



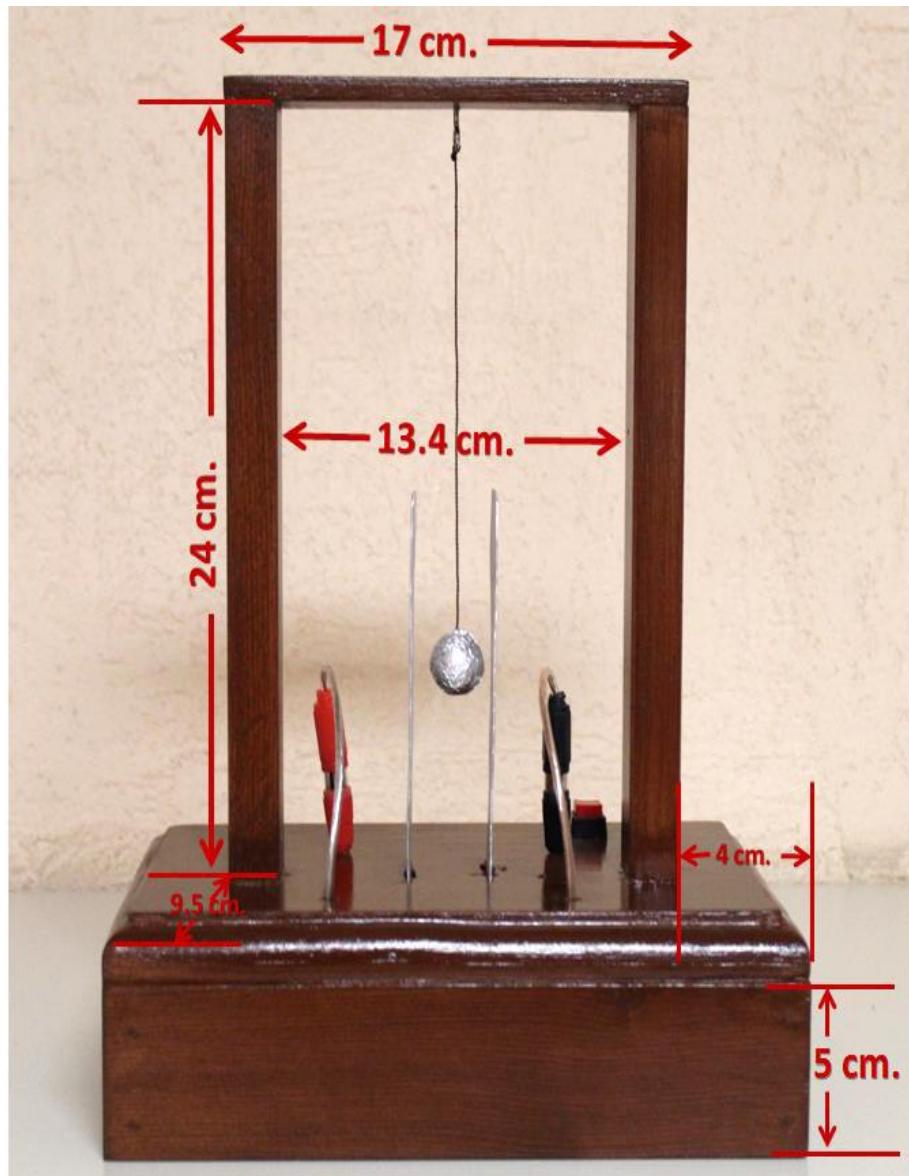
# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

[www.lajpe.org](http://www.lajpe.org)

Volume 9

Number 1

March 2015



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network  
and the Institute of Science Education



---

# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

---

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:  
<http://www.lajpe.org>

**Production and technical support**

Enrique Martínez Roldán  
eroldan@gmail.com  
Isabel Contreras Arredondo  
isaconarr1@yahoo.com.mx

Latin American Journal of Physics Education is indexed in:

**EDITORIAL POLICY**

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to [boubarkic@gmail.com](mailto:boubarkic@gmail.com) or [laje@lapen.org.mx](mailto:laje@lapen.org.mx). Further information is provided in the "Instructions to Authors" on [www.lajpe.org](http://www.lajpe.org).

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: C. Bourbaki, Editor in Chief, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba), calle 154 No. 12906 entre 129 y 133 Reparto Reynold García, Matanzas, Cuba CP 40100. Phone: 53 45 265794

**Copyright** © 2015 Latin American Physics Education Network. ([www.lapen.org.mx](http://www.lapen.org.mx))

ISSN 1870-9095

**INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE**

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)  
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)  
Carl Wenning, Illinois State University (USA)  
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)  
David Sokoloff, University of Oregon (USA)  
Dean Zollman, Kansas State University (USA)  
Edward Redish, University of Maryland (USA)  
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)  
Gordon Aubrecht II, Ohio State University (USA)  
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)  
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)  
Jorge Valadares, Universidade Aberta de Lisboa, (Portugal)  
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)  
Lillian C. McDermott, University of Washington (USA)  
Marisa Michelini, University of Udine (Italy)  
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)  
Minella Alarcón, UNESCO (France)  
Orhan Karamustafaoglu, Amasya University, (Turkey)  
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)  
Priscilla Laws, Dickinson College (USA)  
Ton Ellermeijer, (Netherlands)  
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)  
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

**EDITORIAL BOARD**

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)  
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)  
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)  
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)  
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)  
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)  
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)  
Manuel Reyes, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)  
Mauricio Pietrocola Universidad de São Paulo (Brasil)  
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)  
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)  
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)  
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

**EDITOR-IN-CHIEF**

C. Bourbaki, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba)

**ASSOCIATED EDITOR**

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

## **EDITORIAL**

---

Dear colleagues,

We are just at one step in order get the normal rhythm of LAJPE, this is not easy because the road is hard but each day our editorial team is winning, win to time, win to help a lot of people willing to show their research, their experiences in Physics class, and also to fulfill the requirements to get a doctorate in Physics Education.

The roll of the Physics teacher is so important in the modern society, unfortunately the importance of this conception have different acceptance in the World. In theory we can say that is the same or similar, but in practice we find differences so huge, depending the social-economics circumstances, mainly in poor countries where science is one of the last government priorities. What we can do on facing this sad situation? Of course the response to this general question is affected according circumstances, but remembering that circumstances are made by ourselves, therefore is so important to share knowledge related to research on better methods on teaching Physics, on training teachers, on gathering more young student to study science. In this sense, LAJPE is giving not a small contribution but big, because we are an option for teachers and researchers on developing countries. LAJPE is a free access journal sponsored by the Latin American Physics Education Network, and one of the goals of the network is science communication, increase and motivate the research groups on improving teaching Physics. We consider that cultural aspects of Physics are a good strategy for students of all levels. Proudly we found that secondary school and high school students have read LAJPE papers for homework about science projects, science fairs, Physics tournaments, etc.

We hope that this September issue of LAJPE can be helpful to Physics students and teachers, researchers and physicist, also we try to sponsor several activities related with the improving of Science Education.

Thanks for your support and patience.

C. Bourbaki  
Editor in Chief

Estimados colegas,

Estamos justo a un paso de alcanzar el ritmo normal de la revista LAJPE, esto no es fácil ya que el camino es difícil, pero cada día nuestro equipo editorial está ganando, ganando en cuando a tiempo, y en ayudar a mucha gente dispuesta a mostrar y compartir sus investigaciones, sus experiencias sobre la clase de física, y también para cumplir con los requisitos para la obtención de un doctorado en Educación en Física.

El rol del profesor de Física es sumamente importante en la sociedad moderna, pero por desgracia la importancia de esta concepción tiene diferente aceptación en el mundo. En teoría, podemos decir que es lo mismo o similar, pero en la práctica nos encontramos con diferencias enormes, claro está, dependiendo de las circunstancias económicas sociales, sobre todo en los países pobres donde la ciencia es una de las últimas prioridades de los gobiernos. Pero, ¿qué podemos hacer frente a esta triste situación? Por supuesto que la respuesta a esta pregunta general se ve afectada según las circunstancias, pero recordando nosotros mismos creamos las circunstancias, por lo tanto, es muy importante compartir los conocimientos relacionados con la investigación sobre mejores métodos en la enseñanza de la Física, en la formación de profesores, en lograr el interés de estudiantes jóvenes para estudiar ciencia. En este sentido, LAJPE no está dando una pequeña contribución, más bien grande, porque somos una opción para los profesores e investigadores de países en desarrollo. LAJPE es una revista de acceso gratuito patrocinada por la Red Latinoamericana de Educación en Física, y uno de los objetivos de la red es la comunicación científica, aumentar y motivar a los grupos de investigación en la mejora de la enseñanza de la Física. Consideramos que los aspectos culturales de la Física son una buena estrategia para los estudiantes de todos los niveles. Orgullosamente nos hemos encontramos con que estudiantes de escuela secundaria y de bachillerato, han leído algunos artículos de LAJPE para la realización de tarea sobre proyectos de ciencia, ferias de ciencias, torneos Física, etc.

Esperamos que esta edición de septiembre de LAJPE puede ser de utilidad para estudiantes y profesores de Física, investigadores y físicos, cabe mencionar que también intentamos patrocinar varias actividades relacionadas con la mejora de la Educación en Ciencias.

Gracias por su apoyo y paciencia.

C. Bourbaki  
Editor en jefe

# ***Latin American Journal of Physics Education***

Volume 9, Number 1, March 2015

## *Contents/contenido*

### **Editorial**

### **Papers/Artículos**

New Quantum atomic spectrum of Schrödinger equation with pseudoharmonic potential Abdelmadjid Maireche	1301
A simple method for construction of higher-order potentials and computation of scattering phase shifts U. Laha & J. Bhoi	1302
On the problem of the theoretical identification of a physical entanglement in spins systems in the NMR quantum computation J. D. Bulnes, F. A. Bonk	1303
O Ensino de Física nos Cursos de Engenharia: Uma abordagem de métodos mistos Maud Rejane Souza & Josefina Barrera Kalhil e Geraldo de Pontes e Souza	1401
The effect of computer simulation used as a teaching aid in students'. Understanding in learning the concepts of electric fields and electric forces Aysheshim Mengistu & Gebregziabher Kahsay	1402
Movimiento debido a la gravedad. Una experiencia multirepresentacional en los nuevos laboratorios del bachillerato de la UNAM Jesús Manuel Cruz-Cisneros, Eduardo José Vega-Murguía, Héctor Covarrubias-Martínez, Leticia Gallegos-Cázares y Fernando Flores-Camacho	1403
Project-Based Learning applied in pre-service teacher education Marcos Henrique Abreu de Oliveira, Robert Fischer, Mara Fernando Parisoto	1404
Tecnologias digitais computadorizadas contribuem com o ensino de Física? Francisco Cristiano da Silva Macêdo e Josefina Barrera Kalhil	1501
Transposição didática do Sistema de Lorenz via simulação computacional José Galúcio Campos, Cirlande Cabral da Silva e Josefina Barrera Kalhil	1502
Sistema de ejercicios para una práctica de laboratorio. Tema: momento de inercia Maikel Fernández Dieguez, Luis Rodríguez Landrove, Isabel Marcheco Puig, Nayma Jiménez Sánchez, Liane Pallerols Sánchez, Miriam Hechavarria Rodríguez	1503

*continued/continuación*

**LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION**  
**Vol. 9, Number 1, March 2015**

contents/contenido

Interactivity and information-communication technologies in basic physics to engineering classes

Arnaldo J. Santiago, Alan F. Machado, Claudio E. da Silva, Armando D. Tavares Jr, Darcilia Simões, Luiz Pinheiro C. da Silva, Maria G. Muniz Washington 1504

A dramatização na formação de futuros professores de Física

Micaías Andrade Rodrigues 1505

Determinación de la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por el estallido de las popcorn

Díaz, Albert, Montilla, Yomber, González, Juan, Díaz, Cruz 1507

Understanding the stationary and transient state of a solar array:  
Model and simulation

Carlos D. Rodríguez Gallegos, Manuel S. Alvarez Alvarado 1508

Propuesta didáctica de las Campanas de Franklin

L. Castro-A., L.F. Isasi-S., L. M. Lozano-C., J.C. Campos-G., C. Figueroa-N., M.E. Molinar-T. 1509

Change in Teachers' Practice through the elaboration and testing of an informed teaching proposal  
Pilar Segarra, María de los Ángeles Ortiz, Virgen Huerta 1510

Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente a partir de estudios históricos sobre la variación

Luis Arturo Serna Martínez, Apolo Castañeda 1511

Enseñando la Ley de Ohm usando Aprendizaje Activo de la Física a Nivel Medio Superior en el Distrito Federal de México

Rubén Sánchez-Sánchez, César Mora, Lino Jesús Velázquez-Arteaga 1512

# New quantum atomic spectrum of Schrödinger equation with pseudo harmonic potential in both noncommutative three dimensional spaces and phases



**Abdelmadjid Maireche**

*Physics Department, Sciences Faculty, University of M'sila-Algeria.*

**E-mail:** abmaireche@gmail.com

(Received 16 July 2014, accepted 23 January 2015)

## Abstract

In present work, we obtain the modified bound-states solutions for three dimensional pseudo harmonic potential in both non-commutative three dimensional spaces and phases. We show the noncommutative new anisotropic Hamiltonian containing three terms, the first is the usual Hamiltonian in ordinary quantum mechanics; the first new term describes the spin-orbit interaction while the second new term describes the modified Zeeman effect. It has been observed that, the energy spectra in ordinary quantum mechanics was changed, and replaced by degenerate new states, depending on new discreet quantum numbers:  $m, l, j$  and  $s = \pm 1/2$ , in addition to four infinitesimal parameters:  $\alpha_2, \bar{\varepsilon}_2, \Theta_1$  and  $\bar{\theta}_1$ . The new symmetries were extended to include automatically new physics phenomena's.

**Keywords:** Star product, Boopp's shift method, three dimensional pseudo harmonic potential, Noncommutative space and Noncommutative phase.

## Resumen

En este trabajo, obtuvimos las soluciones modificadas de los estados bound para tres potenciales dimensionales pseudoarmónicos tanto para tres espacios y fases dimensionales no comunitativos. Demostramos el nuevo hamiltoniano anisotrópico no comunitativo que contiene tres términos. El primero es el hamiltoniano usual en una mecánica cuántica ordinaria. El primer término nuevo describe la interacción spin-orbital; mientras que el segundo término nuevo describe el efecto modificado de Zeeman. Se ha observado que el espectro energético en una mecánica cuántica ordinaria fue cambiado y reemplazado por nuevos estados degenerados, dependiendo de los nuevos números cuánticos discretos:  $m, l, j$  y  $s = \pm 1/2$ . Además de cuatro parámetros infinitesimales:  $\alpha_2, \bar{\varepsilon}_2, \Theta_1$  y  $\bar{\theta}_1$ . Las nuevas simetrías fueron extendidas para incluir automáticamente nuevos fenómenos físicos.

**Palabras clave:** Producto Star, Método de derivada de Boopp, Potenciales dimensionales pseudoarmónicos, espacio no comunitativo, fase no comunitativa.

**PACS:** 11.10.Nx, 32.30-r, 03.65-w

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

The central potentials have been studied in various fields of material sciences, nuclear physics, quantum molecules by using relativistic Klein-Gordon equation, Dirac equation and non-relativistic Schrödinger equation in commutative and noncommutative two and three-dimensional space and phase [1-44]. The Schrödinger equation rest major sources of principal information's and it consider as a big revolution like general relativity and special relativity for describing physics phenomena at microscopic (Planks scales) and macroscopic scales (the planets movements). In another hand, the notions of noncommutativity of space and phase, will be another big modern revolution to gives the profound interpretations in different fields. Based essentially on Seiberg-Witten map and Boopp's shift method and the star product, depended on the antisymmetric infinitesimal

parameters  $(\theta^{\mu\nu} \text{ and } \bar{\theta}^{\mu\nu})$  and equals  $\frac{1}{2}\varepsilon^{ijk}\theta_k$  and  $\frac{1}{2}\varepsilon^{ijk}\bar{\theta}_k$ , respectively, in first order of two infinitesimal parameters  $\theta_k$  and  $\bar{\theta}_k$ , the new star product defined as [23-43]:

$$f(x)^*g(x) = f(x)^*g(x) - \frac{i}{2}\theta^{\mu\nu}(\partial_\mu^x f(x))(\partial_\nu^x g(x)) - \frac{i}{2}\bar{\theta}^{\mu\nu}(\partial_\mu^p f(x))(\partial_\nu^p g(x)). \quad (1)$$

As a direct principal's result of the above equation, the two new non nulls commutators  $[x_i, x_j]$  and  $[\hat{p}_i, \hat{p}_j]$  in the notion of star product:

$$\left[ \hat{x}_i, \hat{x}_j \right]_* = i\theta_{ij} \text{ and } \left[ \hat{p}_i, \hat{p}_j \right]_* = i\bar{\theta}_{ij}. \quad (2)$$

In this work, we want to study three dimensional pseudo harmonic potential in noncommutative 3D space and phase to discover the new symmetries by apply the Boopp's shift method, the Schrödinger equation will be treated by using directly new product procedure [23-44]:

$$\left[ \hat{x}_i, \hat{x}_j \right] = i\theta_{ij} \text{ and } \left[ \hat{p}_i, \hat{p}_j \right] = i\bar{\theta}_{ij}. \quad (3)$$

The study of three dimensional pseudo harmonic potential has relevance in the dynamical properties in solid-state physics and the history of molecular structures and interactions [6].

The rest of present search is organized as follows: in next section, we briefly review the Schrödinger equation with for pseudo harmonic potential in three dimensional spaces. In section 3, by applying Boopp's shift method to derive the deformed Hamiltonians of the Schrödinger equation with three dimensional pseudo harmonic potential in noncommutative three dimensional space-phases. The forth section reserved to present the formalism of Boopp's shift method and the construction of global noncommutative Hamiltonian for three dimensional pseudo harmonic potential.

In the fifth section we apply standard perturbation theory to find the exact quantum spectrum of the bound states in (NC-3D) space and phase for studied potential in first order of two infinitesimal parameters  $\Theta$  and  $\bar{\theta}$ . Finally, the important found results and the conclusions are discussed in the last section.

