. Del balance de energía tenemos:

$$\frac{dQ}{dt} = (\rho A dx) c \frac{dT}{dt} = -K \cdot A \left[\frac{dT}{dx} \bigg|_{x} - \frac{dT}{dx} \bigg|_{x+dx} \right], \quad (3)$$

que puede reescribirse como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho \cdot c} \cdot \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right],\tag{4}$$

Ondas de Calor Determinación de temperaturas del pasado o bien

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},\tag{5}$$

donde $k = K/c.\rho$ es la *difusividad* del material que, como vemos, depende de la conductividad térmica, densidad y calor específico. En el caso tridimensional, esta expresión puede generalizarse como:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k \nabla^2 T(x,t), \qquad (6)$$

que se conoce como ecuación de difusión del calor o ecuación de Fourier-Biot.

Ondas térmicas en una barra semi-infinita. Modelo I:

Consideremos el caso de una barra cuya longitud *L* sea mucho mayor que su diámetro. Su extremo izquierdo (x=0) se encuentra en contacto con una fuente térmica que tiene una temperatura que varía como:

$$T_{a}(t) = T_{a}^{0} \cos(\omega_{0}t + \phi_{0}) + T_{b0}, \qquad (7)$$

donde T_a^0 es la amplitud de la oscilación térmica alrededor del valor medio T_{b0} , $\omega_0 = 2\pi/p_0$ es la frecuencia, p_0 su período y ϕ_0 la fase inicial de oscilación. Este modelo también se puede utilizar para describir un sistema semiinfinito unidimensional, por ejemplo la Tierra, donde la fuente de calor está en la superficie que es calentada por el Sol.

En primer término suponemos que la fuente térmica tiene una temperatura constante, T_{b0} , mientras que el extremo derecho (x=L) de la barra está a una temperatura fija T_{00} . En este caso es de esperar que en el estado estacionario la temperatura de la barra sea descripta por una función $T_b(x)$ dada por:

$$T_b(x) = T_{b0} - \frac{(T_{b0} - T_{00})}{L} x = T_{b0} - m \cdot x, \qquad (8)$$

aquí T_{b0} es la temperatura del extremo derecho que supondremos que coincide con la fuente caliente. En este análisis hemos despreciado las pérdidas de calor por otros mecanismos, como ser convección o radiación, pues suponemos que la aislación térmica de la barra minimiza las pérdidas por convección. También suponemos que la temperatura de la barra no es mucho mayor que la temperatura ambiente. Más específicamente suponemos que $T_{00} < 70^{\circ}$ C, por tanto los efectos de radiación son despreciables frente a la conducción.

Volviendo al caso en el que la temperatura del extremo izquierdo esté sometido a una temperatura oscilante, del tipo descripta por la Ec. (7), podemos suponer que, en estado estacionario, la temperatura media (promedio temporal) de la barra vendrá dada por la Ec. (8).

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 6, No. 1, March 2012

Leila Iannelli, Salvador Gil

Definiendo la temperatura normalizada $\theta(x,t) = T(x,t) - T_b(x)$, siendo $T_b(x)$ el promedio temporal de la temperatura de la barra en la posición *x*, la Ec. (5) se puede escribir como:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t},\tag{9}$$

ya que $\partial^2 T_b / \partial x^2 = 0$. Esta ecuación lineal puede resolverse por separación de variables [15]. Su solución para condiciones de borde periódicas, Ec. (7), puede escribirse como [15, 16]:

$$\theta(x,t) = A_0 \exp(-x/\mu_0) \cos(\omega_0 t \pm x/\mu_0 + \phi_0), \quad (10)$$

esta expresión representa una onda térmica atenuada que se propaga con velocidad v_0 hacia la derecha (–) o hacia la izquierda (+), dependiendo del signo del argumento de la función coseno. Aquí μ_0 representa la distancia de penetración de la onda. Reemplazando (10) en (9) obtenemos:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{2k}{\omega_0}} = \sqrt{\frac{p_0 \cdot k}{\pi}} = \frac{\lambda}{2\pi},$$
 (11)

con

$$\lambda = \sqrt{4\pi \cdot kp_0} = \text{longitud de onda}, \qquad (12)$$

y la velocidad de propagación de la onda es:

$$v_0 = \sqrt{4\pi \cdot k / p_0} = \frac{\lambda}{p_0}, \qquad (13)$$

de este modo, la expresión (10) también puede escribirse como:

$$\theta(x,t) = A_0 \exp(-x/\mu_0) \cos(x/\mu_0 \pm \omega_0 t + \phi_0),$$

= $A(x) \cos(x/\mu_0 \pm \omega_0 t + \phi_0),$ (14)

las constantes A_0 y ϕ_0 dependen de las condiciones de borde del problema. A(x) es la amplitud de la onda a la distancia x. El parámetro $\mu_0 = \lambda/2\pi$ tiene las unidades de longitud y es indicativo de la longitud a la cual penetra la onda térmica. Para x=0:

$$\theta(x=0,t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0), \qquad (15)$$

es decir, en el punto x = 0 tenemos que la temperatura oscila periódicamente con frecuencia ω_0 .

