

Un análisis profundo del fenómeno dualidad onda partícula para la comprensión del mundo cuántico



Aarón Segura, Viviana Nieto y Esteban Segura

*Departamento de Física, Universidad Pedagógica Nacional,
Calle 72, No. 11-86, Bogotá, Colombia.*

E-mail: segurac7@gmail.com

(Recibido el 13 de Enero de 2012; aceptado el 21 de Marzo de 2012)

Resumen

Se presenta nuestra contribución por hacer de la dualidad onda-Partícula un fenómeno intuitivo a través de un análisis histórico que muestra los sucesos más relevantes de éste fenómeno. Se describe un conjunto de ejemplos que constituyen aportes didácticos para la divulgación y comprensión del fenómeno en un curso introductorio de mecánica cuántica. Este conjunto se estructura de tal forma que la idea se va desarrollando progresivamente desde nociones elementales de la física clásica hasta el formalismo matemático que presenta la teoría cuántica. Se muestran relaciones y diferencias entre el uso de este concepto desde los puntos de vista clásico y cuántico.

Palabras clave: Indicios de la identidad de la luz, dualidad onda partícula, experimento de la doble rendija, naturaleza dual de los objetos mayores.

Abstract

We present our contribution to the wave-particle duality intuitive phenomenon through a historical analysis that shows the most important events of this phenomenon. It describes a set of training examples that are contributions to the dissemination and understanding of an introductory course in quantum mechanics. This set is structured so that the idea is being developed progressively from basic notions of classical physics to the mathematical formalism of quantum theory presented. Relations and differences are shown between the use of this concept from the views of classical and quantum.

Keywords: Indications of the identity of the light, wave particle duality, double-slit experiment, dual nature of bigger objects.

PACS: 03.65.Ta, 01.40.gb, 01.50.Pa, 78.40.Ri

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

El hombre está para conocer y como conocer es una actividad de hacer inteligible los fenómenos [1], se hace necesario aprender una de las ciencias fundamentales relacionada con la comprensión e interpretación de los fenómenos naturales que ocurren en nuestro universo: La física. Para tal comprensión, el hombre parte de observaciones experimentales y mediciones cuantitativas empleando el lenguaje matemático como herramienta útil entre el experimento y la teoría [2]. Cuando hacemos referencia a la comprensión e interpretación de los fenómenos físicos, debemos tener en cuenta que para conocer, el hombre debe generar condiciones que agilicen el desarrollo de competencias [3, 4], por lo cual se evidencia la actividad de organizar los hechos y los acontecimientos simplificando las teorías, de tal forma que en sólo unos cuantos conceptos, ecuaciones y leyes fundamentales logra alterar y ampliar nuestra visión del mundo [2, 5].

El entendimiento del mundo sensible, palpable, directo a los sentidos del ser humano, se ha mostrado en la historia de las ciencias cómo las teorías clásicas, las cuales dan cuenta del movimiento de los cuerpos [2, 5]. Por lo cual para desarrollar cualquier fenómeno que describa una interpretación correcta del mundo es adecuado utilizar la mecánica clásica, cuyas ideas fundamentales y las leyes que rigen su aplicación constituyen un esquema tan sencillo y elegante, que parece imposible modificarlo sin destruir todas sus atractivas características [2, 6]. Sin embargo, la belleza de esta teoría se desvanece cuando nos introducimos en un campo más amplio, el campo de la mecánica cuántica [5]. Es cuando el hombre se ve obligado a construir herramientas que le permitan conocer las relaciones o vínculos que se establecen con la naturaleza microscópica [2, 4, 6], dando a conocer así la construcción de un nuevo modelo teórico para la descripción de los fenómenos de escala atómica que en ciertos aspectos es más elegante, satisfactorio y profundo que el modelo clásico [2, 7]. Sin embargo, este conjunto de leyes se presenta al estudiante que inicia su estudio de la naturaleza desde la

teoría cuántica como una teoría anti-intuitiva [8, 9], cuyos principios resultan de difícil comprensión. Una de las razones por las que sucede esto es porque en mecánica cuántica se tiene un grado de abstracción tal que se pierden las imágenes directas que permiten familiarizarse con los fenómenos [2, 5, 10].