## II. REVIEW OF PSEUDO HARMONIC POTENTIAL IN THREE DIMENSIONAL

In this section, we review the orthonormalization functions and energy eigenvalues of three-dimensional pseudo harmonic potential  $V_{3dph}(r)$  [6]:

$$V_{3dph}(r) = D_e \left( \frac{r}{r_e} - \frac{r_e}{r} \right)^2. \quad (4)$$

Where  $D_e$  is the dissociation energy and  $r_e$  is the equilibrium intermolecular separation. The potential (4) can be rewritten in the form of an isotropic Harmonic oscillator plus inverse quadratic potential [6]:

$$V_{3dph}(r) = ar^2 + \frac{b}{r^2} + c. \quad (5)$$

Where  $a = D_e r_e^{-2}$ ,  $b = D_e r_e^{+2}$  and  $c = -2D_e$ , the radial function  $\Psi(r)$  in 3-dimensional space for three-dimensional pseudo harmonic ( $\hbar = c = 1$ ) is [6]:

$$\frac{d^2\Psi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Psi(r)}{dr} + \left[ E - V_{3dph}(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \Psi(r) = 0. \quad (6)$$

Where  $l$  denote to the orbital angular momentum quantum numbers. Furthermore, to remove the first derivative from the above equation, we introduce a new radial function:

$$R(r) (\Psi(r) = \frac{R(r)}{r}),$$

then, the eq. (6) reduced to the form:

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2} + \left[ 2\mu \left( E - V_{3dph}(r) \right) + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R(r) = 0. \quad (7)$$

The complete orthonormalization functions and energy eigenvalues in three dimensional spaces for fondamental state ( $E_0^\delta$  and  $\Psi^0(r)$ ), first excited state ( $E_1^\delta$  and  $\Psi^1(r)$ ) and  $p$  and excited state ( $E_p^\delta$  and  $\Psi^p(r)$ ) are given by, respectively [6]:

$$E_{0\delta} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(\delta + 2), \\ \Psi^0(r) = a_0 r^{\frac{\delta+1}{2}} \exp\left(\sqrt{2a\mu}r^2\right). \quad (8)$$

$$E_1^\delta = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(\delta + 4), \\ \Psi^1(r) = (a_0 + a_1 r^2) r^{\frac{\delta+1}{2}} \exp\left(\sqrt{2a\mu}r^2\right). \quad (9)$$

$$E_p^\delta = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(2p + \delta + 2), \\ \Psi^p(r) = (a_0 + a_1 r^2 + \dots + a_p r^{2p}) r^{\frac{\delta+1}{2}} \exp\left(\sqrt{2a\mu}r^2\right). \quad (10)$$

The constants  $\delta$ ,  $a_0$  and  $a_2$ are given by [6]:

$$\delta = -1 + \sqrt{2\mu b + \eta^2}, \\ a_0 = \sqrt{\frac{2}{(\delta+1)!}} \left( \sqrt{2\mu a} \right)^{\frac{\delta}{2}+1}, \\ a_1 = \frac{1}{\delta+2} \sqrt{\frac{2}{(\delta+1)!}} \left( \sqrt{2\mu a} \right)^{\frac{\delta}{2}+2}. \quad (11)$$

And

$$\eta = l + \frac{1}{2}.$$

### III. NONCOMMUTATIVE THREE DIMENSIONAL SPACE-PHASE HAMILTONIAN FOR PSEUDO HARMONIC POTENTIAL

#### III.A Formalism of Boopp's shift method

The quantum noncommutative Schrödinger equation, can be determined by apply the following steps for pseudo harmonic potential [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44]:

Ordinary Hamiltonian:  $\hat{H}(p_i, x_i) \rightarrow$

NC-Hamiltonian:  $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$

Ordinary-complex wave function:

$\Psi(\vec{r}) \rightarrow$  NC-complex wave function:  $\hat{\Psi}(\vec{r})$  (12)

Ordinary-energy:  $E \rightarrow$

NC - Energy:  $E_{nc-ph}$

Ordinary-product  $\rightarrow$

New star product acting on phase and space: \*

Which allow us to writing the three dimensional space-phase quantum noncommutative Schrödinger equations as follows:

$$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\vec{r}) = E_{nc-ph} \hat{\Psi}(\vec{r}). \quad (13)$$

The Boopp's shift method permutes to reduce the above equation to the form:

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \Psi^p(r) = E_{nc-ph} \Psi^p(r). \quad (14)$$

Here the two  $\hat{x}_i$  and  $\hat{p}_i$  operators in (NC-3D) phase and space are given by [23-43]:

$$\hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j \quad \text{and} \quad \hat{p}_i = p_i - \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j. \quad (15)$$

On another hand, the two operators  $\hat{r}^2$  and  $\hat{p}^2$  in (NC-3D) spaces and phases are given by [37, 39]:

$$\begin{aligned} \hat{r}^2 &= r^2 - \vec{L}\vec{\Theta}, \\ \hat{p}^2 &= p^2 + \vec{L}\vec{\bar{\Theta}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Where  $\vec{L}\vec{\Theta}$  and  $\vec{L}\vec{\bar{\Theta}}$  are given by, respectively:

$$\begin{aligned} \vec{L}\vec{\Theta} &\equiv L_x \Theta_{12} + L_y \Theta_{23} + L_z \Theta_{13} \\ \vec{L}\vec{\bar{\Theta}} &\equiv L_x \bar{\Theta}_{12} + L_y \bar{\Theta}_{23} + L_z \bar{\Theta}_{13}. \end{aligned} \quad (17)$$

Where  $\Theta \equiv \frac{\Theta}{2}$ , based, on the Eq. (17), in the first order of two infinitesimal parameters  $\Theta$  and  $\bar{\Theta}$ , the two important terms which will be used to determine the noncommutative pseudo harmonic potential can be written explicitly, in (NC-3D) spaces and phases as:

$$\begin{aligned} a\hat{r}^2 &= ar^2 - a\vec{L}\vec{\Theta}, \\ \frac{b}{\hat{r}^2} &= \frac{b}{r^2} + \frac{b}{4r^4} \vec{L}\vec{\Theta}. \end{aligned} \quad (18)$$

The modified pseudo harmonic potential operators  $V_{3dph}(\hat{r})$  in both (NC-3D) phase and space will be written as:

$$V_{3dph}(\hat{r}) = ar^2 + \frac{b}{r^2} + c + \left( -a + \frac{b}{4r^4} \right) \vec{L}\vec{\Theta} + \frac{\vec{L}\vec{\bar{\Theta}}}{2\mu}. \quad (19)$$

The three first terms in above equation are given the ordinary pseudo harmonic potential in 3D spaces, while the rest terms are proportional's with two infinitesimals parameters ( $\Theta$  and  $\bar{\Theta}$ ) and then gives the terms of perturbations for pseudo harmonic potential  $H_{ph-pert}(r, \Theta, \bar{\Theta})$  in (NC-3D) real space and phase as:

$$H_{ph-pert}(r, \Theta, \bar{\Theta}) = \left( -a + \frac{b}{4r^4} \right) \vec{L}\vec{\Theta} + \frac{\vec{L}\vec{\bar{\Theta}}}{2\mu}. \quad (20)$$

#### III.B The second part of noncommutative 3D: RSP

It is possible to replace  $\vec{L}\vec{\Theta}$  and  $\vec{L}\vec{\bar{\Theta}}$  by  $2\Theta\vec{S}\vec{L}$  and  $2\bar{\Theta}\vec{S}\vec{L}$ , respectively, to obtain the new forms of  $H_{ph-pert}(r, \Theta, \bar{\Theta})$  for pseudo harmonic potential:

$$H_{ph-pert}(r, \Theta, \bar{\Theta}) = \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\Theta}}{2\mu} \right) \vec{L}\vec{S}. \quad (21)$$

Here  $\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{\vec{S}}$  denote the spin of electron, in quantum mechanics, it is possible also to replace  $(\vec{S}\vec{L})$  by  $\frac{1}{2} (\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2)$ , which allow us to writing the perturbative terms for pseudo harmonic potential:

$$H_{\text{ph-pert}}(r, \Theta, \bar{\theta}) = \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) G^2 \quad (22)$$

Where  $G^2$  denote to the  $\frac{1}{2} \left( \vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2 \right)$ . As it is known, this operator traduces the coupling between spin and orbital momentum. The  $(\vec{J}^2, \vec{L}^2, \vec{S}^2$  and  $s_z$ ) formed complete basis on quantum mechanics, then the operator  $\left( \vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2 \right)$  will be gives 2-eigenvalues

$$k_{\mp} \equiv \frac{1}{2} \left\{ \left( l \pm \frac{1}{2} \right) \left( l + \frac{1}{2} \pm 1 \right) + l(l+1) - \frac{3}{4} \right\}, \quad \text{corresponding}$$

$j = l \pm \frac{1}{2}$  (spin up-spin down), respectively. Then, one can form a diagonal matrix  $H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta})$  of order  $(3 \times 3)$  with non null elements  $(H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta}))_{11}$ ,  $(H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta}))_{22}$  and  $(H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta}))_{33}$ , for pseudo harmonic potential in both (NC-3D) phase and space:

$$\begin{aligned} (H_{nc-ph})_{11} &= -\frac{\Delta}{2\mu} + ar^2 + \frac{b}{r^2} + c + k_+ \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) \\ &\quad \text{if } j = l + \frac{1}{2} \Rightarrow \text{spin up} \\ (H_{nc-ph})_{22} &= -\frac{\Delta}{2\mu} + ar^2 + \frac{b}{r^2} + c + k_- \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) \\ &\quad \text{if } j = l - \frac{1}{2} \Rightarrow \text{spin down} \\ (H_{nc-ph})_{33} &= -\frac{\Delta}{2\mu} + ar^2 + \frac{b}{r^2} + c \rightarrow \text{Non-polarised-electron} \end{aligned} \quad (23)$$

### III.C The third part of noncommutative 3D: RSP

In this sub section, we draw another interpretation for the production of modified three dimensional pseudo harmonic potential, we consider the two at infinitesimals parameters ( $\Theta$  and  $\bar{\theta}$ ) are the sum of two infinitesimals parameters to each one as [33-37]:

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 \quad \text{and} \quad \bar{\theta} = \bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2 \quad (24)$$

The two parameters  $\Theta_2$  and  $\bar{\theta}_2$  are arbitrary infinitesimals constants, then we can introduce an external magnetic field  $B$  as [33-41]:

$$\Theta_2 = \alpha_2 B, \quad \bar{\theta}_2 = \bar{\varepsilon}_2 B \quad \text{and} \quad \vec{B} = B \vec{k}. \quad (25)$$

Where  $\alpha_2$  and  $\bar{\varepsilon}_2$  are two new proportional constants, which allow us to obtain the following results:

$$\left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) \vec{L} \vec{\Theta}_2 + \vec{L} \vec{\theta} \rightarrow \left( \alpha_2 \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \bar{\varepsilon}_2 \right) BL_z. \quad (26)$$

Thus, the second part of noncommutative Hamiltonians operator for three dimensional pseudo harmonic potential  $H_{ph-mag}(r, \vec{p}, \alpha_2, \bar{\varepsilon}_2)$  can be determined as follows:

$$\begin{aligned} H_{ph-mag}(r, \vec{p}, \alpha_2, \bar{\varepsilon}_2) &= \\ \left( \alpha_2 \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \bar{\varepsilon}_2 \right) BL_z \end{aligned} \quad (27)$$

### III.D The global noncommutative anisotropic Hamiltonian operator

The previous obtained results permuted to deduce the global diagonal noncommutative Hamiltonian matrixes  $H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta})$  of order  $(3 \times 3)$ , with non null elements:

$$(H_{nc-ph})_{11}, (H_{nc-ph})_{22} \text{ and } (H_{nc-ph})_{33}$$

for three dimensional pseudo harmonic potential in both (NC-3D) phase and space:

$$\begin{aligned} (H_{nc-ph})_{11} &= -\frac{\Delta}{2\mu} + ar^2 + \frac{b}{r^2} + c + k_+ \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \\ &\quad \left( \alpha_2 \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \bar{\varepsilon}_2 \right) \text{ if } j = l + \frac{1}{2} \Rightarrow \text{spin up} \\ (H_{nc-ph})_{22} &= -\frac{\Delta}{2\mu} + ar^2 + \frac{b}{r^2} + c + k_- \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \\ &\quad \left( \alpha_2 \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \bar{\varepsilon}_2 \right) BL_z \text{ if } j = l - \frac{1}{2} \Rightarrow \text{spin down} \\ (H_{nc-ph})_{33} &= -\frac{\Delta}{2\mu} + ar^2 + \frac{b}{r^2} + c \rightarrow \text{Non-polarised-electron.} \end{aligned} \quad (28)$$

After a straightforward calculation, one can show that, the radial function  $R(r)$  satisfied the following the equation, in (NC-3D: RSP) for three dimensional pseudo harmonic potential:

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \left[ 2\mu \left( E - V_{3dph}(r) - \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) G - \left( \alpha_2 \left( -a + \frac{b}{4r^4} + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) + \bar{\varepsilon}_2 \right) BL_z \right) + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R(r) = 0. \quad (29)$$

## V. NONCOMMUTATIVE SPECTRUM

Know, we want to obtain the energies: ( $E_{nc0-up}$ ,  $E_{0nc-d}$ ) and

$(E_{nc1-up}, E_{nc-d})$  of a particle fermionic with spin up-spin down at first order of two infinitesimals parameters ( $\Theta$  and  $\bar{\theta}$ ) corresponding  $((H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta}))_{11}$  and  $((H_{nc-ph}(r, \vec{p}, \Theta, \bar{\theta}))_{22}$  for fundamental state and first excited state corresponding three dimensional pseudo harmonic potential in both (NC-3D) phase and space:

$$\begin{cases} E_{nc0-up} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(\delta + 2) + E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) \\ + E_{ph0-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2) \\ E_{nc0-d} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(\delta + 2) + E_{ph0-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) \\ + E_{ph0-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2). \end{cases} \quad (30)$$

And

$$\begin{cases} E_{nc1-up} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(\delta + 4) + E_{ph1-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) \\ + E_{ph1-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2) \\ E_{nc1-d} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}}(\delta + 4) + E_{ph1-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) \\ + E_{ph1-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2). \end{cases} \quad (31)$$

Where:

$$(E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1), E_{ph0-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1), \\ E_{ph0-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2)) \text{ and } (E_{ph1-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1), \\ E_{ph1-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1), E_{ph1-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2)),$$

are the exact modifications of spin-orbital (up-down) and magnetic for the three dimensional pseudo harmonic potential corresponding fundamental state and first excited state, respectively.

### V.A Noncommutative spin-orbital spectrum

To obtain the exact noncommutative spin-orbital modifications of energy  $E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$ ,  $E_{ph0-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$  for three dimensional pseudo harmonic potential corresponding fundamental states, we apply the standard perturbations theory:

$$\begin{aligned} E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= \frac{+∞}{0} r^{2δ+1} \exp(2\sqrt{2aμr^2}) \left( -a\Theta + \frac{b}{4r^4} \Theta + \frac{\bar{\theta}}{2μ} \right) r^2 dr \\ &\quad |a_0|^2 k_+ \\ E_{ph0-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= \frac{+∞}{0} r^{2δ+1} \exp(2\sqrt{2aμr^2}) \left( -a\Theta + \frac{b}{4r^4} \Theta + \frac{\bar{\theta}}{2μ} \right) r^2 dr. \end{aligned} \quad (32)$$

New quantum atomic spectrum of Schrödinger equation... It's convenient to rewrite the two above equations as follows:

$$\begin{aligned} E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= |a_0|^2 k_+ \left\{ \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2μ} \right) L_{so1} - \Theta \frac{b}{4} L_{so2} \right\} \\ E_{ph0-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= |a_0|^2 k_- \left\{ \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2μ} \right) L_{so1} - \Theta \frac{b}{4} L_{so2} \right\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Where:

$$\begin{aligned} L_{so1} &= \int_0^{+∞} r^{m_1} \exp(-βr^2) dr \\ L_{so2} &= \int_0^{+∞} r^{m_2} \exp(-βr^2) dr. \end{aligned} \quad (34)$$

With  $m_1 = 2δ + 3$ ,  $m_2 = 2δ - 1$  and  $β = -2\sqrt{2aμ}$ . Know we apply the special integral [38]:

$$\int_0^{+∞} x^m \exp(-βx^n) dx = \frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{n}, βx^n\right)}{nβ^{\frac{m+1}{n}}}. \quad (35)$$

Where  $\Gamma\left(\frac{m+1}{n}, βx^n\right)$  denote to the incomplete Gamma function. After straightforward calculations, we can obtain the results:

$$\begin{aligned} L_{so1} &= \frac{\Gamma(\delta + 1, -2\sqrt{2aμ})}{2(-2\sqrt{2aμ})^{\delta+2}} \\ \text{and} \\ L_{so2} &= \frac{\Gamma(\delta, -2\sqrt{2aμ})}{2(-2\sqrt{2aμ})^{\delta}}. \end{aligned} \quad (36)$$

For the first excited states, the exact noncommutative spin-orbital modifications of energy  $E_{ph1-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$ ,  $E_{ph1-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$  of three dimensional pseudo harmonic potential:

$$\begin{aligned} E_{ph1-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= k_+ \int_0^{+∞} (a_0 + a_1 r^2)^2 r^{2δ+1} \exp(2\sqrt{2aμr^2}) \\ &\quad \left( -a\Theta + \frac{b}{4r^4} \Theta + \frac{\bar{\theta}}{2μ} \right) r^2 dr \\ E_{ph1-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= k_- \int_0^{+∞} (a_0 + a_1 r^2)^2 r^{2δ+1} \exp(2\sqrt{2aμr^2}) \\ &\quad \left( -a\Theta + \frac{b}{4r^4} \Theta + \frac{\bar{\theta}}{2μ} \right) r^2 dr \end{aligned} \quad (37)$$

A direct simplification gives:

$$\begin{aligned} E_{ph1-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= k_+ \int_0^{+\infty} r^{2\delta+1} \exp\left(2\sqrt{2a\mu}r^2\right) \left( \left( \frac{\bar{\theta}}{2\mu} - a\Theta \right) + \frac{b}{4r^4} \Theta \right) dr \\ E_{ph1-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= k_- \int_0^{+\infty} r^{2\delta+1} \exp\left(2\sqrt{2a\mu}r^2\right) \left( \left( \frac{\bar{\theta}}{2\mu} - a\Theta \right) + \frac{b}{4r^4} \Theta \right) dr. \end{aligned} \quad (38)$$

It's convenient to rewrite the two above equations as follows:

$$\begin{aligned} E_{ph1-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= k_+ \left\{ \begin{array}{l} \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\Theta \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\} \\ E_{ph01-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1) &= k_- \left\{ \begin{array}{l} \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\Theta \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (39)$$

Where:

$$\begin{aligned} L_{so3} &= a_0^2 \int_0^{+\infty} r^{m_3} \exp(-\beta r^2) dr, \\ L_{so4} &= \frac{ba_0^2}{4} \int_0^{+\infty} r^{m_4} \exp(-\beta r^2) dr \\ L_{so5} &= a_1^2 \int_0^{+\infty} r^{m_5} \exp(-\beta r^2) dr, \\ L_{so6} &= \frac{ba_1^2}{4} \int_0^{+\infty} r^{m_6} \exp(-\beta r^2) dr \\ L_{so7} &= 2a_0 a_1 \int_0^{+\infty} r^{m_7} \exp(-\beta r^2) dr \\ \text{and } L_{so8} &= \frac{ba_0 a_1}{2} \int_0^{+\infty} r^{m_8} \exp(-\beta r^2) dr. \end{aligned} \quad (40)$$

With  $m_3 = 2\delta + 3$ ,  $m_4 = 2\delta - 1$ ,  $m_5 = 2\delta + 7$ ,  $m_6 = 2\delta + 1$ ,  $m_7 = 2\delta + 5$ ,  $m_8 = 2\delta + 1$  and  $\beta = -2\sqrt{2a\mu}$ . Know we apply the special integral (35), we obtains:

$$\begin{aligned} L_{so3} &= \frac{a_0^2}{2} \frac{\Gamma(\delta + 2, \beta r^2)}{(-2\sqrt{2a\mu})^{\delta+2}}, L_{so4} = \frac{ba_0^2}{8} \frac{\Gamma(\delta, \beta r^2)}{(-2\sqrt{2a\mu})^\delta} \\ L_{so5} &= \frac{a_1^2}{2} \frac{\Gamma(\delta + 2, \beta r^2)}{(-2\sqrt{2a\mu})^{\delta+2}}, L_{so6} = \frac{ba_1^2}{8} \frac{\Gamma(\delta + 1, \beta r^2)}{(-2\sqrt{2a\mu})^{\delta+1}} \\ L_{so7} &= a_0 a_1 \frac{\Gamma(2(\delta + 3, \beta r^2)}{(-2\sqrt{2a\mu})^{\delta+3}} \quad \text{and } L_{so8} = \frac{ba_0 a_1}{4} \frac{\Gamma(\delta, \beta r^2)}{(-2\sqrt{2a\mu})^\delta} \end{aligned} \quad (41)$$

Which allow us to obtaining the exact noncommutative spin-orbital modifications of energy  $E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$ ,  $E_{ph0-d}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$  of fundamental states and first excited states  $E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$  and  $E_{ph0-up}(\Theta_1, \bar{\theta}_1)$  for the studied potential.

## V.B Noncommutative magnetic spectrum

Furthermore, to obtain, the exact noncommutative magnetic modifications of energy  $E_{ph0-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2)$  and  $E_{ph1-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2)$  for three dimensional pseudo harmonic potential of fundamental states and first excited states, its sufficient to replace: ( $k_+$ ,  $k_-$ ),  $\Theta_1$  and  $\bar{\theta}_1$  in the Equations (33) and (39) by the following parameters:  $m$ ,  $\alpha_2$  and  $\bar{\varepsilon}_2$ , respectively:

$$\begin{aligned} E_{ph0-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2) &= |a_0|^2 m \left\{ \left( -\alpha_2 a + \frac{\bar{\varepsilon}_2}{2\mu} \right) L_{so1} - \alpha_2 \frac{b}{4} L_{so2} \right\} \\ E_{ph1-mag}(\Theta_2, \bar{\theta}_2) &= m \left\{ \begin{array}{l} \left( -\alpha_2 a + \frac{\bar{\varepsilon}_2}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\alpha_2 \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (42)$$

Where  $-l \leq m \leq +l$ , then we can be fixed  $2l + 1$  values correspond the magnetic effects. Know, we can resumed the global spectrum for three dimensional pseudo harmonic potential of a particle fermionic with spin up, spin down and non polarized at first order of two infinitesimals parameters ( $\Theta$  and  $\bar{\theta}$ ) corresponding  $(H_{nc-ph})_{11}$ ,  $(H_{nc-ph})_{22}$  and  $(H_{nc-ph})_{33}$  in both (NC-3D) phase and space for fundamental state and first excited state, respectively:

## VI. CONCLUSIONS

In both noncommutative three dimensional spaces and phases, the Schrödinger equations with three dimensional pseudo harmonic potential has been solved by using the Boopp's shift method and standard perturbation theory. The noncommutative modification of energy eigenvalues for three dimensional pseudo harmonic potential have been obtained exactly corresponding three modes (spin: up-down at high energy) depended with discreet quantum numbers  $m$ ,  $l$ , in addition to four infinitesimal parameters  $\alpha_2$ ,  $\bar{\varepsilon}_2$ ,  $\Theta_1$  and  $\bar{\theta}_1$ , while the third mode unchanged energy (in low energy). The obtained quantum atomic spectrum changed totally, every state in usually 3D space replaced by  $2(2l+1)$  sub-states for three dimensional pseudo harmonic potential.

## ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported with search Laboratory of: Physique et Chimie des Matériaux, in University of M'sila, Algeria.

## REFERENCES

$$E_{\text{nc0-up}} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}} (\delta + 2) + |a_0|^2 k_+ \left\{ \begin{array}{l} \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) L_{so1} \\ -\Theta \frac{b}{4} L_{so2} \end{array} \right\} \quad (43.1)$$

$$+ |a_0|^2 m \left\{ \begin{array}{l} \left( -\alpha_2 a + \frac{\bar{\varepsilon}_2}{2\mu} \right) L_{so1} - \alpha_2 \frac{b}{4} L_{so2} \end{array} \right\}.$$

$$E_{\text{nc0-d}} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}} (\delta + 2) + |a_0|^2 k_- \left\{ \begin{array}{l} \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) L_{so1} \\ -\Theta \frac{b}{4} L_{so2} \end{array} \right\} \quad (43.2)$$

$$+ |a_0|^2 m \left\{ \begin{array}{l} \left( -\alpha_2 a + \frac{\bar{\varepsilon}_2}{2\mu} \right) L_{so1} - \alpha_2 \frac{b}{4} L_{so2} \end{array} \right\}.$$

$$E_{\text{nc0-d}} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}} (\delta + 2), \quad (43.3)$$

and

$$E_{\text{nc1-up}} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}} (\delta + 4) + k_+ \left\{ \begin{array}{l} \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\Theta \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\} \quad (44.1)$$

$$+ m \left\{ \begin{array}{l} \left( -\alpha_2 a + \frac{\bar{\varepsilon}_2}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\alpha_2 \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\}.$$

$$E_{\text{nc1-d}} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}} (\delta + 4) + k_- \left\{ \begin{array}{l} \left( -\Theta a + \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\Theta \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\} \quad (44.2)$$

$$+ m \left\{ \begin{array}{l} \left( -\alpha_2 a + \frac{\bar{\varepsilon}_2}{2\mu} \right) (L_{so3} + L_{so5} + L_{so7}) \\ -\alpha_2 \frac{b}{4} (L_{so4} + L_{so6} + L_{so8}) \end{array} \right\}.$$

$$E_{\text{np1-ph}} = c + \sqrt{\frac{2a}{\mu}} (\delta + 4). \quad (44.3)$$

As well known, we have two possible values of total momentums  $j = l \pm \frac{1}{2}$  (spin up-spin down), thus every state in usually 3D of energy for three dimensional pseudo harmonic potential in NC (3D-SP) phase and space will be:  $2(2l+1)$  sub-states.

- [10] Ahmed, A. S. & Buragohain, L., *Generation of new classes of exactly solvable potentials*, Phys. Scr. **80**, 1-6 (2009).
- [11] Bose, S. K., *Exact solution of non-relativistic Schrödinger equation for certain central physical potentials*, Nouvo Cimento **B113**, 299-328 (1996).
- [12] Flettes, G. P. & Watt, A., *An exact solution of the Schrödinger equation for a multiterm potential*, J. Phys. A: Math. Gen. **14**, L315-L318 (1981).
- [13] Ikhdair, S. M. & Sever, R., *Exact polynomial solutions of the Mie-type potential in the N-dimensional Schrödinger equation*, Preprint: arXiv:quant-ph/0611065.
- [14] Ikhdair, S. M. & Sever, R., *Exact solution of the Klein-Gordon equation for the PT symmetric generalized Woods-Saxon potential by the Nikiforov-Uvarov method*, Ann. Phys. (Leipzig) **16**, 218-232 (2007).
- [15] Dong, S.-H., *Schrodinger equation with the potential  $V(r) = r^{*-4} + r^{*-3} + r^{*-2} + r^{*-1}$* , Physica Scripta **64**, 273-276 (2001).
- [16] Dong, S.-H. & Ma, Z.-Q., *Exact solutions to the Schrodinger "equation for the potential  $V(r) = r^{*2} + r^{*-4} + r^{*-6}$  in two dimensions*, Journal of Physics **A31**, 9855-9859 (1998).
- [17] Dong, S.-H. A new approach to the relativistic Schrödinger equation with central potential: Ansatz method, International Journal of Theoretical Physics **40**, 559-567 (2001).
- [18] Akder, A. et al., *A new Coloumb ring-shaped potential via generalized parametric Nikiforov-Uvarov method*, Journal of Theoretical and Applied Physics **7**, 17 (2013).
- [19] Ikhdair, S. M. & Sever, R., *Relativistic two-dimensional harmonic oscillator plus cornell potentials in external magnetic and AB fields*, Advances in High Energy Physics **11**, (2013).
- [20] Dong, S.-H. & San, G. -H., *Quantum spectrum of some anharmonic central potentials:wave functions ansatz*, Foundations of Physics Letters **16**, 357-367 (2003).
- [21] Buragohain, L. & Ahmed, S. A. S., *Exactly solvable quantum mechanical systems generated from the anharmonic potentials*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **4**, (2010).
- [22] Ikhdair, S. M., *Exact solution of Dirac equation with charged harmonic oscillator in electric field: bound states*, Journal of Modern Physics **3**, 170-179 (2012).
- [23] Connes, A., *Noncommutative geometry*, (Academic Press, Paris, 1994).
- [24] Snyder, H., *The quantization of space time*, Phys. Rev. **71**, 38-41 (1947).
- [25] Dossa, A. F. & Avossevou, G. Y. H., *Noncommutative phase space and the two dimensional quantum dipole in background electric and magnetic fields*, Journal of Modern Physics **4**, 1400-1411 (2013).
- [26] Hassanabadi, H. et al., *Exact solution Dirac equation for an energy-depended potential*, Tur. Phys. J. Plus **127**, 120 (2012).
- [27] Jacobus, D. T., *Calculating the moment of inertia of neutron stars*, (Department of Physics, Stellenbosch University, South Africa, 2010).
- [28] Smajlagic, A. et al., *New isotropic versus anisotropic phase of noncommutative 2-D harmonic oscillator*, Phys. Rev. **D65** 107701 (2002).
- [29] Zu-Hua. Y. et al., *DKP oscillator with spin-0 in three dimensional non-commutative phase-space*, Int. J. Theor. Phys. **49**, 644-657 (2010).
- [30] Yuan, Y. et al. *Spin ½ relativistic particle in a magnetic field in NC Ph*, Chinese Physics **C34**, 543 (2010).
- [31] Wang, J., Li, K. & Dulat, S., *Klein-Gordon oscillators in noncommutative phase space*, Chinese Physics **C10**, 803 (2008).
- [32] Maireche, A., *Quantum Schrödinger equation with octic potential in non-commutative two-dimensional complex space*, Life Sci. J. **11**, 353-359 (2014).
- [33] Maireche, A., *Spectrum of Schrödinger equation with h.l.c. potential in non-commutative two-dimensional real space*, The African Rev. Phys. **9**, 479-483 (2014).
- [34] Maireche, A., *Deformed quantum energy spectra with mixed harmonic potential for nonrelativistic Schrödinger equation*, J. Nano-Electron. Phys. **7**, 02003 (2015).
- [35] Maireche, A., *A study of Schrödinger equation with inverse sextic potential in 2-dimensional non-commutative space*, The African Rev. Phys. **9**, 185-193 (2014).
- [36] Maireche, A., *Deformed bound states for central fraction power potential: non relativistic Schrödinger equation*, The African Rev. Phys. **10**, 97-103 (2015).
- [37] Maireche, A., *Nonrelativistic atomic spectrum for companied harmonic oscillator potential and its inverse in both NC-2D: RSP*, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy **56**, 1-9 (2015).
- [38] Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M., *Table of integrals, series and products*, 7<sup>th</sup>. Ed. (Elsevier, Ámsterdam, 2007).
- [39] Maireche, A., *New exact bound states solutions for (C.F.P.S.) potential in the case of non-commutative three dimensional non relativistic quantum mechanics*, Med. J. Model. Simul. **4**, 60-72 (2015).
- [40] Maireche, A., *New exact solution of the bound states for the potential family  $V(r) = A/r^2-B/r+Crk$  ( $k=0,-1,-2$ ) in both noncommutative three dimensional spaces and phases:non relativistic quantum mechanics*, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy **58**, 164-176 (2015).
- [40] Maireche, A., *deformed energy levels of a pseudo harmonic potential: nonrelativistic quantum mechanics (two dimensional space)*, Yanbu Journal of Engineering and Science (accepted in 2015).
- [42] Djemei, A. E. F. & Smail, H., *On quantum mechanics on noncommutative quantum phase space*, Commun. Theor. Phys. **41**, 837-844 (2004).
- [43] Gamboa, J., Loewe, M. & Rojas, J. C., *Non-commutative quantum mechanics*, arXiv:hep-th/0010220v4 (2001).
- [44] Mezincescu, L., *Star product in quantum mechanics*, arXiv:hep-th/0007046v2 (2000).

# A simple method for construction of higher-order potentials and computation of scattering phase shifts

U. Laha and J. Bhoi

Department of Physics, National Institute of Technology, Jamshedpur-831014, India.



E-mail: ujjwal.laha@gmail.com

(Received 23 July 2014, accepted 28 January 2015)

## Abstract

By judicious exploitation of supersymmetry formalism of quantum mechanics higher partial wave nucleon-nucleon potentials are generated from its ground state interactions. The nuclear Hulthen potential and the corresponding ground state wave function with the parameters of Arnold and Mackellar are used as the starting point of our calculation. We compute the scattering phase shifts for our constructed potentials through Phase Function Method to examine the merit of our approach to the problema.

**Keywords:** Supersymmetry, Nucleon-nucleon potential, Phase function method, Scattering phase shifts.

## Resumen

Por la explotación racional del formalismo de la supersimetría de la mecánica cuántica, se generan potenciales de onda nucleón-nucleón parcialmente superiores, a partir de sus interacciones en estado fundamental. El potencial nuclear Hulthen y la correspondiente función de onda del estado fundamental con los parámetros de Arnold y Mackellar, son usados como punto de partida de nuestro cálculo. Calculamos los cambios de fase en la dispersión de nuestros potenciales construidos a través de Método de la Función de Fase para examinar el mérito de nuestro enfoque del Problema.

Palabras clave: Supersimetría, Potencial nucleón-nucleón, Método de la función de fase, Dispersión cambios de fase.

PACS: 01.40.gb, 02.70.Bf,

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

Witten [1] first developed the methodology to study the quantum mechanical system governed by an algebra identical to that of supersymmetry in field theory. Since then it becomes a popular tool to deal with hierarchy problems and calculation of related physical observables. For any Hamiltonian with one degree of freedom, a comparison Hamiltonian can be constructed such that the resulting system as a whole is supersymmetric [1, 2, 3, 4].

The Hamiltonian hierarchy problems in supersymmetric quantum mechanics (SQM) lead to the addition of appropriate centrifugal barriers and consequently the higher partial wave potentials are generated fairly accurately in atomic physics. Naturally question may arise whether this methodology is equally applicable for nuclear cases or not as the nucleon-nucleon potentials are highly state dependent. In the recent past we have studied nucleon-nucleon scattering within the framework of SQM [5, 6, 7] for both energy-dependent and independent interactions and achieved fairly good agreement for higher partial wave phase shifts in the low and intermediate energy range.

However, for high energy range ( $E_{Lab} \geq 200\text{ MeV}$ ) our phase shift values differ from those of standard data [8, 9]. In our earlier publications [5, 6, 7] the (p-p) interactions are

generated by simply adding electromagnetic potential to its corresponding nuclear part. Unlike our previous methods here we shall generate p-wave potential for the (p-p) system from its s-wave part with the addition of an appropriate centrifugal barrier term of which half of the contribution comes from electromagnetic part and other half from nuclear part. We also define another set of interactions by the addition of proper centrifugal term to its s-wave part and study their effectiveness in computation of nucleon-nucleon phase shifts through the phase function method (PFM) [10].

In Section II we develop p-wave nuclear potential for (n-p) and (p-p) systems through SQM. We shall demonstrate the usefulness of our constructed potentials in Section III by computing the values of p-p and n-p scattering phase shifts by PFM. Finally, in Section IV we put some concluding remarks.

## II. p-WAVE NUCLEAR HULTHEN POTENTIAL

There exist experimental situations which involve scattering by additive interactions, some of which must for various physical reasons be treated exactly, whereas others may be relatively small perturbation. A typical example of this kind is the scattering of particles under the combined

influence of Coulomb and nuclear forces like proton-proton (p-p) scattering. In charged particle scattering the long range of the electromagnetic interaction (Coulomb) is a source of special difficulties. It has been argued that pure Coulomb potential never really occurs in nature and becomes somewhat screened at a certain distance. Thus, for p-p scattering the s-wave effective potential  $V_{0P}(r)$  is written as:

$$V_{0P}(r)=V_{0A}(r)+V_{0N}(r), \quad (1)$$

Where:

$$V_{0A}(r)=V_0 \frac{e^{-r/a}}{(1-e^{-r/a})}, \quad (2)$$

is the s-wave Hulthen or screened Coulomb potential with atomic parameters  $V_0$  &  $a$ .

In SQM the supersymmetric partner  $H_1$  with potential  $V_1$  (p-wave potential) of the Hamiltonian  $H_0$ .

$$H_0 = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_0(x), \quad (3)$$

with its ground state eigen function  $\psi_0^{(0)}$  and energy eigen value  $E_0^{(0)}$  is given by [1, 3].

$$H_1 = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_1(x) \quad (4)$$

With:

$$V_1(x)=V_0(x)-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \ln \psi_0^{(0)}. \quad (5)$$

The application of the above relations to the Hulthen potential are now in order.

Since its appearance the Yamaguchi potential [11]:

$$V(r,s)=\lambda e^{-\beta(r+s)}, \quad (6)$$

with  $\lambda$ , the strength and  $\beta$  inverse range parameters becomes a popular tool in dynamical calculations. The bound state wave function for the Yamaguchi potential is identical to the wave function for the first bound state of the Hulthen potential with range  $(\beta-\alpha)^{-1}$  and depth  $-(\beta^2-\alpha^2)$  [12].

A nuclear Hulthen potential with these parameters rewritten as:

$$V_{0N}(r)=-(\beta^2-\alpha^2) \frac{e^{-\beta r}}{(e^{-\alpha r}-e^{-\beta r})}, \quad (7)$$

with its ground state solution:

$$\psi_0^{(0)} \sim e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}. \quad (8)$$

In view of Equations (5) and (7) the wave function in Equation (8) leads to the supersymmetric partner potential:

$$V_{1N}(r)=V_{0N}(r)+\frac{(\beta-\alpha)^2 e^{-(\alpha+\beta)r}}{(e^{-\alpha r}-e^{-\beta r})^2}. \quad (9)$$

In equation (9) the second term simulates the effect of centrifugal barrier apart from a factor of 2. Similarly, for atomic Hulthen potential one has:

$$V_{1A}(r)=V_{0A}(r)+\frac{e^{-r/a}}{a^2(1-e^{-r/a})^2}. \quad (10)$$

In view of above the p-wave potential for p-p scattering is defined as:

$$V_{1P}(r)=V_{1A}(r)+V_{1N}(r). \quad (11)$$

The corresponding potential for n-p scattering designated as  $V_{1NP}(r)$  is obtained with  $V_{0A}(r)=0$  in Eq. (11) so that the centrifugal barrier term from atomic part of the potential comes into effect. The associated phase shifts with supersymmetry generated potentials for the (p-p) and (n-p) systems will be denoted by  $\delta_{1P}$  and  $\delta_{1N}$  respectively.

We also propose the following set of potentials by adding the centrifugal term to its s-wave part directly:

$$V_{1NB}(r)=V_{0N}(r)+\frac{2}{r^2}, \quad (12)$$

and

$$V_{1PB}(r)=V_{0A}(r)+V_{1NB}(r), \quad (13)$$

and study its impact on the scattering phase shifts. In the above the letter B in subscript denotes the potentials where the corresponding centrifugal barrier terms are added directly to the s-wave parts and the associated phase shifts will be designated as  $\delta_{1PB}$  and  $\delta_{1NB}$  for (p-p) and (n-p) systems respectively.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

The phase function method represents an efficient approach to evaluate the scattering phase shifts for quantum mechanical problems involving local [10] and non-local interactions [13, 14]. For a local potential the function  $\delta_1(k, r)$ , called the phase function, satisfy a first order non-linear differential equation given by:

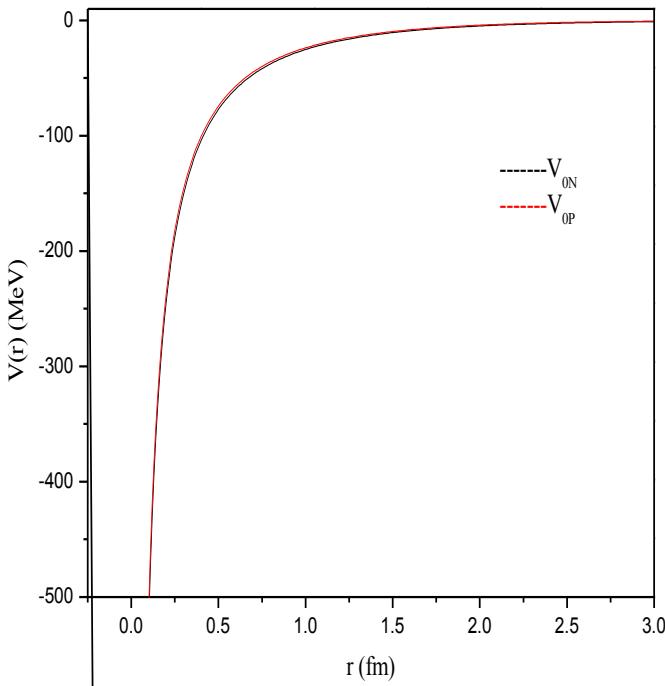
$$\delta'_l(k, r) = -k^{-1} V(r) [\hat{j}_l(kr) \cos \delta_l(k, r) - \hat{\eta}_l(kr) \sin \delta_l(k, r)]^2, \quad (14)$$

with  $\hat{j}_l(kr)$  and  $\hat{\eta}_l(kr)$  the Riccati Bessel functions. We shall follow the phase convention of Calogero [10] with Hankel function of first kind written as  $\hat{h}_l^1(x) = -\eta_l(x) + i\hat{j}_l(x)$ . The scattering phase shift  $\delta_l(k)$  is obtained by solving the equation from origin to asymptotic region with the initial condition  $\delta_l(k, 0) = 0$ .