Según la Ec. (14), una onda térmica penetra con amplitud apreciable, distancias del orden de μ_0 . La amplitud se atenúa a $1/e^2 \approx 0.135$ (13.5%) de su valor inicial para una distancia $x = 2.\mu_0 = 0.32 \lambda$.

Según la Ec. (11), a medida que el período p_0 de la onda es mayor, mayor será la penetración de la onda térmica. Este resultado explica por qué las variaciones diarias de temperatura sólo penetran en el suelo hasta unos 50cm (con $k_{tierra} \approx 3.8 \text{m}^2/\text{s y } p_0 = 24\text{h}$ resulta $\mu_0 \approx 10 \text{cm}, \lambda \approx 60 \text{cm}$) [17, 18], en cambio las variaciones anuales ($p_0 = 365$ días) penetran en la Tierra hasta unos 4 ó 5 m ($\mu_0 \approx 2m$ y $\lambda \approx 8m$), ver Fig. 2, [11, 12]. Las temperaturas asociadas a la última era glacial ($p_0 \approx 10000$ años) estarían entre unos 200 a 300m de profundidad. De este modo, en las profundidades de la Tierra, quedan registradas las temperaturas del pasado.

Este fenómeno de las ondas térmicas, de poseer una penetración que depende de la frecuencia o período de la onda, tiene un equivalente electromagnético (para ondas que se propagan en conductores) y se conoce genéricamente como *efecto piel*.

III. EXPERIMENTO

Para este experimento se utilizó una barra metálica de aluminio comercial (AA/ASTM 5052) de 50cm de longitud y 1.5cm de diámetro. Uno de los extremos se redujo con un torno a fin de conectarlo al calefactor de un soldador de estaño (estándar). Se realizaron cinco perforaciones en la barra equiespaciadas, en las cuales se introdujeron los sensores térmicos (basados en circuitos integrados, LM35). Se utilizó grasa siliconada para logar un buen contacto térmico entre los sensores y la barra. Las temperaturas se monitorearon usando un sistema de adquisición de conectado a una computadora personal (PC). La barra fue recubierta con un aislante térmico de espuma de polietileno, que se usa para tubos de refrigeración, con el objetivo de minimizar las pérdidas de calor por convección. El calefactor fue encendido periódicamente con un interruptor automático de período regulable. En la Fig. 4 se muestra un diagrama esquemático del modelo experimental.



FIGURA 4. Arreglo experimental, barra metálica de aluminio, conectada a un calefactor que puede ser encendido de modo periódico.

IV. RESULTADOS

Se eligieron dos períodos de excitación para las ondas térmicas, $p_0=270$ s y 146s. Para cada período se encendió la

fuente térmica (oscilante) hasta que se alcanza un régimen estacionario. Esto significa que la temperatura media temporal de cada termómetro se mantiene constante, $T_b(x)$. Operacionalmente, se puede verificar si la barra llegó al estado estacionario graficando las temperaturas $T_{máx}(x)$ y $T_{min}(x)$ en función de x. Si la relación entre estas variables es lineal, esto es indicativo de que estamos en condiciones estacionarias.

La tasa de medición utilizada para registrar las temperaturas fue de 1Hz. Cuando se llega al estado estacionario, los valores medios temporales de las mediciones, permiten obtener la función $T_b(x)$, Ec. (8).

Las Figs. 5 y 6 ilustran los resultados de $\theta(x,t) = T(x,t) - T_b(x)$, para los dos períodos utilizados.

Las Figs. 5 y 6 indican que el calor se propaga en forma de ondas, con amplitudes decrecientes. El termómetro que se encuentra más cerca del calefactor (curva de color azul) tiene mayor amplitud que aquellos que están más alejados.

El cálculo de la constante de difusividad se realizó mediante dos métodos diferentes, que se resumen en la Tabla I. El método 1 consiste en obtener los resultados del logaritmo de la amplitud máxima de cada termómetro (A(x)) dividido la amplitud del primer termómetro (A_0) , como función de su posición (profundidad). Como se ve en la Fig. 7, la dependencia de $ln(A(x)/A_0)$ como función de la posición (x) es aproximadamente lineal, siendo la atenuación mayor para el período mayor, en concordancia con la expectativa teórica, Ec. (14).