Desde el punto de vista de la teoría cognitiva, en particular de la teoría constructivista de Bruner, las imágenes son un tipo de representaciones que posibilitan el desarrollo de los procesos cognitivos mediante etapas generales que se desarrollan en sistemas complementarios para asimilar la información y representarla [3]. Es decir, la primera etapa surge y se desarrolla como consecuencia del contacto del alumno con los objetos y con los problemas de acción que el medio le da (modo inactivo), luego surgen las imágenes mentales que representen objetos (modo icónico). Posteriormente, esas imágenes se convierten en un tipo de representaciones que contienen aspectos perceptibles de los objetos (modo simbólico). En esta etapa la mente construye símbolos y los utiliza en diferentes procesos cognitivos, como: la percepción, el pensamiento, el lenguaje, etc. [3]. De esta manera el uso de imágenes constituye un recurso cognitivo para el pensamiento del ser humano y su ausencia dificulta la apropiación de una idea y por lo tanto su comprensión [3, 4, 11].

Uno de los cambios fundamentales y más drásticos para el pensamiento contenido en la teoría cuántica se encuentra presente en el llamado fenómeno dualidad onda-partícula [9, 12, 13].

Se le llama dualidad onda-partícula a aquella ideología flexible, capaz de justificar una variedad de razonamientos sobre ondas y corpúsculos, que revelan de manera satisfactoria la fusión entre entidades corpusculares y ondulatorias [14, 15].

Diversas investigaciones sobre el fenómeno dualidad onda-partícula se presentan en la literatura con énfasis distintos, evidenciándose malos entendidos de este fenómeno [9, 16].

Einstein, en 1905 hace notar que la dualidad onda-partícula es aquella fusión donde la luz puede poseer propiedades corpusculares y propiedades ondulatorias [5, 9]. Es decir, la dualidad onda-partícula es una teoría unificada de los fenómenos luminosos, donde se tiene conciencia de que determinados fenómenos se explican mejor desde el punto de vista ondulatorio, mientras otros se explican mejor desde el punto de vista corpuscular [9, 18].

Por su parte, Kozhevnikov propone una nueva interpretación de esta teoría. En su interpretación, la dualidad onda-partícula es un concepto vago, capaz de ser entendido en forma diferente en contextos diferentes [9]. Feynman resalta que “*El comportamiento atómico es tan diferente de nuestra experiencia ordinaria, que debemos llegar a conocerlo en una forma un tanto abstracta o imaginativa y sin relacionarlo con nuestra experiencia directa*” [5].

En otros estudios se ha determinado el rango de validez del fenómeno dualidad onda-partícula en la teoría cuántica. Nairz, O. Amdt, M, & Zeilinger. Analizan este fenómeno realizando experimentos con grandes moléculas de C_{60} . Uno

de los experimentos más importantes fue realizado por Estermann y Otto Stern en 1930, donde se evidencia la dualidad onda-partícula a través de los fenómenos de interferencia y difracción de las partículas de h_2 en una superficie de cristal Lif [17].

Por su parte, Alastair muestra que es posible una interpretación probabilística del fenómeno dualidad onda-partícula desde varios experimentos mentales que confirman su existencia [19].

En este artículo presentamos nuestra contribución por hacer de la dualidad onda-partícula un fenómeno intuitivo. Se describe un conjunto de ejemplos que constituyen aportes didácticos para la divulgación y comprensión del fenómeno en un curso introductorio de mecánica cuántica. También se muestra cómo los puntos de vista clásico y cuántico del fenómeno dualidad onda-partícula permiten evidenciar un proceso de conocimiento de la naturaleza, generando un cambio radical en nuestras concepciones de observar el mundo.