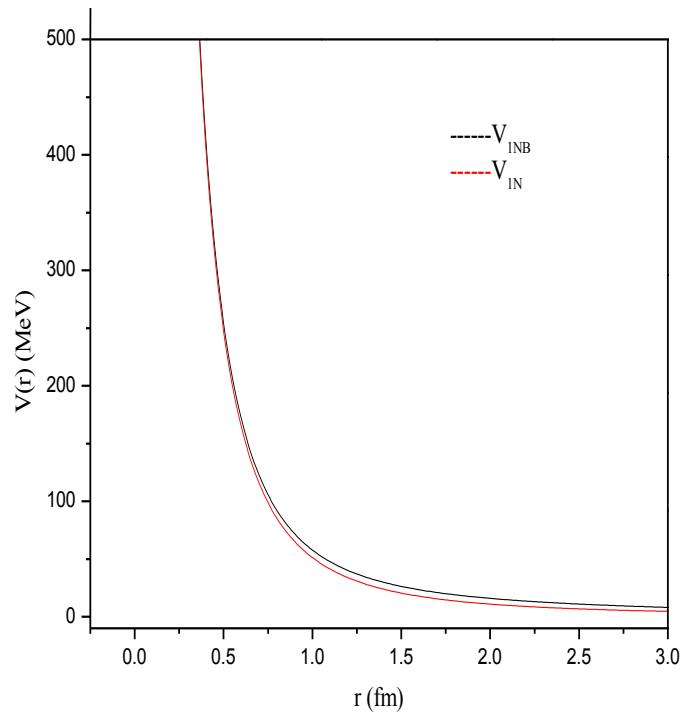
During the solution of the phase equation,  $\delta_l(k, r)$  is built up by the potential as one moves away from the origin and it reaches its asymptotic value as soon as one gets out of the range of the potential. Obviously,  $\delta_l(k) = \lim_{r \rightarrow \infty} \delta_l(k, r)$ .

In Figures 1, 2, 3, 4 we portray the (p-p) and (n-p) potentials as a function of distance for  $l=0 \& 1$  partial waves with  $\lambda = -5.237 \text{ fm}^{-3}$  and  $\beta = 1.4054 \text{ fm}^{-1}$  for  ${}^1s_0$  scattering and,  $\lambda = -7.533 \text{ fm}^{-3}$  and  $\beta = 1.4054 \text{ fm}^{-1}$  for  ${}^3s_1$  scattering [12].

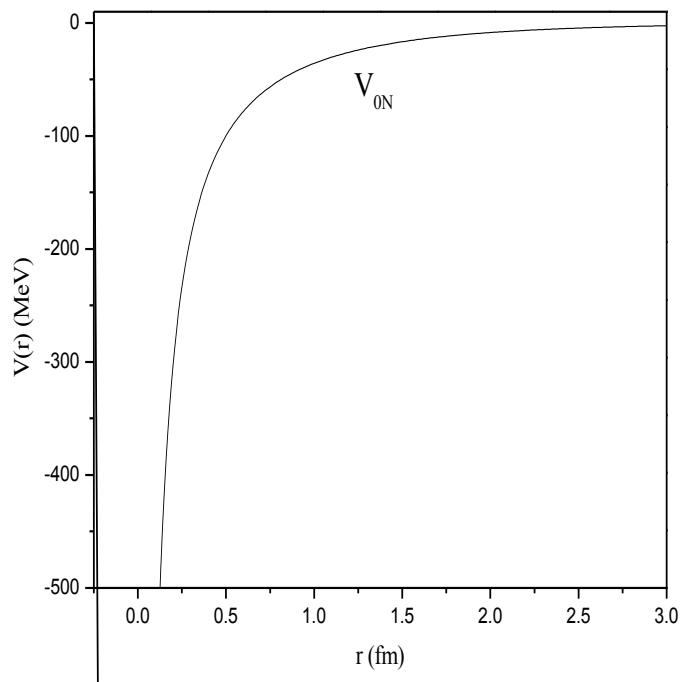
It is observed that in Figures 2 and 4 repulsive cores develop in the generated potentials. These potentials, generated from their  ${}^1s_0$  and  ${}^3s_1$  parts, correspond to  ${}^1p_1$  and  ${}^3p_1$  states respectively.



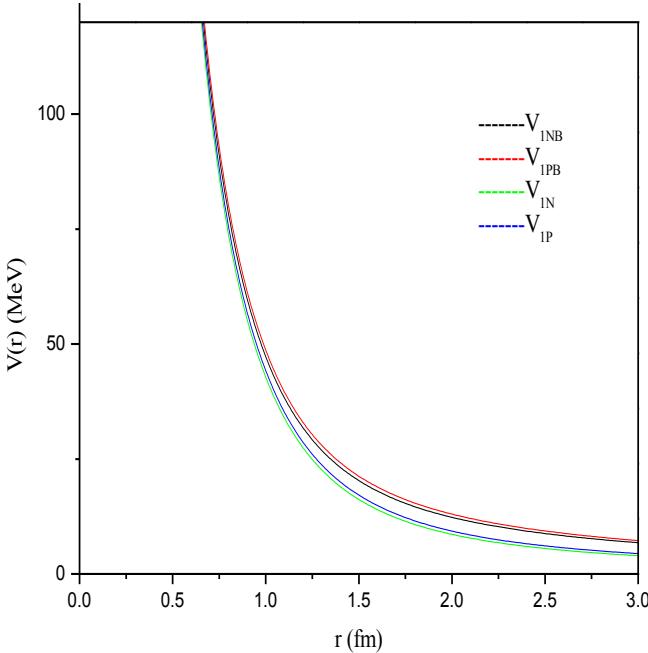
**FIGURE 1.**  ${}^1s_0$  potential as a function of  $r$ .



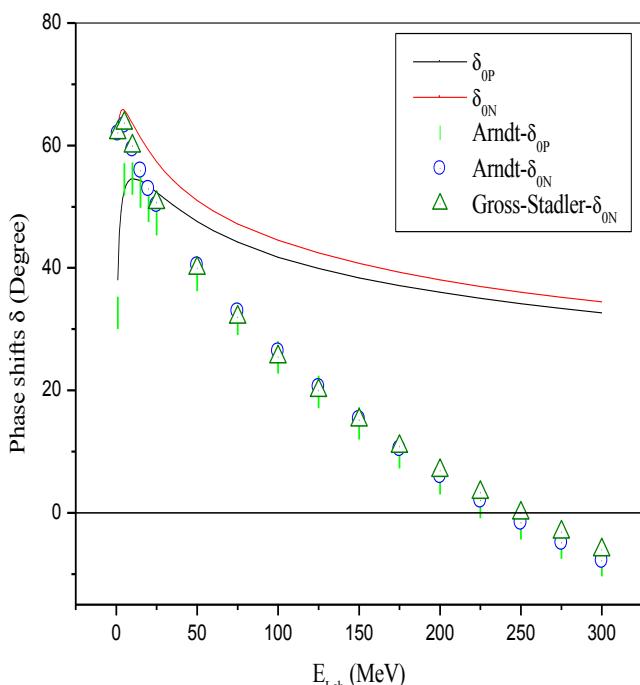
**FIGURE 2.** Constructed  ${}^1p_1$  potential as a function of  $r$ .



**FIGURE 3.**  ${}^3s_1$  potential as a function of  $r$ .

FIGURE 4. Constructed  $^3p_1$  potential as a function of  $r$ .

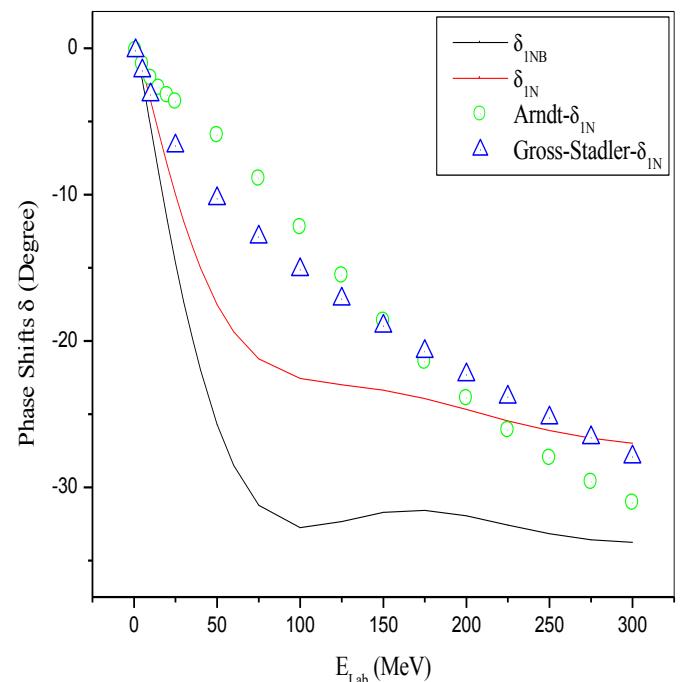
The corresponding singlet and triplet state phase shifts have been computed using the PFM and plotted in Figures 5, 6, 7, 8 as a function of laboratory energy up to 300 MeV along with the values of Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9] for comparison. Note that the results for the pure nuclear phase shifts (n-p) have been obtained by turning off the atomic Hulthen interaction  $V_{0A}(r)$  in the associated numerical routine for generating (p-p) phase shifts.

FIGURE 5.  $^1s_0$  phase shifts as a function of  $E_{Lab}$ .

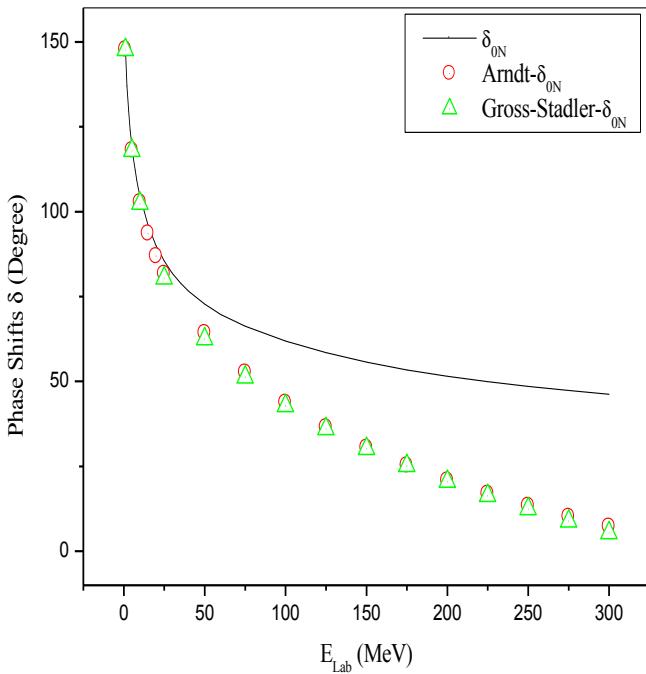
In Figure 5, the  $^1s_0$  phase shifts  $\delta_{0P}$  and  $\delta_{0N}$  for (p-p) and (n-p) systems respectively agree well with that of refs.8 & 9 for  $E_{Lab} \leq 30$  MeV. Beyond 30 MeV the phase shifts differ significantly with energy. This is quite expected because  $^1s_0$  phase shifts change sign beyond 225 MeV and a one term potential is not capable of producing such effect.

Therefore, it is expected that our potential for  $^1p_1$  state developed from  $^1s_0$  part will be able to generate reasonable fit to phase shifts at least up to 30 MeV.

In Figure 6, the two sets of phase shift values  $\delta_{INB}$  and  $\delta_{IN}$  along with the values of refs. 8 & 9 are displayed. All our phase shifts show correct trend for  $^1p_1$  pure nuclear phase shift but differ in their numerical values. Among the two sets of phase shift values namely  $\delta_{INB}$  and  $\delta_{IN}$ ,  $\delta_{IN}$  is more consistent than  $\delta_{INB}$  upto 250 MeV.

FIGURE 6.  $^1p_1$  phase shifts as a function of  $E_{Lab}$ .

However, beyond 250 MeV  $\delta_{INB}$  compares well with the standard data [8, 9]. This is due to the fact that the  $r^{-2}$  term plays a crucial role in the high energy range. Therefore, our supersymmetry generated  $^1p_1$  potential is more realistic in the low and intermediate energy scattering compared to the proposed one with direct addition of centrifugal barrier.



**FIGURE 7.**  $^3s_1$  phase shifts as a function of  $E_{Lab}$ .

In Figure 7 our phase shift values for  $^3s_1$  state with the parameters of Arnold and Mackellar [12] agree well with that of refs. 8 & 9 up to  $E_{Lab} = 25\text{ MeV}$ .

In Figure 8 looking closely into this figure we notice that the phase shifts  $\delta_{1P}$ ,  $\delta_{1N}$ ,  $\delta_{1PB}$  and  $\delta_{1NB}$  produce correct nature of (p-p) and (n-p) scattering phase shifts for  $^3p_1$  state.

Among these  $\delta_{1P}$  and  $\delta_{1N}$  are superior to their counter parts  $\delta_{1PB}$  and  $\delta_{1NB}$  and are quite capable for comparison with Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9] up to  $E_{Lab} = 250\text{ MeV}$ . Beyond 250 MeV, however,  $\delta_{1PB}$  and  $\delta_{1NB}$  are more consistent than their counter parts.

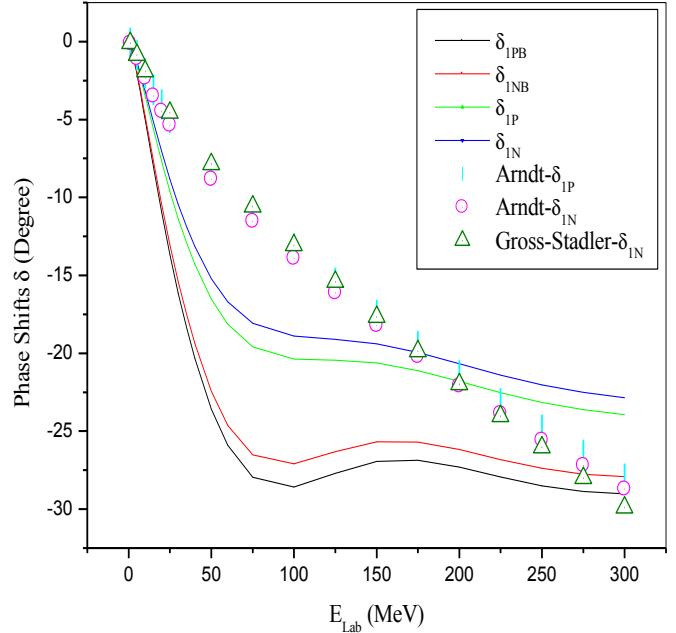
It is worthwhile to mention that our higher partial wave potentials are generated from their ground states with the addition of repulsive centrifugal potentials which make the p-p interaction more repulsive than n-p one.

#### IV. CONCLUSION

From our observation it is reflected that our constructed potentials are quite capable of producing the nature of phase shifts of respective states but differ in their numerical values.

This is due to the fact that unlike atomic cases the nuclear potentials are highly state dependent and cannot be generated in a proper way from any known interaction. The higher partial wave potentials that are generated here belong to Eckart class of potentials; the second terms in them behave as centrifugal barrier. Our supersymmetry operation for developing p-wave interactions from its s-wave part corresponds to the removal of one bound state

*A simple method for construction of higher-order potentials...* and thereby produces a shallow potential with repulsive core from a deep s-wave interaction. Both deep and shallow potentials have been using in nuclear physics calculations, particularly, in nucleus-nucleus interactions. The bound states of the shallow potentials are related to the actual physical states of the fused nucleus. Michel and Reidemeister [15] nicely explained that it is possible to construct phase equivalent shallow potentials for  $\alpha + ^{16}\text{O}$  deep potential through SQM.



**FIGURE 8.**  $^3p_1$  phase shifts as a function of  $E_{Lab}$ .

Baye [16] has also found a good agreement between  $\alpha$ - $\alpha$  shallow potential of Ali and Bodmer [17] and the deep potential of Buck *et al.* [18]. Our phase shift calculation through SQM and PFM involves only two parameters while those of Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9] are associated with 52 parameters and 27 parameters interactions respectively. Therefore, by comparing our phase shifts with those of Arndt *et al.* [8] and Gross-Stadler [9] it can be concluded that this simpleminded combined approach of SQM and PFM to compute nucleon-nucleon scattering phase shifts will be of quite interesting to a wide variety of physicists and graduate students. Also our method of computing the scattering phase shifts by the use of the variable phase method deserves serious attention.

#### REFERENCES

- [1] Witten, E., *Dynamical breaking of supersymmetry*, Nucl. Phys. **B188**, 513-554 (1981).
- [2] Cooper, F. & Freedman, B., *Aspects of supersymmetric quantum mechanics*, Ann. Phys. **146**, 262-288 (1983).
- [3] Sukumar, C. V., *Supersymmetry, factorization of the Schrödinger equation and a Hamiltonian hierarchy; Supersymmetric quantum mechanics of one-dimensional*

- U. Laha and J. Bhoi*  
 systems, J. Phys. A: Math. Gen. **18**, 57-64, 2917-2939 (1985).
- [4] Laha, U., Bhattacharyya, C., Roy, K. & Talukdar, B., *Hamiltonian hierarchy and the hulthen Potential*, Phys. Rev **C38**, 558-560 (1988).
- [5] Bhoi, J. & Laha, U., *Hamiltonian hierarchy and n-p scattering*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phy **40**, 1-7 (2013).
- [6] Laha, U. & Bhoi, J., *On the nucleon-nucleon scattering phase shifts through supersymmetry and factorization*, Pramana-J. Physics **81**, 959-973 (2013).
- [7] Laha, U. & Bhoi, J., *Two-nucleon Hulthen type interactions for few higher partial waves*, Pramana-J. Physics (in press 2014).
- [8] Arndt, R. A., Roper, L. D., Bryan, R. A., Clark, R. B., Ver West, B. J. & Signell, P., *Nucleon nucleon partial-wave analysis to 1 GeV*, Phys. Rev. **D28**, 97-122 (1983).
- [9] Gross, F. & Stadler, A., *Covariant spectator theory of np scattering: Phase shifts obtained from precision fits to data below 350 MeV*, Phys. Rev. **C78**, 014005 (2008).
- [10] Calogero, F., *Variable phase approach to potential scattering*, (Academic, New York, 1967).
- [11] Yamaguchi, Y., *Two nucleon problem when the potential is nonlocal but separable*, Phys. Rev. **95**, 1628-1634 (1954).
- [12] Arnold, L. G. & Mackellar, A. D., *Study of equivalent local potentials obtained from separable two-nucleon interactions*, Phys. Rev. **C3**, 1095-1104 (1971).
- [13] Talukdar, B., Chatterjee, D. & Banarjee, P., *Phase-amplitude method for a separable non-local optical potential*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **3**, 813-820 (1977).
- [14] Sett, G. C., Laha, U. & Talukdar, B., *Phase function method for Coulomb -distorted nuclear scattering*, J. Phys. A: Math. Gen. **21**, 3643-3657 (1988).
- [15] Michel, F. & Reidemeister, G., *Connection between deep- and shallow-type potential descriptions of elastic  $\alpha$  particle scattering*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **11**, 835-842 (1985).
- [16] Baye, D., *Supersymmetry between deep and shallow nucleus-nucleus potentials*, Phys. Rev. Lett. **58**, 2738-2741 (1987).
- [17] Ali, S. & Bodmer, A. R., *Phenomenological  $\alpha$ - $\alpha$  potentials*, Nucl. Phys. **80**, 99-112 (1966).
- [18] Buck, B., Friedrich, H. & Wheatley, C., *Local potential models for the scattering of complex nuclei*, Nucl. Phys. A **275**, 246-268 (1977).

# On the problem of the theoretical identification of a physical entanglement in spins systems in the NMR quantum computation



J. D. Bulnes<sup>1</sup>, F. A. Bonk<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Mecânica Quântica, Informação Quântica e Física Aplicada, Universidade Federal do Amapá, Rod. Juscelino Kubitschek, Km. 2, Jardim Marco Zero, CEP. 68903-419, Macapá, AP, Brasil.

<sup>2</sup>Instituto de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Paulista, Rua Miguel Guidotti, 405, Egisto Ragazzo, CEP.13485-342, Limeira, SP, Brasil

E-mail: bulnes@unifap.br

(Recibido el 29 de julio de 2014, aceptado el 5 de enero de 2015)

## Abstract

The purpose of this paper is to present physical arguments that might justify the view that, in the problem of the theoretical identification of physical entanglement in the Nuclear Magnetic Resonance Quantum Computation (NMR-QC) of liquid solutions at room temperature, the bound of non-separability of Braunstein *et al.* (PRL, **83**, 1054 (1999)) it's not directly applicable to NMR nuclear spins systems (with  $I = 1/2$ ). Arguments such as the difference between mathematical entanglement and physical entanglement are considered.

**Keywords:** Quantum entanglement, Extended pseudo-pure matrix.

## Resumen

El objetivo de este artículo es presentar algunos argumentos físicos que puedan justificar el punto de vista de que en el problema de la identificación teórica del entrelazamiento cuántico en la Computación Cuántica por Resonancia Magnética Nuclear de soluciones líquidas a temperatura ambiente el límite de no separabilidad de Braunstein *et al.* (PRL, **83**, 1054 (1999)) no es aplicable directamente a los sistemas de espín nuclear RMN (con  $I = 1/2$ ). Se han considerado argumentos tales como la diferencia entre el entrelazamiento matemático y el entrelazamiento físico.