La Fig. 7 muestra que los datos se pueden ajustar bien por una línea recta, cuya pendiente es la inversa de la distancia de penetración de la onda, μ_0 , a partir de la cual se pudo obtener el valor de la constante de difusividad térmica mediante la Ec. (11).



FIGURA 5. Variación de la temperatura en distintas posiciones (profundidades) de la barra metálica como función del tiempo. Los valores máximos y mínimos para los distintos termómetros, se alcanzan en distintos tiempos. El período de la señal es: 270s.



FIGURA 6. Variación de la temperatura en distintas posiciones (profundidades) de la barra metálica como función del tiempo. Los valores máximos y mínimos para los distintos termómetros, se alcanzan en distintos tiempos. El período de la señal es: 146s.

El método 2 consiste en medir la velocidad de propagación de la onda térmica. Para ello se determina el tiempo, t, en el que la onda térmica pasa por un máximo (o mínimo) para cada termómetro. Se graficó la posición x de cada termómetro en función del tiempo, t, que demoró la onda en llegar a cada uno. La Fig. 8, muestra los resultados para los dos períodos de excitación utilizados.

En la Fig. 8, la pendiente de la línea recta es la velocidad de propagación de la onda en la barra metálica, v_0 , a partir de cuyo valor se puede obtener el de la constante de difusividad, Ec. (13). En la Tabla II se indican los valores de velocidad obtenidos.

Los valores obtenidos de la constante de difusividad térmica, determinados por ambos métodos, se muestran en la Tabla I, con sus respectivos errores y para cada uno de los períodos utilizados. También en esta tabla se encuentran los valores tabulados de las constantes de difusividad térmica para algunas aleaciones comerciales del aluminio.



FIGURA 7. Logaritmo de la amplitud térmica máxima para cada termómetro, dividida la amplitud del primero, en función de la posición, *x*. La distancia *x* se mide a partir del extremo de la barra en contacto con el soldador. Los triángulos corresponden a p_0 =146 s y los círculos a p_0 =270s.



FIGURA 8. Gráfico del perfil de profundidad en función del tiempo que tardó en producirse la máxima temperatura en cada uno de los termómetros. La línea indica la tendencia lineal que describen los puntos.

TABLA I. Tabla comparativa entre los valores de las constantes de difusividad térmica tabulados y los hallados experimentalmente por dos métodos distintos en una barra de aluminio. Para el aluminio puro, el valor de $k = 97.53 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$. Para aleaciones comerciales de aluminio, como la que se usó en este trabajo, AA/ASTM 5052, los valores tabulados de k varían entre 50 y 60 x10⁻⁶ m²/s [19].

Constante de difusividad térmica	k experimental $(m^2/s \ x \ 10^{-6})$ $p_0=270 \ s$	k experimental (m ² /s x 10 ⁻⁶) p ₀ = 146 s	k Tabulado (m²/s x 10 ⁻⁶)
Método 1	54±6	68±18	
Método 2	47±4	46±2	
Promedio ponderado	53±1	59±1	50 - 100
Mejor k	49±3		

Debido al hecho que las ondas de período corto (alta frecuencia) decaen más rápido que las ondas de períodos largos (baja frecuencia), las variaciones diarias, $p_0 = 1$ día, decaen a unos 50cm de la superficie. Las ondas térmicas anuales, $p_0 = 1$ año, penetran un par de metros. En cambio las asociadas a las glaciaciones, $p_0 \approx 10$ ka, se encuentran a unos 500m [1, 7].

TABLA II. Tabla comparativa entre los valores de la velocidad de propagación hallados experimentalmente por el método 2 en los diferentes períodos de excitación.

Velocidad de propagación	v_0 experimental (cm/s) $p_0 = 270 \ s$	v_0 experimental (cm/s) $p_0 = 146 \text{ s}$
Método 2	0.147±0.006	0.200 ± 0.004

De este modo, midiendo las temperaturas a mayores profundidades nos permite conocer las temperaturas prevalentes en épocas cada vez más tempranas.

V. CONCLUSIONES

Este trabajo ilustra un sistema experimental sencillo y de bajo costo, para estudiar ondas térmicas y determinar la difusividad para distintos metales. Los resultados de difusividad se correlacionan bien, dentro de los errores experimentales, con los tabulados para estos materiales.

Se observa que las ondas de calor se propagan con una velocidad finita a través de la barra metálica. La amplitud de la onda térmica se va atenuando a medida que nos alejamos de la fuente de calor, siendo la atenuación tanto más rápida cuanto mayor es la frecuencia de la fuente excitadora.