El artículo está organizado de la siguiente manera: En la sección II se realiza un análisis histórico del fenómeno dualidad onda-partícula desde la primera evidencia registrada en el siglo XVII por Newton hasta la interpretación que presenta Louis de Broglie, llegando a conocer este fenómeno a través de la fenomenología expuesta. En la sección III se ilustra el fenómeno dualidad onda-partícula en mecánica cuántica donde se enfatizan los cambios que sufre éste concepto en este nuevo marco teórico. En la sección IV se describe la naturaleza dual de los objetos mayores y finalmente en la sección V presentamos nuestras conclusiones.

II. ANÁLISIS DEL FENÓMENO DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

A. Indicios de la identidad de la luz

A finales del siglo XVII, Newton usó una teoría corpuscular en la cual afirmaba que la luz estaba compuesta por partículas capaces de rebotar en un espejo, logrando así explicar la propagación rectilínea de la luz, las leyes de la reflexión y refracción [14].

Huygens, contemporáneo de Newton, fue de los primeros en proponer una teoría ondulatoria de la luz. Su interés consistía en demostrar que la luz se difracta al pasar a través de aberturas o alrededor de obstáculos comportándose como una onda [6, 14].

Huygens consideraba que la luz debía viajar más rápido en un medio menos denso como el aire, mientras Newton pensaba que el fenómeno era inverso, la luz debía viajar más rápido en un medio más denso como el agua o el vidrio. No obstante en aquella época aún no se podía medir la velocidad de la luz de manera eficaz, por lo cual se asumía que la luz viajaba únicamente en línea recta sin presentar el fenómeno de difracción. Además, debido a la gran reputación y autoridad de Newton (*President of the Royal Society*), la teoría corpuscular de la luz fue aceptada

por más de un siglo, lo que inclinó la balanza hacia el lado corpuscular de la luz durante esa época.

B. Experimento de la doble rendija

Un siglo después, el físico inglés Thomas Young probó gracias al experimento de la doble rendija que la luz poseía ciertas propiedades que sólo eran posibles asociar con una onda [20]. Young colocó una pequeña fuente luminosa que proyectaba su luz a través de una delgada ranura de una anchura de 0.2mm. Al pasar el haz de luz por ésta ranura y al proyectarlo en una pantalla aparecía una franja central como se observa en la Fig. 1.

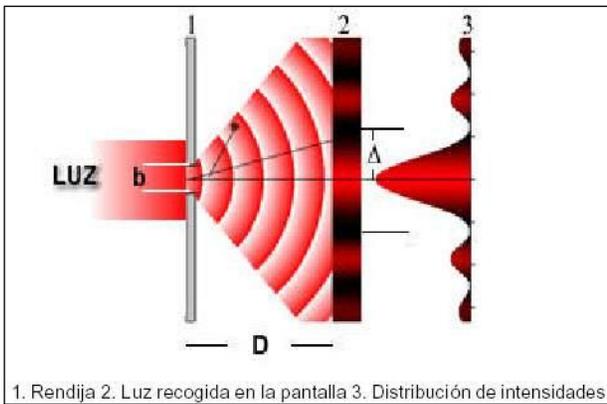


FIGURA 1. Se muestra el experimento de la doble rendija realizado por Young. En 1 se observa la rendija, b ilustra el orificio de 0.2mm por donde pasa el haz de luz. En 2 aparece la pantalla donde incide el haz de luz, D es la distancia de separación entre la rendija y la pantalla. Finalmente, en 3 se evidencia las distribuciones de intensidades que produce el haz de luz al pasar por solo una rendija.

Posteriormente al proyectar el haz de luz a través de dos ranuras y al tapan una de las dos ranuras con un dedo, Young obtuvo evidentemente el mismo resultado al hacer pasar el haz de luz únicamente por una ranura (la franja central). Al destapar la segunda ranura y hacer incidir el haz, en lugar de haber dos franjas de luz, como debería ocurrir si la luz fuera partículas que viajaban en línea recta, había una serie de franjas brillantes y oscuras de diferentes intensidades (Fig. 2). Es decir, había puntos en los que la cresta se había sumado a otra cresta y otros en que la cresta se había anulado con un valle produciendo el esperado fenómeno de interferencia [20, 21].