**Palabras clave:** Quantum, Matriz pseudo-pura extendida.

PACS: 03.65.-w; 03.65.Ud; 03.67.Mn

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

The first mathematical results that would enable to identify the type of density matrix (separable or entangled) that corresponds to each one of the states of nuclear spin system in the experimental implementations of quantum protocols and quantum algorithm through the methods of liquid-state nuclear magnetic resonance quantum computing at room temperature performed until 1999 were obtained by Braunstein *et al.*, [1]. Specifically, it was shown that, to the case of  $N$  qubits and considering the parameter<sup>1</sup>  $\varepsilon$  of pseudo-pure matrices, the relation  $\varepsilon \leq 1/(1+2^{2N-1})$  constitutes a sufficient condition to the separability of  $N$  qubits' states and that the relation  $\varepsilon > 1/(1+2^{N/2})$  establishes a necessary condition to the non-separability of the corresponding state of  $N$  qubits. When the former conditions are used directly with

the values of the experimental parameters, for example, those of the experimental implementation made by Nielsen *et al.* about the quantum teleportation using NMR, [2], on which  $\varepsilon$  is approximately  $10^{-5}$  and  $N = 2$ , seem justifiable the following statements<sup>2</sup>: (1) "... *The bound show that no entanglement appears in the physical states at any stage of present NMR experiments...*" (Underlined by us), and (2)

"*Our results have implications for attempts to use high-temperature NMR techniques to perform quantum computations or other quantum-information-processing task. They imply that NMR experiments performed to date have not produced genuinely entangled density matrices.*" (Underlined by us).

Our purpose on this paper is to present and discuss arguments that may justify the opinion that the physical entanglement has not been characterized in [1], unless the *mathematical entanglement*, so that the non-separability

<sup>1</sup> That in the NMR experiments is defined by magnitudes as the temperature and strength of the magnetic field and with value in the interval  $<0,1>$ .

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, No. 1, March 2015

bound in [1] it's not directly applicable to spins systems in NMR quantum computation experiments.

## II. ‘MATHEMATICAL PROPERTIES’ vs. ‘PHYSICAL PROPERTIES’ AND ‘RESULTS CORRECTS BUT ONLY MATHEMATICAL vs. RESULTS WITH PHYSICAL MEANING’

The quantum mechanical model admits, truly, two types of entanglement: (*i*) The one that has physical meaning; that is, at first, it may be experimentally implemented on *qbits* of a compound quantum system, and (*ii*) the other that is only mathematical (or spurious); that is, that manifests uniquely as a quantum model property without being possible to establish any correspondence (with physical meaning) with some *qbits*'s systems property. The previous statement is supported in the examples of *mathematical entanglement* constructed<sup>3</sup> in [3, 4] and in the elucidation (of general character) made by Prugovecki, [5], who emphasized separation between formalism purely mathematical of the quantum model and the correspondences among the elements (and properties) of this formalism with the elements (and properties) of the modeled physical world.

Concretely, it can be states that: (*a*) each relevant physical property of the system or physical phenomenon under observation has a corresponding well-defined element (a mathematical property of a mathematical object) on a physical model; for example, the accessible energies for a quantum particle (on nature) submitted to a determine potential and the eigenvalues of determined Hermitian operator (on the model)<sup>4</sup>. On the other hand, (*b*) a mathematical property of a physical model will not have, necessarily, a corresponding property on nature; for example, the spin  $S = 0$  associated to the longitudinal sector of a four-dimensional field that obeys Maxwell's equations<sup>5</sup>.

In the first case, (*a*), it's said that the model property has *physical meaning* and, in the second case, (*b*), it's said that it is a property (mathematical) that is uniquely of the model.

On the other hand, a mathematically correct result, but without physical meaning, is that shown, for example, in

<sup>3</sup> In [4] a  $4 \times 4$  entangled matrix with the form of a pseudo-pure matrix,  $\rho_e = (1 - \varepsilon)I_4 / 4 + \varepsilon\rho_1$ , was built, in which the matrix  $\rho_1$  also is entangled. The entanglement was identified through the Peres-Horodecki criterion, but such entanglement it's not physical, but only mathematical.

<sup>4</sup> Another example: the symmetry of the physical potential and the degeneration of the eigenvalues of the energy operator; or, even, the breaking of the symmetry of the potential (perturbed by a small potential that doesn't have the symmetry of the initial potential) and the breaking of the degeneration (initial) of the eigenvalues of the energy operator.

<sup>5</sup> That component of spin is eliminated by a *principle of gauge*, but the component of spin  $S = 1$  is the one that corresponds to a physical property of the corresponding physical field.

[6], after supposing that the magnetic field gradient in a Stern-Gerlach apparatus is small and consider it as a perturbation of the homogeneous component (supposed intense) of the same field, one obtains, through the use of the perturbation theory, the expected spatial separation; nevertheless, according to the physical point of view, the right is an intense gradient<sup>6</sup> that produces the spatial separation of the incident beam (of the electrically neutral particles with spin  $S = \frac{1}{2}$ ) in two beams .

## II. PHYSICAL ASPECTS NOT CONSIDERED ON LITERATURE ABOUT THE NMR PHYSICAL ENTANGLEMENT IDENTIFICATION PROBLEM

(I) Literature registers quantum entanglement as a property that manifests itself in a non-local and instantaneous manner among quantum particles (of a compound system) that are correlationed, but uncoupled, without interaction, but interacted in the past. In the case of the particles that interact permanently, as an electron and a nuclei in an atom or particles with spin in a nuclei, a direct reference to physical entanglement<sup>7</sup> it would have to be considered precautionary.

In [8], for example, are described the measurements of correlations among ions  ${}^9\text{Be}^+$  that interacted intensely, it was justified that the active coupling didn't affect its entangled internal states. In [1] it was not incorporated any mathematical representation for the fact that the NMR spins interact permanently.

(II) In the so-called quantum protocols it's considered, implicitly, that the corresponding state spaces are unalterable throughout the implementation of any computational process. We remind you that when in a system of particles their parts don't interact the Hilbert's space to the full system it is defined by tensorial product of the associated spaces with the parts, but when these parts interact it's not correct to use the tensorial product, unless it is done just as a limited approximation in the case of very weak interactions.

Generally, by effect of an interaction, the spaces of underlying states may be modified. We can understand as a Hilbert's space may be modified considering a confined electron in a modeled device by a well of finite rectangular potential whose depth, in a determined instant, is “ $-V$ ”: The Hilbert's space changes from  $N$  – dimensional to  $(N + 1)$  – dimensional when the potential passes some value in the interval:

<sup>6</sup> The novelty with respect to the Stern-Gerlach effect, as it was shown in [7], it's that the Stern-Gerlach magnetic field gradient also contributes to the system energies.

<sup>7</sup> The statement that the entangled particles maintain in interaction independently of the distance that separates them, and, therefore, they must be considered as a unique system, they don't refer to a physical result, but to an *interpretation*.

$$\pi^2 \hbar^2 (N-1)^2 / 2ma^2 \leq V < \pi^2 \hbar^2 N^2 / 2ma^2$$

to other value in the interval:

$$\pi^2 \hbar^2 N^2 / 2ma^2 \leq V < \pi^2 \hbar^2 (N+1)^2 / 2ma^2$$

In such a described situation, the physical meaning attributed to the states may be lost, because nothing assures that an entangled state maintains that way to consider, if appropriate, Hilbert's space changing.

(III) In a theoretical analysis of the problem of the physical entanglement characterization among NMR spin it cannot be sufficient to consider, only, the form of pseudo-pure matrix,  $\rho_\varepsilon = (1-\varepsilon)I_n / 2^n + \varepsilon\rho_1$ , because, in this case, one cannot deny the fact of being considering only a *mathematical entanglement* of mathematical states. This way, it's essential to establish, if it's possible, the physical correspondences among the mathematical properties (of the theoretical results) and the physical properties (characteristics of the system considered), correspondences that cannot be reduced to the verification of the mathematical condition  $\varepsilon > 1/(1+2^{N/2})$ , because it was obtained without considering the physics of the problem, ignoring the implements characteristics in the experiments of Nuclear Magnetic Resonance Quantum Computing.

## VI. CONCLUSIONS

Considering that in the development presented in [1] it wasn't incorporated any significant physical characteristics of the NMR spins systems nor of the NMR quantum computing experiments, as, for example, the situation in which only a part of the  $N$  spins could be entangled, we have focused in physical aspects omitted on this development. Specifically, we have identify as absent in the mathematical treatment of the problem of theoretical identification of a physical entanglement among NMR spins, the following subjects: an approach that distinguishes between the situation when the particles interact and when they don't interact; the possibility that the space of physical states may result modified; a distinction between the mathematical entanglement and the physical entanglement,

*On the problem of the theoretical identification of a physical entanglement...*

and, finally, the establishment of correspondences with physical meaning.

We conclude that:

(i) The mathematical context defined in [1], when it's not considered any complement, only permits apply it to a mathematical entanglement of mathematical states, and that, (ii) the non-separability bound in [1] couldn't discard (at first, and if it was the case) a physical entanglement among NMR spins in the NMR quantum computing experiments. We emphasize on necessity that verifies complementariness, which only could be of an experimental nature, must be implemented to decide if a state has associated, in correspondence, a physical entanglement.

## REFERENCES

- [1] Braunstein, S. L., Caves, C., Jozsa, R., Linden, N., Popescu, S. & Schack, R., *Separability of very noisy mixed states and implications for NMR quantum computing*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1054 (1999).
- [2] Nielsen, M. A., Knill, E. & Laflamme, R., *Complete quantum teleportation using nuclear magnetic resonance*, *Nature* **396**, 52-55 (1998).
- [3] Bulnes, J. D., Peche, L. A., *Entrelazamiento cuántico espurio con matrices seudopuras extendidas 4 por 4*, *Revista Mexicana de Física* **57**, 188-192 (2011).
- [4] Bulnes, J. D. & Bonk, F. A., *A case of spurious quantum entanglement originated by a mathematical property with a non-physical parameter*, (submitted in 2014).
- [5] Prugovečki, E., *On a theory of measurement of incompatible observables in quantum mechanics*, *Can. J. Phys.* **45**, 2163-2219 (1967).
- [6] Martin, J. L., *Basic quantum mechanics*, (Springer, Berlin, 1995).
- [7] Diaz Bulnes, J. & Oliveira, I. S., *Construction of exact solutions for the Stern-Gerlach effect*, *Brazilian Journal of Physics* **31**, 488 (2001).
- [8] Rowe, M. A., Kielpinski, D., Meyer, V., Sackett, C. A., Itano, W. M., Monroe, C. & Wineland, D. J., *Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection*, *Nature* **409**, 791 (2001).

# O Ensino de Física nos Cursos de Engenharia: Uma abordagem de métodos mistos



**Maud Rejane Souza<sup>1</sup>, Josefina Barrera Kalhil<sup>2</sup> e Geraldo de Pontes e Souza<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia, Universidade Nilton Lins, Av. Professor Nilton Lins n. 3259, Parque das Laranjeiras, CEP: 69083-250, Manaus, Amazonas, Brasil.

<sup>2</sup>Escola Normal Superior, Universidade do Estado do Amazonas Av. Djalma Batista n. 2470, complemento: chapada CEP: 69050-010 Manaus, Amazonas, Brasil.

<sup>3</sup>Departamento de Eletrotécnica Instituto Federal do Amazonas, Av. Danilo Areosa n. 1672, Distrito Industrial Manaus, Amazonas, Brasil.

**E-mail:** maudsouza@hotmail.com

(Received 25 November 2014, accepted 14 February 2015)

## Resumo

Este trabalho é resultado de uma pesquisa utilizando uma abordagem de métodos mistos, que se desenvolveu a partir de um quase-experimento, em duas turmas de Física I, com a participação de 41 alunos, do curso de Engenharia da Universidade Nilton Lins, em Manaus, divididos em dois grupos, o controle e o experimental. Para isso utilizamos uma proposta metodológica de ensino de Física onde foi dada ênfase ao diálogo e no resgate do saber dos alunos, utilizando a resolução de problemas e atividades experimentais, aplicando o conteúdo de mecânica a Engenharia. Para validar essa pesquisa aplicamos questionários abertos e fechados um de opinião no início da pesquisa e o outro ao final para comparar se foi modificada a opinião dos alunos, utilizamos também os exames iniciais e finais da disciplina para avaliarmos o aprendizado das turmas. A análise dos resultados obtidos mostra que a Proposta Metodológica utilizada, produziu efeitos de melhoria da qualidade e compreensão dos conhecimentos de Mecânica, aumentou a capacidade de resolver problemas de Física e o índice de aprovação foi maior.

**Palavras chave:** Ensino de Física, Aprendizagem Significativa, Métodos Mistos.

## Abstract

This work is the result of a research using a mixed methods approach, which developed from a quasi-experiment, two groups of Physics I, with the participation of 41 students from Engineering course at the University Nilton Lins, in Manaus, divided into two groups, the control and the experimental. For this we use a methodology Physical education where emphasis was given to dialogue and the rescue of knowledge of students, using the experimental resolution of problems and activities, always applying the mechanics of content Engineering. To validate this research apply open and closed questionnaires an opinion at the beginning end was modified to compare if the opinion of the students also used the initial tests and end of the course to evaluate learning of classes. The analysis of the results shows that the Methodological Proposal used, produced of quality improvement and understanding of the mechanics of knowledge, increased ability to solve problems of physics and the pass rate was higher.

**Keywords:** Physics Education, Meaningful Learning, Mixed Methods.

**PACS:** 44.10.+i, 44.40.+a, 01.40.gb

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUÇÃO

As pesquisas desenvolvidas recentemente no Brasil revelaram que o ensino da Física utiliza pouca ou nenhuma atividade prática e experimental e essa carência educacional passou a ser considerada a “vilã” responsável pelos baixos índices de desempenho dos alunos em todas as etapas do processo de aculturação. A reclamação mais comum é que a evolução científica e tecnológica que ele encontra fora da sala de aula e em seu ambiente de trabalho não condizem com a realidade de classe. [1, 2, 3, 4, 5].

Por outro lado, os livros de Física utilizados nos cursos de Engenharia se caracterizam pela aplicação de exercícios

repetitivos, com o uso excessivo da linguagem matemática, sem uma interpretação dos aspectos relacionados à situação e fenômenos envolvidos no cotidiano dos alunos e da aplicação desse conhecimento no campo de formação específica do engenheiro, limitando-se apenas a teoria.

Uma investigação realizada por [6], aponta que o ensino tradicional que prioriza a dicotomia entre o ensino da parte teórica e a experimental, não favorece o desenvolvimento do pensamento dedutivo e com ele a capacidade de generalização dos conhecimentos adquiridos, é uma das razões do fracasso dos estudantes na aprendizagem da Física.

Neste artigo partimos de uma breve revisão teórica que fundamentam este trabalho, descrevemos a metodologia aplicada e as condições em que ela foi utilizada pelos alunos do curso de Engenharia, em seguida apresentamos os resultados obtidos e a discussão destes e por fim as conclusões desta experiência.

## **II. O CURSO DE ENGENHARIA E A FUNDAMENTAÇÃO LEGAL**

Atualmente, vivemos em uma era dominada pelo uso intenso da tecnologia. O domínio dessas tecnologias tem sido base importante tanto para o desenvolvimento sociocultural como para a independência financeira e política do país no cenário internacional.

A Engenharia, dentre as diversas profissões, tem se destacado por ser em si própria um dos pilares do desenvolvimento econômico, pois é o setor que promove e estimula a pesquisa e inovação tecnológica, que são os motores da revolução industrial e tem contribuído na construção de sociedades fortes e bem adaptadas ao meio ambiente.

A Física não é menos importante, pois surge como o alicerce da Engenharia e atua na formação básica. Quando o estudante aprende Física fica alicerçado para receber os conhecimentos profissionalizantes.

Apesar de existirem muitas pesquisas relacionando o ensino e a aprendizagem da Física com os conhecimentos da Engenharia no Brasil, estas ainda não são suficientes para modificar a metodologia em sala de aula e proporcionar melhorias nos resultados obtidos.

No artigo o Apagão dos Engenheiros no Brasil, publicado na página do Conselho Regional de Engenharia e Arquitetura (CREA), Sertek [8], relata que atualmente há um apagão de engenheiros no Brasil, e a principal causa, segundo ele é:

“a dificuldade para assegurar a continuidade dos estudantes nos cursos de engenharia é a precariedade do ensino fundamental e médio do país, acumulando apagões de habilidades para o pensamento abstrato, pela deficiência da aprendizagem da Matemática e Física” [8].

O artigo revela ainda uma pesquisa relatando que para se atender à demanda de crescimento do país é necessário que haja um número ideal de engenheiros em torno de 25 por mil trabalhadores; hoje estamos com 6 por mil, o que demonstra a idéia apontada anteriormente. Nos EUA, China e Coréia esse número é de 25 por mil, e na Índia, 22 por mil. Por outro lado, o almejado crescimento de 7% anual do Produto Interno Bruto (PIB), que supera a média de 4% histórica do período republicano recente, exigirá, além do aumento e aprimoramento dos cursos de engenharia, o investimento forte em qualidade de ensino, especialmente nas fases iniciais do curso.

A baixa qualidade da nossa educação é o obstáculo decisivo para o crescimento na melhoria do capital humano nas universidades. Para [3] as universidades desenvolvem papel fundamental no processo de formação dos

engenheiros e que os professores que atuam nessa área devem desenvolver uma nova prática pedagógica.

O perfil do egresso de Engenharia descrito pelo MEC nas Diretrizes Curriculares Nacionais de Engenharias, DCNs [7] é de que o aluno tenha uma sólida formação técnica científica e profissional geral que o capacite a absorver e desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e resolução de problemas, considerando seus aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais, com visão ética e humanística, em atendimento às demandas da sociedade, porém são representativas para as pesquisas que sejam apontadas estas ideias, sobre as quais se sustentam o trabalho desenvolvido.

As DCNs [7] de Engenharia indicam ainda aos professores um conjunto de habilidades e competências consideradas relevantes à formação do perfil do egresso, são elas:

- Aplicar conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia;
- Projetar e conduzir experimentos e interpretar resultados;
- Conceber, projetar e analisar sistemas, produtos e processos;
- Planejar, supervisionar, elaborar e coordenar projetos e serviços de engenharia;
- Identificar, formular e resolver problemas de engenharia;
- Desenvolver e/ou utilizar novas ferramentas e técnicas;
- Supervisionar a operação e a manutenção de sistemas;
- Avaliar criticamente a operação e a manutenção de sistemas;
- Comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica;
- Atuar em equipes multidisciplinares;

Segundo as DCNs [7] o antigo conceito de currículo, entendido como grade curricular é substituído por um conceito bem mais amplo, que pode ser traduzido pelo conjunto de experiências de aprendizado que o estudante incorpora durante o processo participativo de desenvolver um programa de estudos coerentemente integrado.

Para que o estudante incorpore esse aprendizado, ou seja, para que ele aprenda significativamente durante esse processo, cabe ao professor que elabore e aplique atividades de ensino contextualizadas, objetivando promover a ação do aluno dentro ou fora de sala de aula, estimulando-o a participar de forma mais efetiva no processo de busca e apreensão de conhecimentos científicos e tecnológicos por meio de novas experiências de aprendizado [3].

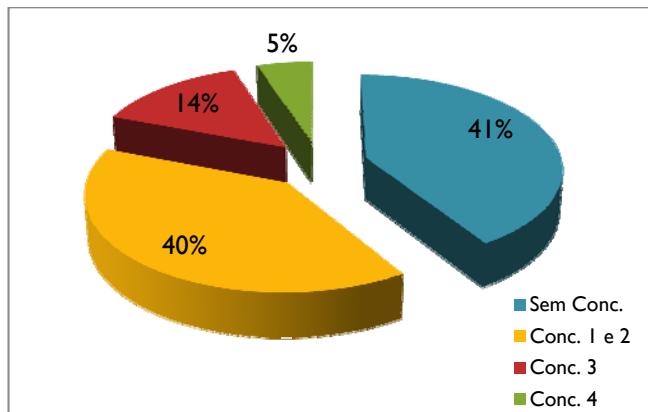
“As deficiências do ensino que é praticado em nossas escolas, e até mesmo nas universidades, manifestam-se na evasão escolar, no alto índice de repetência, na crescente difusão dos chamados cursinhos informais preparatórios e, principalmente, no fraco desempenho dos alunos quando colocados diante de situações em que são solicitados a explicitar seu aprendizado” [3].