Este experimento ilustra al mismo tiempo el fenómeno de difusión de calor y una técnica experimental para determinar las temperaturas del pasado en la Tierra.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a Federico Ariganello por su participación en las primeras fases de este proyecto. Agradecemos la lectura del manuscrito y las sugerencias realizadas por A. E. Schwint. Asimismo agradecemos la colaboración de Oscar Romanelli y Javier Fernández Vázquez en la construcción del dispositivo experimental. Por último, agradecemos a la Asociación Física Argentina por la asistencia otorgada a través del Proyecto INVOFI, que permitió para desarrollar este proyecto.

REFERENCIAS

[1] Calentamiento global, en Wikipedia. <<u>http://es.wikipedia.org/wiki/Calentamiento global</u>>,

Consultado el 17 de Diciembre de (2011).

[2] GISS Surface Temperature Analysis, NASA, Goddard Institute for Space Studies (GISS), Nov. (2011), <<u>http://data.giss.nasa.gov/gistemp/_graphs3/</u>>, Consultado el 20 de Diciembre de (2011).

[3] Hansen, J., Sato, M., Ruedy, R., Lo, K., Lea, D. W. and Medina-Elizade, M., *Global temperature change*, Proc. Natl. Acad. Sci. **103**, 14288-14293, doi: 10.1073/pnas.0606291103 (2006).

[4] World Meteorological Organization, Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), Fourth Assessment Report: Climate Change (2007),

<<u>http://www.wmo.int/pages/partners/ipcc/index_en.html</u>>, Consultado el 16 de Diciembre de (2011).

[5] Alley, R. B. and Bender, M. D., *Greenland Ice Cores: Frozen in Time*, Scientific American **273**, 80-85 (1998).

[6] Mastrandrea, M. D. and Schneider, S. H., *Resource Letter GW-2: Global Warming*, Am. J. Phys. **76**, 608-614 (2008).

[7] Mann, M. E. *et al.*, *Optimal surface temperature reconstructions using terrestrial borehole data*, J. Geophys. Res. **108**, (D7), 4203-4212 (2003).

[8] Jones, P. D., Parker, D. E., Osborn, T. J. and Briffa, K. R., *Global and hemispheric temperature anomalies – land and marine instrumental records.* In Trends: A Compendium of Data on Global Change. Carbon Dioxide Information Analysis Center, Oak Ridge National Laboratory, U. S. Department of Energy, Oak Ridge, Tenn., U.S.A (2005),

<<u>http://cdiac.esd.ornl.gov/trends/temp/jonescru/jones.html</u>> Consultado el 23 de Diciembre de (2011).

[9] Gradiente geotérmico, en Wikipedia, <u>http://es.wikipedia.org/wiki/Gradiente geot%C3%A9rmico</u> >, Consultado el 20 de Diciembre de (2011).

[10] Muller, R. A., MacDonald, G. J., *Ice Ages and Astronomical Causes: Data, Spectral Analysis, and Mechanisms*, (Springer-Verlag Telos, N. Y., 2000). <<u>http://muller.lbl.gov</u>>,

<http://muller.lbl.gov/pages/iceagebook/IceAgeTheories.ht

ml>, Consultado el 18 de Diciembre de (2011).

[11] Redfield, A. C., *Terrestrial Heat Flow through Sal-Marsh Peat*, Science **148**, 1291-92 (1965).

Ondas de Calor Determinación de temperaturas del pasado [12] Pollack, H. N. and Chapman, D. S., Underground Records of Changing Climate, Scientific American **268**, 44-50 (1993).

[13] Giancoli, D. C., *Física - Principios con Aplicaciones*, (Prentince Hall, México, 1997).

[14] Cengel, Y. A., *Heat transfer, a practical approach,* (The Mc Graw-Hill Co. N. Y, 2003).

[15] Spiegel, M. R., Advanced Mathematics for Engineers and Scientists, (McGraw Hill, N. Y., 1980).

[16] Bodas A., Gandía, V. and López-Baezab, E., An undergraduate experiment on the propagation of thermal waves, Am. J. Phys. **66**, 528-533 (1998).

[17] McIntosh, G. and Sharratt, B. S., *Thermal Properties of soil*, The Phys. Teach. **39**, 458-460 (2001).

[18] Iannelli, L. y Gil, S., *Acondicionamiento Térmico de Aire Usando Energía Geotérmica-Ondas de Calor*, Enviado a LAJPE, Dic. (2011).

[19] ASM *Aerospace Specification Metals*, Pompano Beach, FL. USA. <<u>http://www.aerospacemetals.com/</u>>, consultado el 21 de Diciembre de (2011).