Ante esto, Young concluyó que éste patrón de interferencias solo se explicaba por el supuesto de que la luz que pasa por las ranuras tenía características ondulatorias [20].

Nótese que mientras Huygens lograba dar explicación al fenómeno de difracción de la luz, Young daba parte al fenómeno de interferencia, explicaciones basadas en hipótesis totalmente ondulatorias [14, 21].

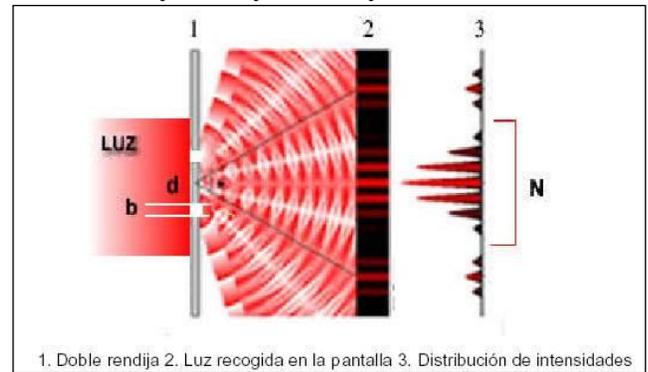


FIGURA 2. Se muestra el experimento de la doble rendija realizado por Young. En 1 se ilustran los orificios de 0.2mm por donde pasa el haz de luz, d es la distancia que hay entre los orificios. En 2 se observa el patrón de interferencias producido en la pantalla. Finalmente, en 3 se evidencia las distribuciones de intensidades que produce el haz de luz al pasar por ambas rendijas.

C. Confirmación Experimental de Fresnel y Maxwell

A principios del siglo XIX, gracias a los experimentos del físico francés Augustin Fresnel (1788-1827) sobre interferencia y difracción, se logró sentar la teoría ondulatoria sobre bases matemáticas, demostrando que la propagación en línea recta de la luz es consecuencia de la muy corta longitud de onda de la luz visible [14]. Fresnel empeñado en la formulación ondulatoria de la luz, procuró bajo este marco teórico dar explicación a la difracción prosiguiendo con la hipótesis de que la luz poseía características similares a las ondas sonoras, y utilizando el principio de Huygens y el fenómeno de interferencia de Young, logró explicar no sólo la propagación rectilínea de la luz, sino las desviaciones de dicho comportamiento, llegando a calcular así la difracción causada por pequeñas rendijas que se proyectan en una pantalla [14, 21].

A finales del mismo siglo, en el mismo sentido experimental y basado en el carácter ondulatorio de la luz. Maxwell recopila los estudios realizados anteriormente y brinda una explicación del fenómeno ondulatorio de la luz como onda electromagnética, sentando las bases matemáticas que parecieron implantar definitivamente la teoría ondulatoria de la luz [6, 14]. Sin embargo, esta teoría presentaba serios problemas al no poder explicar otras propiedades de la interacción de la luz con la materia como los fenómenos asociados a la radiación calorífica, el efecto fotoeléctrico y los fenómenos de absorción y emisión de radiación térmica por un medio (un cuerpo negro). Mayor problema que debe afrontar la teoría ondulatoria de la luz propuesta por Maxwell ya que nuevamente se genera un conflicto entre ondas y partículas [6, 20].

Nótese que en el contexto de la física clásica, el modelo corpuscular y el modelo ondulatorio de la luz son totalmente incompatibles [6]. Por lo cual debía aparecer en la física un nuevo marco, en el cual ambos comportamientos de la luz que parecían contradictorios, se pudieran unificar en un modelo coherente [9, 18].