Essas deficiências também são manifestadas no baixo desempenho que os alunos de Engenharia da Amazônia obtiveram na estatística de avaliação pedagógica para o

Ensino Superior, o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE, 2008), que integra o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES) e tem o objetivo de aferir o rendimento dos alunos dos cursos de graduação em relação aos conteúdos programáticos, suas habilidades e competências.

O ENADE é realizado por amostragem e a participação no exame constará no histórico escolar do estudante ou, quando for o caso, sua dispensa pelo MEC. O INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) e o MEC (Ministério da Educação e Cultura) calculam a amostra dos participantes a partir da inscrição, na própria instituição de ensino superior, dos alunos habilitados a fazer a prova.

Analizando os resultados obtidos no último ENADE para Cursos de Engenharia (2008), onde participaram 78 instituições, observamos que as Instituições de Ensino Superior (IES) que compõem a Amazônia Legal: os Estado do Acre, Amapá, Amazonas, Maranhão, Mato Grosso, Pará, Rondônia, Roraima, Tocantins e participaram do ENADE, apenas 5% conseguiram um conceito 4, destas 41% ficaram sem conceito (SC), pois não tinham alunos concluentes, 39 % ficaram com conceito insuficiente (1 e 2), e nenhuma delas ficou com o conceito 5, que significa nível de excelência.



**FIGURA 1**  
Fonte: INEP.

Em virtude do panorama exposto e seguindo os parâmetros apresentados nas DCNs, buscamos uma metodologia de ensino que permitisse colocar os objetivos citados em prática. Nessa perspectiva, optamos por trabalhar essas questões a partir de orientações da metodologia de ensino baseada na Resolução de Problemas e nas Atividades Experimentais, desenvolvidas à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa [9].

### III. DESENHO DA PROPOSTA

O ensino da Física nos cursos de Engenharia da Universidade em que pesquisamos, é ministrado de forma tradicional, causando assim dificuldades no aprendizado

*O Ensino de Física nos cursos de Engenharia...* dos alunos, pois nesse modo de ensinar é dada ênfase excessiva na Física matemática em detrimento de uma Física conceitual, há um distanciamento entre o formalismo escolar e o cotidiano dos alunos, a falta de contextualização dos conceitos ensinados e a forma linear como são desenvolvidos em sala de aula, sem a necessária abertura para as questões interdisciplinares e há pouca valorização da atividade experimental e dos saberes do aluno [1].

A Proposta seguiu a linha construtivista, onde o professor atua como facilitador do processo ensino aprendizagem e foi baseada na tese de Kalhil [10], intitulada Estratégia pedagógica para o desarrolho de habilidades investigativas em à disciplina Física de ciências técnicas, na Universidade de Matanzas e do trabalho de pesquisa de [1], *O gostar e o aprender no ensino de Física* implementada nos cursos de licenciatura da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Unijuí.

A organização e implementação da Proposta Metodológica teve como base fundamental o conteúdo de Física I, do curso de Engenharia da Universidade Nilton Lins, e foi conduzida de forma que cada tema a ser investigado fosse trabalhado em cinco momentos, que correspondiam aos 6 tempos de aula, totalizando assim em 120 horas semestrais. São eles:

- (1) Discussão de Ideias e Conceitos,
- (2) Questões, Exercícios e Problemas,
- (3) Atividade Experimental,
- (4) Conclusão e Considerações e
- (5) Relatório da Atividade Experimental.

Procuramos trabalhar:

-A construção do conhecimento pelo aluno, mediada pelo professor, através da inter-relação experimento, teoria, resolução de problemas e cotidiano.

-A formação de uma postura crítica, reflexiva e participativa frente às questões e problemas com que o aluno se defronta em seu campo de atuação profissional.

-A explicitação dos saberes dos alunos a partir de questionamentos, de exercícios, da análise de situações problemas do seu cotidiano, do seu campo de atuação profissional e de fenômenos físicos reproduzidos em laboratório.

-A valorização de suas formas de pensar no processo ensino-aprendizagem.

-A experimentação como um contexto importante na obtenção de informações e na produção de ideias que constituem uma das bases de apoio no processo da formação do saber.

-O desenvolvimento, pelo aluno, da capacidade de análise e de interpretação dos resultados experimentais como auxiliares na evolução conceitual e na introdução de modelos teóricos e aos seus significados.

A proposta de ensino de Física aqui apresentada constitui um novo olhar de como ensinar física no curso de Engenharia, por ser de cunho metodológico, não tem o caráter de produzir mudanças na natureza e na sequência dos conteúdos de Física I, desenvolvidos no Curso de Engenharia.

Buscamos contribuir de uma maneira significativa para a aprendizagem do aluno e o mais importante é que alunos e professores refletissem sobre a Física, sua importância para o curso de Engenharia, e que ela se tornasse mais atrativa para os alunos melhorando assim seu aprendizado e formação humana.

#### **IV. INTERVENÇÃO METODOLÓGICA**

Esta experiência de abordagem de métodos mistos, se desenvolveu a partir de um quase-experimento, em duas turmas de Física I, com a participação de 41 alunos do curso de Engenharia da Universidade Nilton Lins, em Manaus, divididos em dois grupos, o controle (23) e o experimental (18), no período de 9 de agosto a 11 de dezembro de 2010.

A hipótese principal foi que uma metodologia de ensino de Física baseada na reestruturação do plano de ensino para o curso de Engenharia poderia mudar significativamente a aprendizagem desses alunos.

As turmas estavam estudando desde o mês de julho e os dois professores da disciplina utilizavam o método tradicional, em agosto de 2010 propomos aos dois professores a participação na pesquisa, só um professor se propôs a participar, o outro alegando que era físico teórico não participou do experimento, porém permitiu que fosse aplicado o questionário, cedendo assim seus resultados dos exames iniciais e finais para que fosse realizado a análise quantitativa do aprendizado dos seus alunos.

Iniciamos nosso experimento com uma exploração qualitativa das duas turmas, aplicando questionários abertos e fechados para sondarmos o que os alunos pensavam sobre o ensino da Física e o nível de conhecimento prévio da disciplina.

Em seguida reunimos com o professor da turma experimental e analisamos o plano de ensino usado pelo mesmo e explicamos a proposta de mudança do plano, para que fosse aplicado ao longo do semestre.

Conforme detalharemos a seguir, a proposta consistiu em cinco momentos distintos relacionados aos diversos conceitos de Mecânica: Medidas, Movimento uniforme, Lançamento de projétil, Força elástica, Trabalho e energia.

*1º Momento:* O professor que a princípio usava a metodologia tradicional, nesse momento passou a ser o facilitador da aprendizagem através das conferências iniciais, onde procurava instigar os alunos a fim de que os mesmos pudessem falar de seus conhecimentos prévios em relação aos conceitos para a partir destes trabalhar as subsunções, contribuindo com relatos e experiências iniciando assim o processo da aprendizagem. Nesse primeiro momento o aluno tem uma ideia geral e contextualizada do conceito que está sendo tratado.

*2º Momento:* Os alunos resolviam questões, exercícios e problemas em pequenos grupos, as atividades desenvolvidas eram relacionadas ao campo de trabalho do aluno, para que o mesmo refletisse sobre os fenômenos físicos através do uso de diversas formas de expressão utilizados em Física.

Valorizávamos os exercícios que requeriam em sua solução o uso do raciocínio e não apenas da memorização.

*3º Momento:* Iniciava com um desafio do professor aos alunos, onde era lançado um problema e os alunos resolviam em forma de projeto, o professor contextualizava, relacionando a área de atuação profissional do aluno de engenharia, o aluno pesquisava e aplicava os conhecimentos adquiridos para a realização de atividades experimentais. Contemplamos assim nessa fase procedimentos específicos e necessários para a validação dos conceitos científicos, como: organização, observação, coleta de dados, medidas de grandezas, análises e interpretações de situações experimentais.

*4º Momento:* Caracteriza-se por ser um espaço pedagógico de interação entre o professor e os alunos. É momento de comunicação e de sistematização coletiva visando à construção individual do conhecimento. As informações obtidas durante a experimentação (observações, medidas e registros), bem como as ideias produzidas neste contexto (conclusões e questões em aberto), são socializadas para a turma. O aluno ao mesmo tempo em que comunica os resultados, também explicita seu modo de pensar sobre os fenômenos físicos reproduzidos em seu grupo de trabalho e, geralmente o faz usando uma linguagem própria do senso comum. Num trabalho coordenado pelo professor, e com a efetiva participação de cada grupo de alunos, informações, ideias e saberes são sistematizados, analisados e avaliados.

É um momento importante no qual as incertezas e as convicções dos alunos devidamente trabalhadas, formando um pequeno banco de dados que servirá de referencial para algumas interpretações e, possivelmente, para a consecução de algumas conclusões.

Nesse momento, o professor, partindo das ideias e das informações produzidas no contexto da experimentação e dos saberes dos alunos, e tendo na Física constituída um aliado importante, auxilia o aluno na construção dos modelos teóricos a serem expressa em linguagem científica nas formas de expressão oral e escrita, tabelas, gráficos e equações matemáticas.

Após a introdução aos modelos teóricos e a discussão/reflexão de seus significados, o aluno poderá rever questões particulares de sua vivência e, se conseguir refletir sobre elas, fazendo uso da base teórica construída, ele terá evoluído conceitualmente.

*5º Momento:* Relatório da Atividade Experimental nesse momento era solicitado uma produção individual. Durante a sua elaboração, era discutido em pequenos grupos. Desta forma, com a participação e contribuição de diversos estudantes, havia o enriquecimento do relatório, o que pode tornar o

processo de elaboração, com tal interação, um momento significativo de aprendizagem.

Durante a elaboração do relatório, o aluno retomava ideias e informações produzidas no contexto da experimentação e, mediante o uso da linguagem específica da Física, sistematizava, elaborava modelos, atribuía significados e, ainda estabelecia relações com situações do cotidiano e do seu campo profissional. O aluno além de utilizar-se dos conceitos e representações veiculados e reconstruídos durante diversos momentos de operacionalização da proposta pesquisava em outras fontes como livros, revistas e internet.

Assim, este momento de produção intelectual e de convívio com os princípios da ciência era princípio também para o aluno avançar em suas concepções conceituais como continuidade e complemento do processo de ensino aprendizagem.

## V. METODOLOGIA: MÉTODOS MISTOS

Utilizamos a abordagem dos métodos mistos, tendo como fundamento a abordagem quantitativa sobre a qualitativa.

A pesquisa de Métodos mistos é uma abordagem da investigação que combina ou associa a forma qualitativa e quantitativa. Envolve suposições filosóficas, o uso de abordagens qualitativas e quantitativas e a mistura das duas abordagens em um estudo. Por isso, é mais do que uma simples coleta e análise dos dois tipos de dados; envolve também o uso das duas abordagens em conjunto, de modo que a força geral de um estudo seja maior do que a da pesquisa qualitativa ou quantitativa isolada [11].

Creswell [12] mostra um breve histórico dos métodos mistos, em seu livro Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto, onde relata que esse método teve início na Psicologia e na matriz multitraços-mutimétodos de [13], e:

“Com o desenvolvimento e a legitimidade percebida tanto da pesquisa qualitativa quanto da pesquisa quantitativa nas ciências sociais e humanas, a pesquisa de métodos mistos, empregando a combinação de abordagens quantitativas e qualitativas, ganhou popularidade, [...], utilizando os pontos fortes das pesquisas qualitativas e quantitativas” [12].

Ainda para o autor pode-se obter mais insights com a combinação das pesquisas qualitativa e quantitativa do que com cada uma das formas isoladamente. Seu uso combinado proporciona uma maior compreensão dos problemas de pesquisa [12].

As pesquisas experimentais constituem o mais valioso procedimento disponível aos cientistas para testar hipóteses que estabelecem relações de causa e efeito entre as variáveis.

Em virtude de suas possibilidades de controle, os experimentos oferecem garantia maior do que qualquer outro delineamento.

*O Ensino de Física nos cursos de Engenharia...*

Esse impacto é avaliado proporcionando-se um tratamento específico a um grupo e negando ao outro, e depois determinando como os dois grupos pontuaram no resultado.

Os experimentos incluem os experimentos verdadeiros e os experimentos menos rigorosos, chamados de quase-experimentos, no qual fundamentamos a pesquisa. [14].

O modelo quase-experimental, utilizado em nossa pesquisa também manipula deliberadamente pelo menos uma variável independente para observar seu efeito e relação com uma ou mais variantes dependentes, e só diferem dos experimentos “verdadeiros” no grau de segurança ou confiabilidade que se possa ter sobre a equivalência inicial dos grupos [15].

Nesta pesquisa as variáveis medidas foram: o aprendizado dos alunos, **variável dependente** e a metodologia aplicada **variável independente**.

Conforme [16] nos modelos quase-experimentais os indivíduos não são distribuídos ao acaso nos grupos nem emparelhados, mas tais grupos já estavam formados antes do experimento: são grupos intactos. Esses modelos são utilizados quando não é possível distribuir os indivíduos de forma aleatória nos grupos que receberão os tratamentos experimentais. O pesquisador deve tentar estabelecer a semelhança entre os grupos, para isso, é preciso considerar as características ou variáveis relacionadas com as variáveis estudadas. Entendemos que quanto mais informação se obtenha sobre os grupos, maiores serão as bases para estabelecer as semelhanças.

Inicialmente aplicamos **questionários abertos e fechados** um de opinião no início da intervenção para sondar o que os alunos pensavam sobre o como a Física deve ser ensinada e outro ao final para comparar se foi modificada a opinião dos alunos.

O questionário com perguntas abertas e fechadas é um instrumento importante de coleta de dados, pois por meio dele podemos tabular mais fácil as respostas, tendo em contrapartida uma rigidez intrínseca, e podemos obter através das perguntas abertas, respostas com maior quantidade e qualidade de informações [17], as questões abertas: “[...] são as que permitem ao informante responder livremente, usando linguagem própria, e emitir opiniões.

Possibilita investigações mais profundas e precisas”[3].

Os questionários foram aplicados para permitir ao aluno comparar as metodologias utilizadas, e o conhecimento anterior sobre o ensino de Física, e foi aplicado tanto na turma controle como na de intervenção.

Para medir o aprendizado dos alunos utilizamos a **avaliação final** das duas turmas, utilizamos o T-test que é o teste estatístico paramétrico, usado para calcular a diferença entre médias de dois grupos. Parte-se da suposição de que as duas amostras em estudo (turma controle e de intervenção) possuem a mesma distribuição base, nesse caso o modelo normal, desejando-se verificar se existe alguma diferença significativa entre os dois grupos em análise. Usamos o software Mini Tab, na versão 12.

## V. RESULTADOS

Nesta pesquisa de **métodos mistos** participaram 41 alunos do segundo período de Física I do curso de Engenharia, divididos em dois grupos o Controle e o Experimental (Intervenção).

O grupo experimental (EXP) era formado por 18 alunos e o controle (CON) por 23, onde nossa **hipótese científica** é que uma metodologia de ensino de Física baseada na reestruturação do plano de ensino para o curso de Engenharia pode mudar significativamente a aprendizagem desses alunos.

E a nossa **hipótese estatística** é que não haveria diferença estatisticamente significante ( $p > 0,05$ ) entre o grupo controle e o de intervenção no aprendizado dos alunos sobre os conteúdos ministrados.

Que é a nossa **hipótese nula**  $H_0$ , pois para desenvolver processos de teste de hipóteses estatísticas, devemos saber precisamente o que esperar quando uma hipótese é verdadeira, e é por esta razão que frequentemente formulamos a hipótese contrária àquilo que pretendemos provar [17].

## VI. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Aplicamos **questionários** com perguntas abertas e fechadas. O primeiro foi aplicado no início da intervenção para sondar o que os alunos pensavam sobre o como a Física deve ser ensinada e segundo ao final para comparar se em função do método foi modificada a opinião dos alunos.

Observamos no quadro 1 que no início da intervenção os alunos da turma controle e de intervenção, tinham praticamente a mesma opinião em relação ao ensino aprendizagem da Física. Pois em suas aulas não haviam experimentos, o nível de interesse era em sua maioria baixo, não relacionavam a Física ao seu cotidiano e apresentavam dificuldades em aprender Física.

**TABELA I.** Perguntas fechadas.

Perguntas	Antes		Depois	
	CON (23)	EXP (18)	CON (23)	EXP (18)
Há experimentos em suas aulas de Física?	Não (23)	Não (18)	Não (23)	Sim (18)
O seu nível de interesse pelas aulas de Física é:	Baixo (14) Médio (7) Alto (2)	Baixo (7) Médio (9) Alto (2)	Baixo (15) Médio (7) Alto (1)	Alto (18)
Você é capaz de relacionar os assuntos de Física	Sim (8) Não	Sim (9) Não	Sim (7) Não	Sim (16) Não

ao seu cotidiano?	(15)	(9)	(16)	(2)
Você tem dificuldade para aprender Física?	Sim (21) Não (2)	Sim (16) Não (2)	Sim (20) Não (23)	Sim (6) Não (12)
Você se sentiu motivado para estudar a disciplina de Física esse período?			Sim (2) Não (21)	Sim (18) Não (0)

**Fonte:** Souza (2011).

Concluímos que houve melhorias na turma de intervenção os alunos mudaram de opinião, pois em suas aulas havia experimentos, resolução de problemas direcionados para sua profissão e seu cotidiano, interação e participação ativa dos mesmos, o nível de interesse e a motivação para estudar a Física foi 95% de aproveitamento.

### VIA Perguntas abertas

Ao aplicarmos o **questionário de sondagem** no primeiro momento, analisando as perguntas abertas, podemos comparar que inicialmente as duas turmas que estudavam com **metodologia tradicional**, apresentavam o mesmo perfil e dificuldades e quando questionadas sobre como gostariam que fossem ministradas as aulas de Física responderam em sua maioria que gostariam da interação professor aluno, aulas com experimentos no laboratório e de campo, sempre relacionadas ao cotidiano e a futura profissão dos mesmos:

*“Gostaria de conhecer a essência da matéria, ver a aplicabilidade no dia a dia, eu gosto de saber quando estou aprendendo algo do meu convívio. Que eu saiba como aplicar”.*

*“Com mais aulas práticas com experimentos”.*

*“Laboratórios, aulas mais claras”.*

*“Com exemplos relacionados ao nosso curso, laboratórios”.*

*“Que o professor explicasse para os alunos, dando mais atenção ao que é Física, mostrar o quanto ela é importante na nossa sociedade e profissão, dando mais aulas práticas”.*

*“Metodologia mais flexível e sem parecer que a sala é um quartel. Gostaria de poder perguntar para entender e não apenas aceitar para poder passar”.*

Em uma investigação realizada por [6], apontou que o **ensino tradicional** não favorece o desenvolvimento do pensamento dedutivo e com ele a capacidade de generalização dos conhecimentos adquiridos, é uma razão do fracasso dos estudantes diante da aprendizagem de Física.

Em educação, o conhecimento escolar representa valores instituídos, reconhecidos e validados culturalmente. Com isso, investir na inovação, quase sempre, significa conflitar com o tradicional. Isso não quer dizer que para inovar seja necessário romper, definitivamente com a tradição.

O importante é saber analisar e avaliar a tradição em seus diversos aspectos: históricos, sociais e culturais, procurando reconhecer e valorizar o que há de bom e reformular ou abandonar aquilo que é ruim. A inovação depende, antes de tudo, do conhecimento e do reconhecimento das diversas tradições que envolvem os procedimentos e ações realizadas no dia a dia na sala de aula [18].

O trabalho de pesquisa de [18] mostra que os professores têm consciência das dificuldades impostas pelo currículo tradicional e da necessidade de mudança. Por outro lado, é difícil pensar no rompimento dessa tradição. O que podemos constatar no quadro com as perguntas fechadas [19].

Num segundo momento, o que nos chamou atenção foi que a mostra da **turma ao final da intervenção**, de maneira geral teve para cada aluno uma representação especial, pois mostrou o despertar para o estudo da Física.

*"Eu nunca gostei de Física, mas agora comecei a pensar de maneira diferente. Porque até então eu via a Física como matéria chata, só com cálculos e fórmulas para decorar, depois das experimentações e dos problemas e questões voltados para a Engenharia, eu entendi que a Física é mais interessante e abrangente do que eu pensava".*

A opinião do aluno faz com que se verifique que a metodologia significou muito para ele, bem como para os outros alunos. Tanto que hoje não sentem mais repulsão pela Física.

Na turma controle observamos que os alunos não conseguiram mudar a imagem que têm da Física:

*"Tenho dificuldades, pois é uma matéria complexa, exige professores pacientes e capacitados e principalmente, que façam exercícios na sala de aula, não apenas respondendo, mas nos deixando responder".*

*"Não consigo aprender, pois as aulas envolvem muito cálculo, formulas e precisariam ser ministradas em laboratório e em campo".*

Na turma de intervenção temos um número expressivo de alunos que responderam ao **questionário final** classificando a produção de experimentos como atividade de fundamental importância para o aprendizado:

*"... tivemos experiências, participações, e isso é muito importante para o aprendizado. Essa metodologia fez com que eu tivesse maior interesse pela disciplina, pois quando você está fazendo um experimento, você vai vendo o resultado e você quer fazer sempre o melhor".*

*"As aulas foram ministradas muito bem, tivemos experiências, participações, e isso é muito importante para o aprendizado. Essa metodologia fez com que eu tivesse maior interesse pela disciplina".*

Percebemos na fala deste aluno que a metodologia utilizada se deu para ele como um fator motivante no estudo da disciplina, pois neste momento seu papel ia além de um simples aprendiz, estava ele participando ativamente nas reflexões e principalmente na execução do trabalho.

*"Quando há um fator motivante como essa metodologia, essa interação, essa nova maneira de*

*O Ensino de Física nos cursos de Engenharia... estudar, as coisas mudam. Fica claro. O interesse aumenta, quando saímos da monotonia das ministrações de aula".*

*"As aulas foram práticas e com experiências, bem melhor que números e letras no quadro. Pois dessa maneira me senti estimulada, pois os assuntos foram ensinados com clareza e principalmente relacionados ao curso, voltando os exemplos para a realidade da área. Utilizamos experimentos, materiais didáticos de acordo com os conteúdos ensinados".*

*"... esse método de ensinar a disciplina é muito bom. Estou motivado".*

Nestes relatos, mesmo que não foi o objetivo desta pesquisa trabalhar a motivação, os termos motivação e estímulo são explicitados pelos alunos. Em todas essas falas observadas até então, os alunos têm se apresentado mais dispostos e estimulados para estudar e aprender física.

*"Com certeza me senti mais motivada, gostei muito, passei a estudar em casa mais vezes e relacionar a Física com nossa profissão. Consigo explicar os fenômenos".*

*"... gostei e aprendi muito, fiquei mais motivada em prosseguir o curso de engenharia, agora posso até ensinar os outros, pois realmente aprendi".*

Ao final do processo de intervenção e coletadas as informações, iniciamos a análise dos dados **quantitativos** para concluirmos nossa pesquisa.

Para testarmos esta hipótese usamos a prova estatística de T-test, para compararmos as avaliações escritas das duas turmas, tanto a inicial (antes do experimento) quanto a final (após o experimento) ao analisarmos os dados concluímos que houve diferença estatisticamente significante ( $p \leq 0,05$ ) no aprendizado dos alunos entre os grupos controle e de intervenção. Desta maneira rejeitamos a nossa hipótese inicial ( $H_0$ ). Os alunos do grupo de intervenção obtiveram um melhor aprendizado, cuja média foi ( $x = 8,83$ ) comparado com o grupo controle ( $x = 5,79$ ).

Em que utilizando uma metodologia inovadora produziu um melhor resultado, isso significa que o ensino de Física, com a intervenção, é um indicativo que para haver mudanças podemos usar esse caminho, baseado na metodologia com aulas práticas, resolução de problemas e experimentação, voltados à futura atividade profissional.

Esses resultados nos mostram posições já estabelecidas para o papel importante da metodologia aplicada e sinalizam novas direções para o ensino da Física.

## VII. CONCLUSÕES

Tanto a análise quantitativa, quanto à qualitativa foram favoráveis a metodologia aplicada. Por isso concluímos que a aplicação da Proposta Metodológica no Ensino da Engenharia contribuiu de forma positiva para o desenvolvimento dos alunos, da formação de novos hábitos de aprendizagem e também para o desenvolvimento de um novo modelo de ensino.

Em qual, o aluno ao ingressar em um curso de Graduação, participa ativamente do processo de ensino

aprendizagem, pois é exigido do mesmo um empenho para realizar pesquisas dentro e fora da sala de aula, debater seus conceitos com o professor e seus colegas, questionando, resolvendo problemas, aplicando equações, utilizando experimentações e identificando assim os objetivos da sua futura função de engenheiro.

Constatamos que os alunos da turma de intervenção conseguiram fazer associação entre as aulas e o seu curso, isso nos leva a crer que eles assimilaram o conteúdo físico envolvido no trabalho, logo a aprendizagem significativa ocorreu para eles.

A metodologia aplicada envolveu os alunos no processo de ensino-aprendizagem e moveu o aluno a estudar, fator determinante neste processo.

Os resultados confirmam nossa hipótese científica e nos mostram que a utilização da metodologia baseada em resolução de problemas, experimentação e relacionando com o campo de trabalho do aluno, é mais eficaz que o método tradicional, que são menos reflexivos e sistemáticos.

A importância de relacionar o que o aluno já sabe (subsunções) com os conceitos estudados e verificar a ressignificação desse conhecimento através dos experimentos e dos resultados obtidos faz da metodologia aplicada uma excelente alternativa para se promover aprendizagem significativa.

O professor participante da turma experimental ficou entusiasmado ao verificar o interesse e aprendizado dos alunos e nos períodos posteriores aplicou essa metodologia em suas turmas.

## REFERENCIAS

- [1] Bonadiman, H. & Nonenmacher, S. E. B., *O Gostar e o Aprender no Ensino de Física*, Caderno Brasileiro do Ensino de Física **24** (2007).
- [2] Rosa, C. W. & Rosa, A. B., *Ensino de Física: tendências e desafios na prática docente*, Revista Iberoamericana de Educação **42** (2007).
- [3] Machado, V., *Problemas geradores de discussões: Uma proposta para a disciplina de Física nos cursos de engenharia*, Dissertação de Mestrado, (Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2009).
- [4] Carvalho Neto, C. S., *Espaços ciberarquitetônicos e a integração de mídias, por meio de técnicas derivadas de tecnologias dedicadas à educação*, Dissertação de Mestrado, (Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004).

[5] Araújo, M. S. T. & Abib, M. L. V. S., *Atividades experimentais no ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades*, Revista Brasileira de Ensino de Física **25** (2003).

[6] Arruda, S. M. et al., *Da aprendizagem significativa à aprendizagem satisfatória na Educação em Ciências*, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **21** (2004).

[7] Brasil, *CNE/CES 11, de 11 de março de 2002, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia*, (Ministério da Educação, Brasília, 2002). Disponível em: <http://www.abepro.org.br>. Acesso em: 6 jun. 2011.

[8] Sertek, P., *Apagão de engenheiros no Brasil*, (Conselho Regional de Engenharia e Arquitetura, Brasil, 2010).

[9] Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. *Psicología educacional*, (Interamericana, Rio de Janeiro, 1982).

[10] Kalhil, J. B., *Estrategia pedagógica para el desarrollo de habilidades investigativas en la disciplina Física de ciencias técnicas*, Tese de Doutorado em Ciências Pedagógicas, (Universidad de La Habana, Centro de Estudios para el perfeccionamiento de la educación superior, Cuba, 2003).

[11] Creswell, J. W., *Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto*, (Artmed, Porto Alegre, 2010).

[12] Campbell, D. T. & Fisk, D. *Convergent and discriminant validation by the multitrait-multimethod matrix*, Psychological Bulletin **56**, 81-115 (1959).

[13] Keppel, G. *Design and analysis: A researcher's handbook*, (Englewood Cliffs, Prentice Hall, São Paulo, 1991).

[14] Guedes, A. M., *Tipos de desenhos de investigação (experimentais, quase-experimentais e não experimentais)*. Disponível em: <http://www.investigalog.com/investigacion>. Acessado em: 3 fev. 2011.

[15] Sampieri, R. H., Collado, C. F. & Lucio, P. B., *Metodologia da Pesquisa*, (Mc Graw-Hill, São Paulo, 2006).

[16] Simon, J. E. & Freund, G. A., *Estatística Aplicada a Economia, Administração e Contabilidade*, (Bookman, São Paulo, 1997).

[17] Lakatos, E. A. & Marconi, M. A., *Fundamentos de metodologia científica*, 4<sup>a</sup> Ed. (Atlas, São Paulo, 2001).

[18] Menezes, P. & Vaz, A., *A trajetória e o desenvolvimento de um grupo colaborativo de professores de Física na cidade de Sete Lagoas*, Caderno Brasileiro de Ensino de Física (2005).

[19] Souza, M. R. C, *Um novo olhar no Ensino de Física na Amazônia*, Dissertação de Mestrado, (Universidade Estadual do Amazonas, Manaus, 2011).

# The effect of computer simulation used as a teaching aid in students' understanding in learning the concepts of electric fields and electric forces



Aysheshim Mengistu<sup>1</sup>, Gebregziabher Kahsay<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Natural Science, BegeMidir Collage of Teachers' Education, Ethiopia.

<sup>2</sup>Department of Physics, College of Science, Bahir Dar University, Ethiopia.

E-mail: michige\_90@yahoo.com

(Received 18 August 2014, accepted 31 January 2015)

## Resumen

Este estudio investiga el uso de la simulación por computadora como medio de enseñanza en la comprensión de los estudiantes, en el aprendizaje de los conceptos de campos eléctricos y fuerzas eléctricas. Un centenar de estudiantes han participado en el estudio, los cuales fueron clasificados como grupo experimental (GE) y grupo control (GC) por un método de lotería. A los dos grupos se les enseñó el mismo tema durante una semana con el método de conferencia tradicional para el grupo de control; y al grupo experimental con la ayuda de simulaciones por ordenador. Además, un estudio piloto se llevó a cabo en la escuela Tana Haik, que es una escuela secundaria más grande, para probar la validez y confiabilidad del instrumento y medir el fondo de las muestras. Sus logros se midieron utilizando una prueba. Un pre-test fue dado antes del tratamiento para conocer el nivel de desempeño y el conocimiento previo. Y se administró un post test después del tratamiento para determinar si hubo progreso o no. Los resultados de los logros fueron analizados utilizando una prueba t. El análisis de los resultados indica que (por ejemplo), los estudiantes a los que se les enseñó el uso de simulaciones por computadora como medio de enseñanza, mostraron un mejor ritmo que el grupo control.

Palabras clave: simulación por ordenador, Grupo Experimental, Grupo Control, Logros, material didáctico, t-test.

## Abstract

This study investigates the use of computer simulation as a teaching aid in students' understanding in learning the concepts of electric fields and electric forces. One hundred students were involved in the study that were classified as experimental group (EG) and control group (CG) by a lottery method. The two groups were taught the same topic for one week by the traditional lecture method for the control group and by the help of computer simulations for the experimental group. In addition, a pilot study was conducted at another school known as Tana Haik Senior Secondary School to test the validity and reliability of the instrument and to measure the background of the samples. Their achievements were measured using a test. A pre-test was given before treatment to know their performance level and pre-knowledge and a post test was administered after treatment to examine whether they showed a progress or not. Their achievement results were analyzed by using a t-test. The analysis of the result indicates that, students (EG) who were taught using computer simulations as a teaching aid showed a good progress than the control group.

Keywords: Computer simulation, Experimental Group, Control Group, Achievements, Teaching aid, t-test.

PACS: 01.40.Fk,01.40.gb

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCCIÓN

The purpose of teaching at any level is to bring fundamental changes in the learner. Such changes may be in the form of acquiring intellectual skills, solving problems and inculcation of desirable attitudes and values. Teachers adopt different approaches to help students to acquire knowledge, skills and experiences [1]. Classroom use of Information and Communication Technology (ICT) for teaching science and technology has increased dramatically in recent years and has proven to be a very effective tool in variety of situations [2].

One of the challenges the society is facing in the modern world is the growing discrepancy, which exists between the rising demand of highly qualified manpower in the fields of science and technology and the low number of talented graduates in these fields. Since this is the concern of the people in the society, governments and professionals have to make unreserved efforts to change the situation. Now, almost everyone has realized that, in order students to have interest in science fields, it is necessary to consider more carefully the problems at all levels of the educational pyramid. The way children are trained to understand science and the environment they grew up may have an impact on their future options and affinities.

Many professionals are dedicated in teaching activities and in some cases, they have a special focus on the improvement of technology teaching in high schools by using different teaching methods like the computer simulated programs called Virtual Simulations (VS). Advances in computer technology have led to various high-quality educational tools including interactive programs, multimedia presentations and more recently virtual simulations. Virtual simulation is a computer interface characterized by a high degree of immersion and interaction making the user believe that he/she is actually inside the artificial environment.

Virtual Simulation is a highly interactive computer based multimedia environment in which the user becomes active participant in the computer world. A Virtual Physics simulation is an educational tool using a virtual reality interface that brings together a 3D model of real object and a virtual visualization of situations in an interactive manner [3]. A key future of VS is a real-time interactive where the computer is able to detect user inputs and instantaneously modify the virtual world in accordance with user interactions.

Virtual simulation environments often consist of technological hardware including computers, head-mounted displays, etc. Virtual technology may offer strong benefits in science education not only by facilitating constructive learning activities but also by supporting different types of learners like those who are visually oriented. Teaching physical concepts using VS enhances students' understanding by providing a degree of reality unattainable in traditional method of teaching. Within the high school educational community, multimedia is very necessary for a better success in educational aspects. Multimedia-based systems can provide the students with very rich sources of educational materials in a form that makes learning exciting.

VS has a wide range of applications in many disciplines and has reached a level of maturity for it to be applied to education. So, the recent technological developments in computer based simulations are now making feasible to look for VS as an important teaching aid [3].

Students who are mostly visual-spatial learners i.e. those who prefer to understand the world through their eyes and to express their ideas through graphical arts may dislike traditional method of teaching of Physics or other subjects because of its overemphasis on lecturing, rote memorization and drill and practice exercises. It is clear that, these and other students should be involved in their learning more than simply listening to lectures or reading textbooks. With the rapid advancement in three dimensional (3D) and computer technologies, VS has become much more user-friendly and affordable in prices and so within a few years, it will likely be incorporated as part of the IT in educational movement as advocated by many national or local governments in their educational reform agenda. Furthermore, it is quite feasible to develop various kinds of teaching and learning resources in science using certain kinds of lightweight (relatively simple and inexpensive) VS and 3D visualization technologies.

Based on our professional experience in teaching various science topics, we have uncovered and identified many topics, which are well-known to cause obstacles/difficulties to the students particularly in Physics subject. To minimize the difficulty, students can be taught and learn more effectively with the aid of 3D visualization and /or virtual simulations [4]. It is widely believed that [5], using VS as a teaching aid enhances student-centered (or self-organized) learning because of various unique features and educational values as embedded in 3D and VS media for learning.

Furthermore, those self-learning resources can help students develop their ability to visualize, understand and mentally construct the details of complex scientific data and models which will otherwise be lost, distorted or easily misinterpreted in planar 2D projection or monoscopic images. The development of information technology has played a great role in supporting many educational fields in a way that the user must be supported in a computer-assisted method of teaching. Using VS as a teaching aid in science fields enables students to acquire all the benefits mentioned above, that is, to develop an interest, make them to interact and exchange ideas with their friends, and achieve more in their examination results. Virtual simulation can also be used circumvent the physical, safety and cost constraints that limit schools in the types of environments they can provide for learning by doing [6]. The effect of replacing traditional teaching methods by using computer-based simulations have been published [6] and shown that, the students who learn Physics instruction using simulated programs perform conceptual mastery than their counter parts who were trained by the traditional method of teaching.

According to the report presented [7], when a traditional teacher-centered method is used in teaching Physics at high school level, students expect everything from the teacher where he/she is the source of every concept and they are mere receivers of knowledge. After the lesson is covered by one-way teaching method, that is, from the teacher to the students, students are fighting to solve problems and miscellaneous exercises, which are found at the end of each chapter in the textbook without understanding the concepts of the lessons.

Laws [8] reported that, activity based environments combined with interactive discussions are superior to that of the traditional method of teaching to enhance conceptual understandings, experimental techniques and scientific literacy. Several authors [9] refer the use of simulations as a powerful means to smooth the approach to scientific concepts. From simple schemes to the color pictures that illustrate modern textbooks, there are several forms to transmit scientific content in a visual way. With adequate images, students may visualize some abstract concepts, allowing for a more direct contact with the subject being studied [10].

Understanding the behavior of electric fields and electric forces is a very challenging task by the students than applying any related formula to solve problems concerning electric fields and electric forces. In most cases,

## **II.B Class treatments**

First, I treated the topic electric fields and electric forces for the CG for three periods of each 50 minutes by using the traditional lecture method in the class by the normal time schedule. The EG also took the same topic for three periods by using a simulation student centered method after the CG was treated. A manual was prepared to the EG students how to use the simulation on their computer settings. An interactive planned lecture was also used in this group.

## **II.C Experimental design**

For each group pre-test and post-test with 18 questions were administered to compare students' understanding on the concepts of electric fields and the associated electric forces.

A t-test was applied to calculate the students' pre-test and post-test results of each group for the mastery of the concepts of electric fields and the associated electric forces.

## **II.D Investigation of background variables**

In this study, investigation of the background variables was taken by administering a questionnaire with eight items. The items were Age, Sex, First Semester Physics results, Study Time, Feeling of Preparation, Expected Physics Score in Second Semester, Computer Literacy Level and Work Experience in Electronics and Electricity. Furthermore, to measure the equivalency of the two groups on their pre-test results, the researcher administered a Difficulty Index of Effects of Electric Force and Electric Field Concept Test (DIEFEFCT), on electric fields and the associated forces. This last has with 18 items and a t-test was applied to check whether the two groups were significantly different or not on their pre-test results.

## **II.E Age**

Age may be one of the factors that determines the interest and attitudes of the learner to capture the desired concepts of the given content. A student who is older than the other in the same or another group is likely to score higher marks in examinations and may have better understanding of abstract concepts in Physics [19].

A  $\chi^2$ -test was used to determine the significant difference between the groups age distribution.

**TABLE I.** Application of chi-square ( $\chi^2$ ) for age distribution of sample groups.

Age	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
≤ 14	0	2	0	2
15-17	50	43	49	45
18-20	0	3	1	1
≥ 21	0	2	0	2

electricity needs a physical mechanism for explaining the results of equations relating to the real situations. Dupin and Jashua [11] showed, the challenge is: that students aren't informed how these results are related conceptually to a model that tells what is happening in that situation. Lakin-Hein and Zollman [12] showed that, traditional instructions supported by technology improve achievement of students. Computers help the teacher to prepare animation and to show a model of abstract concepts. Donelly [13] explained that, complicated concepts can be presented and understood easily, with the help of simulations. Johnston [14] and Beerman [9] also showed that, different traditional methods of presentations that are supported by computer demonstration give a chance to the teacher to manage the way of presenting information. Beerman [9] showed that, information can be presented in a purposeful and targeted manner in computer demonstration. Cordes [15] concluded that, computers used in the class highly motivate students by fostering their interest and participation.

Nowadays, computers play a vital role in providing various forms of instructions. Up to now, the use of simulations in Physics education stood mainly on the creation of 2D representations. However, recent technological advances have created new possibilities and the visualization of 3D objects and data became increasingly important in learning several scientific subjects. Interactive digital video makes students be able to capture the process and the natural phenomena very easily [16]. Simulations can provide visualization of a process that cannot be easily understood in the classroom instruction [17]. According to Edward Redish [18], students' learning of electric fields by the help of simulations make easy to understand the abstract concepts.

In this study, the researcher investigated that, simulations enable students to learn Physics in general, and electric fields and electric forces in particular easily and in understandable manner at high school levels. The researcher measured the achievements of students after using the computer simulations as a teaching aid in the learning of the concepts of electric fields and electric forces.

## **II. METHODOLOGY**

### **II.A Population settings**

This study used all grade 10 students at Bahir Dar Academy Senior Secondary School found in Bahir Dar city, Ethiopia, as a target population. The sample for this study contains 100 students of all grade 10 students of the School. The sample was divided into two groups randomly. Each group contained 50 students. The researcher divided the two groups as an experimental group (EG) and control group (CG) by using a lottery system. Before the students engaged in the study, they were asked to provide a clear demographic information about themselves using a questionnaire.