D. Ondas de Materia de De Broglie

Un avance fundamental que permitió esta integración e impulsó el desarrollo de la física cuántica, fue una hipótesis planteada por el físico francés Louis De Broglie en su tesis doctoral de 1924. Su trabajo comprobaba las propiedades ondulatorias de los electrones, basándose en la extraña naturaleza dual de la luz evidenciada en los experimentos de la radiación del cuerpo negro y el efecto fotoeléctrico.

Este desconcertante aspecto dual de la luz estrechamente vinculado con la existencia misma de los cuantos le sugirió la pregunta, *¿Puede la materia poseer propiedades tanto ondulatorias como corpusculares?* [15, 17]. Dicho cuestionamiento estaba basado en la explicación del efecto fotoeléctrico que poco antes había dado Einstein sugiriendo la naturaleza cuántica de la luz.

Para Einstein, la energía transportada por las ondas luminosas estaba cuantizada [9, 17]. Es decir, distribuida en pequeños paquetes de energía o cuantos de luz que más tarde serían denominados fotones, cuya energía dependía de la frecuencia de la luz a través de la relación:

$$\epsilon = h\nu. \quad (1)$$

Donde ν es la frecuencia de la onda luminosa y h la constante de Planck. A partir de esta relación Einstein proponía que en determinados procesos las ondas electromagnéticas que forman la luz se comportan como corpúsculos [9].

De Broglie se preguntó *¿Podría ser de manera inversa?* [15, 17]. Es decir, que una partícula material (un corpúsculo) pudiese mostrar el mismo comportamiento de una onda. Y en dicha hipótesis propuso la existencia de ondas de materia, atribuyéndole a toda partícula con impulso una onda asociada, cuya longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (2)$$

h = Constante de Planck

p = Cantidad de movimiento de la partícula de materia

Nótese que en la fórmula se aprecia que a medida que la masa del cuerpo o su velocidad aumentan, disminuye considerablemente la longitud de onda.

Mediante esta relación De Broglie afirmaba que toda la materia presenta características tanto ondulatorias como corpusculares comportándose de uno u otro modo dependiendo del experimento específico [6, 9].

Un poco más adelante se generalizó la hipótesis de De Broglie para considerar que toda entidad física (las partículas y también los fotones) tiene una naturaleza dual, de tal forma que su comportamiento global presenta dos aspectos complementarios: ondulatorio y corpuscular, donde predomina uno de estos aspectos dependiendo del experimento realizado [9, 17, 18]. Así, el hecho de que un electrón, por ejemplo, tenga masa y cantidad de movimiento (propiedades corpusculares), pero también una longitud de onda (propiedad ondulatoria), supone que en

una colisión con otro electrón, predomine el comportamiento corpuscular de ambos. Pero también ocurre que un haz de electrones se difracta cuando pasa por una pequeña rendija, incluso aunque se lancen de uno en uno [5, 17]. De manera que el resultado observado en la pantalla no es fruto de un proceso estadístico producido por la incidencia de un número elevado de electrones, sino que realmente cada electrón interfiere consigo mismo [18].

Finalmente, la ecuación propuesta por De Broglie se puede aplicar a toda la materia. Es decir, los cuerpos macroscópicos también tendrían asociada una onda, pero, dado que su masa es muy grande, la longitud de onda resulta tan pequeña que en ellos se hace imposible apreciar sus características ondulatorias [6, 15].

III. EL FENÓMENO DUALIDAD ONDA PARTICULA EN MECANICA CUANTICA

Hemos ilustrado los puntos claves que la historia ha mostrado desde el origen de la dualidad onda-partícula y este esfuerzo nos ha llevado a proponer cuatro nociones que fundamentan este fenómeno: fusión, unificación, compatibilidad y percepción como un todo. Luego, como la mecánica cuántica exige una nueva organización conceptual para la descripción de los fenómenos atómicos y se afirma que la dualidad onda partícula es el corazón de esta nueva organización conceptual. Queremos saber *¿Cómo se ilustra el fenómeno dualidad onda-partícula desde la mecánica cuántica?*

Desde la mecánica cuántica, la dualidad onda-partícula se ilustra como aquella teoría unificada de los fenómenos luminosos (fusión), donde se tiene conciencia de que determinados fenómenos se explican mejor desde el punto de vista ondulatorio mientras otros se explican mejor desde el punto de vista corpuscular [16, 20].

Para Kozhevnikov, la dualidad onda-partícula es más que la aserción de que los fenómenos de radiación revelan diferentes propiedades que son similares a las de los modelos clásicos de las ondas y las partículas. Es decir, la dualidad onda-partícula muestra como dos tipos separados de objetos dan cuenta de fenómenos duales [9].

Expresar la dualidad onda-partícula de manera formal o matemática, es hacer un tratamiento simétrico de ambos conceptos como lo hizo Heisenberg en sus lecturas de Chicago (1930); *“Hay dos modelos de los fenómenos cuánticos y ambos conducen a resultados equivalentes. Se puede empezar ya sea del concepto clásico de partícula, o del concepto clásico de onda y arribar esencialmente a la misma teoría cuántica cuantizando la una o la otra. Ya que la existencia de un evento clásico tras la existencia de un evento cuántico, brinda evidencia de la existencia de un mundo que se comporta dualmente, bajo las leyes de la probabilidad y que es compatible con la formalización estructurada [22]”*.

Luego, podemos afirmar que la dualidad onda-partícula en mecánica cuántica significa más que tomar como fundamental sólo un tipo de objeto, el corpúsculo o la onda, y decir, que éste acepta otro tipo de conducta a causa de

leyes adicionales o accidentales. Significa entonces escoger una especie de entidad como el objeto fundamental de una teoría, donde ambas características de partícula y onda tienen derechos iguales, estableciendo aquel puente natural que comunica el mundo cuántico con el mundo clásico en una única dirección [18].

Hoy día este mismo fenómeno dual se aplica a los fotones, entidades de masa nula que forman la luz. Un fotón tiene un comportamiento corpuscular, por ejemplo, cuando colisiona con otro fotón o, como ocurre en el efecto fotoeléctrico, con partículas (electrones, protones, etc.), pero un haz luminoso (un haz de fotones) manifiesta un comportamiento ondulatorio (onda electromagnética) cuando se difracta, se polariza o produce interferencias luminosas [9, 18].

IV. NATURALEZA DUAL DE LOS OBJETOS MAYORES

A principios del siglo XX varios descubrimientos importantes para la mecánica cuántica surgieron al realizar experimentos utilizando neutrones, protones, átomos y moléculas de carbono $60(C_{60})$. Uno de los experimentos más importante fue realizado por Estermann y Otto Stern en 1930, donde se evidencia la dualidad onda-partícula a través de los fenómenos de interferencia y difracción de las partículas de H_2 en una superficie de cristal LiF . Del mismo modo el interferómetro de Ramsey Borde mostró estos mismos fenómenos al obtener I_2 de luz en 1944. Actualmente el interferómetro de Mach Zehnder es utilizado para demostrar el Na_2 y el interferómetro de Talbot Lau es aplicado a experimentos con Li_2 [17].

En 1985 se informó de la difracción del “fullereno” y “Buckminster fullereno” que presentan estabilidad y abundancia cuando precisamente 60 átomos de carbono se disponen en forma de una molécula natural (C_{60}). Fue descubierto por Kroto y otros investigadores de la universidad de Viena donde cabe resaltar que este es el mayor objeto sobre el que se han observado propiedades ondulatorias mecanocuánticas de manera directa. Su interpretación generó gran controversia ya que se asumieron los argumentos de la dualidad onda corpúsculo y la validez de la ecuación de De Broglie en su formulación [17].

V. CONCLUSIONES

Se ha ilustrado por medio de la historia y la fenomenología la dualidad onda-partícula. A partir de esta conceptualización se ha logrado abstraer cuatro nociones cruciales para el entendimiento de la mecánica cuántica: fusión, unificación, compatibilidad y percepción como un todo.

Estas nociones estructuran el fenómeno dualidad onda-partícula, pues permiten abordar problemas tales como la medición, la superposición, la probabilidad, entre otros, haciendo más entendible el mundo de la mecánica cuántica.

AGRADECIMIENTOS

Especial agradecimiento a la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional por el apoyo constante al proyecto “Análisis histórico-crítico de identificación de características incomprensibles en el fenómeno de la dualidad onda-partícula que afectan el desarrollo de aprendizaje en los estudiantes de básica y superior”.

REFERENCIAS

- [1] Bachelard, G., *Epistemología*, (Editorial Anagrama, Barcelona, 1973).
- [2] Dirac, P., *The Principles of Quantum Mechanics*, 4a. Ed. (Clarendon Press, Oxford, 1958).
- [3] Bruner, J., *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*, (Pablo del Río, Madrid España, 1980).
- [4] Redish, E., *Implications of cognitive studies for teaching physics*, Am. J. Phys. **62**, 796-803(1994).
- [5] Feynman, R., *El carácter de la ley física*, (Tusquets editors, Barcelona, 2000).
- [6] Feynman, R., *Física*, Vol. 3 (Pearson Education, México, 1963).
- [7] Lynn, H. and Caponigro, M., *Quantum Formalism: Brief Epistemological Considerations*, e-print [quant-ph/0610228].
- [8] Laloë, F., *Do we really understand quantum mechanics? Strange correlations, paradoxes, and theorems*, Am. J. Phys. **69**, 656-666 (2001).
- [9] Kozhevnikov, A., *La fórmula de fluctuación de Einstein y la Dualidad Partícula-Onda*, Rev. El tambor de Feynman **3**, 19-41(2001).
- [10] Rosenfeld, L., *The Wave-Particle Dilemma*, In: The Physical Conception of Nature vol. 3, 251-253 (1973).
- [11] Greca, I. & Moreira, M., *Un Estudio piloto sobre representaciones Mentales, imágenes, proporciones y modelos mentales respecto al concepto de campo electromagnético en alumnos de física general, estudiantes de postgrado y físicos profesionales*, Rev. Enseñanza de las ciencias **16**, 289-303(1998).
- [12] Bao, L. and Redish, E., *Understanding probabilistic interpretations of physical systems: A prerequisite to learning quantum physics*, Am. J. Phys. **70**, 210-217 (2002).
- [13] Everett, H., *“Relative State” Formulation of Quantum Mechanics*, Rev. Mod. Phys. **29**, 454-462 (1957).
- [14] Tipler, P., *Physics for scientist and engineers*, 4a. Ed. (Reverté, Barcelona, 1999).
- [15] Zeilinger, A., Ekert, A., Bouwmeester, D., *The Physics of Quantum Information*, 1a. Ed. (Springer, Germany, 2001).
- [16] Singh, C., *When physical intuition fails*, Am. J. Phys. **70**, 1103-1109 (2002).
- [17] Nairz, O., Amdt, M. & Zeilinger, A., *Quantum interference experiments with large molecules*, Am. J. Phys. **71**, 319-325 (2003).

Aarón Segura, Viviana Nieto y Esteban Segura

[18] Matteucci, G. & Beeii, C., *An experiment wave particle duality including a Planck constant measurement*, Am. J. Phys. **66**, 1055-1059 (1988).

[19] Alastair, I. M. R., *Física cuántica: ¿Ilusión o Realidad?*, (Alianza Editorial, Madrid, 1989).

[20] Klein, M., *Einstein and the wave-particle duality*, The natural philosopher **3**, 182-202 (1963).

[21] Hendry, J., *The Development of Attitudes to the Wave-Particle Duality of Light and Quantum Theory*, Annals of Science **37**, 59-79 (1980).

[22] Heisenberg, W., *The Physical Principles of the Quantum Theory*, (Univ. of Chicago Press, Chicago, 1930).