The researcher considered the 2<sup>nd</sup> and the 3<sup>rd</sup> categories for this study and ignored the 1<sup>st</sup> and the 4<sup>th</sup> categories  $\chi^2(2)=0.41$  with  $p \geq 0.05$  level which is less than the tabulated value 5.99. The result of the  $\chi^2$ -test indicates that the two groups were not significantly different in their age distribution.

## II.F Sex

A research reported by Yalew Endawoke [20] showed that, women are under achievers in Physics. Therefore, the sex distribution of the two groups was an important step in this study to check the equivalency of the two groups. However, in this study, the researcher measures only the sex distribution not the achievement difference between sexes.

**TABLE II.** Application of  $\chi^2$  for sex distribution of the sample groups.

Sex	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Female	32	31	30	29.75
Male	18	19	20	22.25

As indicated in table II,  $\chi^2(2) = 3.9$  is less than the tabulated value of  $\chi^2(2) = 5.99$ . The distribution of male and female students in each group, the result of the  $\chi^2$ -test shows that there is no significant difference between the two groups in sex distribution.

## II.G First semester Physics score

The first semester Physics score out of 100% was the measure of students' previous achievements. The achievements of students in Physics may determine their next achievements in the subject.

**TABLE III.** First Semester Physics Score distribution of sample groups out of 100%.

Score	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
$\leq 50$	9	11	7	5
51-60	14	13	13	14
61-70	17	14	19	18
71-80	6	10	6	9
$\geq 81$	4	2	5	4

As can be seen from Table III, the distribution shows that, almost no significant difference exists in the score between

the two groups ( $\chi^2(4) = 1.96$  of  $p = 0.05$  which is less than the tabulated value of  $\chi^2(4) = 9.49$ ).

## II.H Study time

The amount of time taken by the students to study can be one of the factors in their achievements. It is expected that, a student who spends more time in studying Physics can score a high score as compared to those who spend very less time in studying Physics.

**TABLE IV.** Application of  $\chi^2$  for study time distribution per week of sample group.

Hours studied	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
0-4	33	28	34	30
5-7	17	20	16	18
8-10	0	2	0	2

The result ( $\chi^2(3) = 2.06$  of  $p=0.05$  level as compared to the tabulated value of  $\chi^2(3)=7.81$ ) shows that, for each group the amount of time spent to study Physics is almost the same.

## II.I Expected Physics score in second semester

Psychologically, if a student expects a high score, he/she can have confidence and a dream and works more to achieve the score. Thus, expectation of a high score might cause a change in students' achievement.

**TABLE V.** Application of  $\chi^2$  for score expectation distribution of sample group.

Expected Score	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
$\leq 50$	0	2	0	2
51-60	0	5	0	5
61-70	12	10	14	11
71-80	30	35	26	30
$\geq 81$	8	8	10	2

Table V shows the expected Physics score by the students in each group in the second semester of the year 2009 and has no significant difference ( $\chi^2(4) = 3.12$  which is less than the tabulated value  $\chi^2(4)=9.48$ ).

## II.J Feeling of preparation

Obviously, it is known that, the difference in the feeling of preparation would result a difference in the level of achievement. The feeling of preparation of the students in both groups is listed below.

**TABLE VI.** Feeling of preparation for Physics by the students.

Feeling of preparation	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Strongly agree	14	10	12	10
Agree	36	20	38	20
Disagree	0	10	0	10
Strongly Disagree	0	10	0	10

Table VI, shows that, no significant difference between the two groups in terms of feeling of preparation ( $\chi^2(3) = 3.79$  less than the tabulated value of  $\chi^2(3) = 7.81$ ).

## II.K Computer literacy level

The researcher used the computer laboratory room in Bahir Dar Academy Secondary School to carry out the study successfully. May be, prior computer literacy is one factor that affects students' achievement.

**TABLE VII.** Computer Literacy Level of Students.

Computer Literacy Level	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Uncomfortable with computers	0	3	0	3
Marginally uncomfortable	0	2	0	4
Fairly comfortable	37	30	38	30
Very comfortable	13	15	12	13

As can be seen from Table VII, the result of the  $\chi^2$  test shows that, there is no significant difference between the two groups in terms of computer literacy level. ( $\chi^2(3) = 3.79$  which is less than the tabulated value  $\chi^2(3) = 7.81$ ).

*The effect of computer simulation used as a teaching aid*

## II.L Work experiences in electronics and electricity

Prior work experience in electronics and electricity may affect the students' achievement and it has to be assessed using the background variable questionnaire.

**TABLE VIII.** Students' work experiences distribution.

Work experience	Experimental Group		Control Group	
	Observed	Expected	Observed	Expected
Yes	0	10	0	15
No	50	40	50	35

The response of the respondents ( $\chi^2(1) = 2.31$  and tabulated value is  $\chi^2(1) = 3.84$ ) indicate that, there is no significant difference in their work experiences by the two groups.

## II.M Pre-test score on DIEFEFCT conceptual test

In addition to using the background questionnaire to assess the demographic characteristics of the students in each group, we have also administered a pre-test to assess their background knowledge about the concepts of electric fields and the associated electric forces by using conceptual questions.

**TABLE IX.** Pre-test mean score of the EG and CG.

Group	Number (N)	Mean score	Standard deviation (Std)
CG	50	8.68	2.04
EG	50	8.66	2.08

As can be seen from Table IX, the average distribution of the pre-test result by the students in each group is almost the same and the difference can be taken as zero. This indicates that, their prior understanding was almost the same. So, what makes the difference is the post test administered after three periods treatments. One unpaired tailed t-test was applied to measure the performance of the two groups.

**TABLE X.** Result of unpaired t-test between the EG and CG in their pre-test results.

Quantity type	EG vs CG
t-test tabulated	2.02
t-test calculated	0.108
p-value	0.05
df	98
Mean Difference	0.02
Significance Consideration	Not significant

The result of the t-test analysis of the pre-test administered for both groups on DIEFECT to measure their prior understanding of electric fields and the associated electric forces shows that, there is no significant difference between the two groups in their results.

## II.N Achievement of post-test

The result of the post-test which was administered after the end of the treatments for both CG and EG shows that, the EG students scored higher than the CG students.

**TABLE XI.** Post test mean score of the DIEFECT.

Group	N	Mean	Std
CG	50	10.22	2.7
EG	50	13.20	2.21

**TABLE XII.** One-tailed-t-test for CG vs EG post-test results.

Quantity type	CG vs EG
t-test tabulated	2.02
t-test	4.96
p-value	0.05
df	98
Mean difference	2.98
Significant consideration	Very Significant

The result in table XII shows that, there was a statistically significant difference in the post test scores of the CG and EG at the 5% level of significance ( $p < 0.05$ ).

## II.O Gain

The normalized gain factor from the post-test to that of the pre-test was computed using the formula:

$$g = \frac{\text{post test \%} - \text{pre test \%}}{100\% - \text{pre test \%}} \quad (1)$$

where post test % is the students' score after the post test out of 100% and pre test % is the students score after the pre test out of 100%.

**TABLE XIII.** Mean gain of pre-test and post test of the CG and EG.

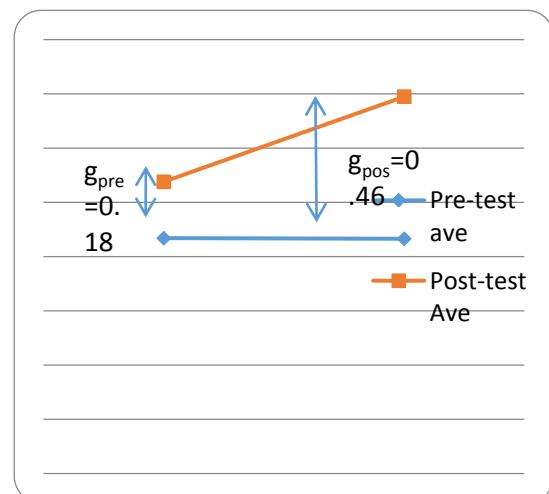
Group	Number (N)	Mean pre-test (%)	Mean post-test (%)	Mean difference (%)	Gain (g)
Control	50	43.4	53.8	10.4	0.18
Experimental	50	43.3	69.5	26.2	0.46

The gain (Hake, 1998) [21] divided the average gain values into high gain scores ( $g \geq 0.7$ ) medium gain scores  $0.3 \leq g < 0.7$  and low gain ( $g < 0.3$ ).

As can be seen from table XIII, the result shows that, the EG who used the simulations as a teaching and learning aid to learn the concepts of electric fields and the associated electric forces had medium gain scores, while the CG who was treated the same topic by a teacher centered method had scored low gain score ranges.

## II.P Comparison with the Pre-test Performance

One-tailed t-test was applied to the two groups to determine if the difference in the mean scores were statistically significant or not.



**FIGURE 1.** Mean gain of pre-test and post test of the CG and EG after and before treatment.

**TABLE XIV.** Result of t-test between CG and EG in their pre and post test scores.

Item	CG			EG		
	CG <sub>Pre</sub>	CG <sub>post</sub>	CG <sub>pre</sub> vs CG <sub>post</sub>	EG <sub>pre</sub>	EG <sub>post</sub>	EG <sub>pre</sub> vs EG <sub>post</sub>
t-test	0.054	2.48	3.21	0.054	4.28	10.08
p-value	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.0014
df	49	49	49	49	49	49
Mean difference	43.4	53.8	1.54	43.3	69.5	4.54
Significance consideration			Significant			Very significant

#### IV. CONCLUSION

After conducting the pre test and the post test, the result of students was analysed by applying a t-test for each type of question for both groups. The result of the t-test, conducted on the pre-test for the CG and EG, shows that, there was no significant difference observed. This indicates that, the two groups were found on the same level of understanding on the concepts of electric fields and the electric forces.

Out of eight questions, the mean score of the two groups from their pre test result was 1.01 and 1.04. This suggests that, both groups of students do not yet understand the concept of electric fields clearly. Thus, these topics need a mechanism, especially using a best teaching aid to help the students in creating their own mental model for a better understanding.

After the post test was conducted, the experimental group (EG) who used computer simulations as a teaching aid in learning the concepts of electric fields showed a great progress. After the post test was conducted, the mean score was found out to be 3.24 and 6.17 for CG and EG respectively. This is because computer simulations in learning the electric fields would provide the students (EG) to look in how the electric fields emanate from the positive test charge and enter the negative charge placed in the vicinity region around the positive test charge.

The simulation helps the students to place another charge in that region and see the effects visually. The simulation also provides them to see where the electric field lines were close to each other and dispersed each other on the interface.

All these phenomenon of a static charge were visual.

Thus, students who used the computer simulations in learning the concepts of electric fields visualize the properties by the user interface. This provides the students to create their own mental models about the electric fields in general, understand and master the concepts of electric fields very easily in particular. The achievement of the EG on the mastery of the concepts of electric fields was measured by the post test result and the result was analysed by applying a t-test. The result of the t-test was 3.19, which was less than the t-value of significance difference 5% [20]. This indicates that, the experimental group was better in understanding the concepts of electric fields than the control group.

The result of the t-test of the post test administered to measure their understandings of the concepts of electric forces indicated that, there was a significant difference ( $p<0.05$ ) between the two groups. The result of the t-test showed that, the EG scored better than those of the CG.

The computer simulation programs help the students to understand:

Where the electric force that is acting on a point, charge placed in the region is strong or weak; and even the user interface makes them to insert their own input; and displays whether the force is attractive or repulsive; and maximum or minimum, by increasing and decreasing the separation between the charges.

Quantity type	CG pre vs CG post	EG pre vs EG post
t-test	3.21	10.08
p-value	0.002	0.0014
df	49	49
Mean difference	1.54	4.54
Significance consideration	significant	Extremely significant

The result in Table XIV shows that, there was a significant amount of progress observed on both groups but the mean difference between the pre-test and the post-test result was highest for the EG and lowest for the CG.

### III. DISCUSSION

The result of this study suggests that, computer simulations used as a teaching aid in learning the concepts of electric fields and electric forces help students to master the abstract concepts very easily. The experimental group (EG) who used computer simulations as a teaching aid in an interactive manner with the user interface in the topic fields and electric forces master the abstract concepts better than, those of the control group (CG) who did not use computer simulations at all. So, the findings of this study are consistent with other previous findings [22].

The result analysis of the electric field, electric force, the mixed items, the electric field lines and strength, the mixed items and the schematic items administered in post test showed that students who used computer simulations technique as a teaching aid in learning the concepts of electric fields and the associated electric forces achieved more than the control group. This indicates that, students who were supported by computer simulations in learning the electric fields and the electric forces had a better understanding of the concepts of electric fields and electric forces.

The comparison of the post test result with their pre test result showed that, the EG achieved more than the CG. That is, the mean score of the EG in post test result is better than their pre test mean score. The mean difference is very significant for the EG. But, even if there was a mean difference in the score of a post test result with the pre test result by the CG, the mean difference was not yet significant.

This indicates that, the EG understands the concepts of electric fields and the associated electric forces better than those of the CG. Thus, computer simulation aided teaching and learning of electric fields and the associated electric forces had enabled students to understand better the abstract concepts of electric fields and the electric forces.

This indicates that, computer simulations used as a teaching aid in learning the concepts of electric fields and electric forces help the students to understand the concepts very easily. From the result of the t-test, there was a significant difference in the achievement of their scores on the post test by answering questions asked about the electric field, force and strength.

The result indicated that, the EG was better than that of the CG. Therefore, the EG who used computer simulations as an aid in learning the concepts of electric field, force and strength were understood better than those of the CG. Thus, computer simulations help the students to combine the concepts of electric fields and the associated electric forces together and understand the concepts by integrating each other very easily.

The t-test result showed that the experimental group was better in scoring in the post test than those of the control group. The EG used computer simulations were capable enough in interpreting figures related to those of electric fields and electric forces. Because, during the treatment, these students were made to understand each aspect of the property of electric fields and electric forces visually and they already create their own mental models about the electric fields and the electric forces.

Generally, the academic achievement of the EG that was measured by the post test examination was better than those of the CG.

Therefore, the result of this study indicates that, the students who used the virtual simulations in learning the concepts of electric fields and the electric forces were more satisfied with their instruction and even they understood the topic and they found the teaching material in learning electric fields and electric forces more engaging. From the result, we can infer that, the VS is a very useful as teaching aid especially in the case of highly interactive visualization of abstract concepts such as the electric fields and electric forces.

## REFERENCES

- [1] Ambelu, T. & Gebregziabher, K., *The effect of studentcentered approach in improving students' graphical interpretation skills and conceptual understanding of kinematical motion*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 374-381 (2011).
- [2] Barton, R. & Rogers, T., *The Computer as an aid to practical work Studying motion with a detector*, J. Computer Learning **7**, 104-112 (1991).
- [3] Byrne, C., *Virtual reality and education*, University of Washington, Human Interface, Technology Laboratory of the Washington Technology Center, Seattle, USA, Technical Publication R **93**, (1993).
- [4] Yeung, Y.-Y., *3D and virtual reality resources for effective teaching and learning of science*, S &T Educ. Conf. 2002, Hong Kong, (2002).

- [5] Youngbuilt, C., *Educational uses of virtual reality technology*, IDA Document D-2128, Virginia Institute for Defense analyses (1998).
- [6] Trona, L. M. & Klar, D., *The computer as an aid to practical work- studying Motion with a detector*, J. Computer Learning **11**, 100 (2003).
- [7] Zollman, D. & Fuller, R., *Teaching and Learning Physics with Interactive video*, Phys. Today **47**, 41-47 (1994).
- [8] Sherin, B., diSessa, A. & Hammer, D., *Dynaturtle revisited: learning physics through collaborative computer models*, Interactive Learning Environment **3**, 91-118 (1993).
- [9] Beerman, K., *Computer-Based Multimedia: New directions in Teaching and Learning*, J. North Educ. **28**, 15-18 (1996).
- [10] Laws, P., *Calculus-based Physics without lectures*, Physics Today **44**, 24-31 (1991).
- [11] Dupin, J. & Johsua, S., *Conceptions of French pupils concerning electric circuits: Structure and evaluation*, J. Res. Sci. Teach. **24**, 791-806 (1987).
- [12] Lakin-Hein, T. & Zollman, D., *Digital video, learning styles, and students understanding of kinematics graphs*, Journal of SMET Education (2000).
- [13] Donnelly, D. (Ed.), *Interactive Physics simulations appear to first year student*, Computer in Physics **11** (1997).
- [14] Johnston, I. & Millar, R. *Is there a right way to teach Physics? Proceedings: Evaluating the new technologies workshop*, Uniserve Science 37-40 (2007).
- [15] Cordes, A., *Using computers in the Physics laboratory*, J. Computers in Mathematics and Science Teaching **9**, 53-63 (1990).
- [16] Escalada, H., *Computer-based multimedia: New directions in teaching and learning*, J. Sci. Educ. **32**, 1-18 (1995).
- [17] Steinberg, R., *Computers in teaching Science: To simulate or not to simulate?* Am. J. Phys. **68**, 37- 41 (2000).
- [18] Redish, E., *Millikan award lecture, building a science of Teaching Physics*, Am. J. Phys. **67**, 562-573 (1990).
- [19] Kampourakis, C., Georgousi, K. & Tsaparlis, G., *Physical-science knowledge and patterns of achievement at the primary-secondary interface*, Chem. Edu. Res. Pract. Eur. **2**, 241-252 (2001).
- [20] Yalew, E., *Self-efficacy, perceived importance, attitude & achievements in Physics among Tana Haik comprehensive secondary school male and female students. A path model Ethiopian*, Journal of Education **11**, 25 (2005).
- [21] Hake, R., *Interactive engagement versus traditional methods: A six thousand-student survey of mechanics test data for introductory Physics courses*, Am. J. Phys. **66**, 64-74 (1998).
- [22] Choi, E. & Park, J., *Conditions for the effective use of simulations and its applications to middle-school Physics inquiry activities*, J. Korean Physical Society **42**, 318-324 (2003).

# Movimiento debido a la gravedad. Una experiencia multirepresentacional en los nuevos laboratorios del bachillerato de la UNAM



Jesús Manuel Cruz-Cisneros<sup>1</sup>, Eduardo José Vega-Murguía<sup>2</sup>, Héctor Covarrubias-Martínez<sup>2</sup>, Leticia Gallegos-Cázares<sup>2</sup> y Fernando Flores-Camacho<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Sur, UNAM.

Cataratas y Llanura S/N, Col. Jardines del Pedregal, C.P.: 04500, México, D.F.

<sup>2</sup>Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico UNAM.

Círculo exterior S/N, Ciudad Universitaria, C.P. 04510, México, D. F., México.

**E-mail:** jmcruz@unam.mx, eduardo.vega@ccadet.unam.mx, hector.covarrubias@ccadet.unam.mx, leticia.gallegos@ccadet.unam.mx, fernando.flores@ccadet.unam.mx

(Recibido el 1 de agosto de 2014, aceptado el 16 de febrero de 2015)

## Resumen

En este trabajo se describe la estructura de una secuencia didáctica denominada "Movimiento debido a la gravedad", la cual se desarrolló bajo la perspectiva del cambio representacional de los estudiantes y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación disponibles en los nuevos laboratorios de ciencias del bachillerato de la UNAM. Se presenta las condiciones de la aplicación de la secuencia a tres grupos de estudiantes y algunos de sus resultados obtenidos del análisis de un cuestionario aplicado con la modalidad pretest-postest. Las respuestas se clasificaron en las categorías: Mejoraron, No cambiaron y están bien, No cambiaron y están mal y Empeoraron. Del total de respuestas de las cuatro preguntas, el 41 % y el 29 % se ubicaron en las categorías Mejoraron y No cambiaron y están bien respectivamente, lo cual nos permite afirmar que la secuencia es favorable para el aprendizaje del tema.

**Palabras clave:** Didáctica de la Física, Movimiento acelerado, Secuencia didáctica, Aprendizaje, Experimentación, TIC.

## Abstract

This paper describes the structure of a didactic sequence called "Movement due to gravity", which was developed under the perspective of representational change in students and the use of the technologies of information and communication available in the new sciences labs of the UNAM high school. It also presents the conditions of application of the sequence to three groups of students and some of the results obtained from the analysis of four questions in a questionnaire applied with the pretest-posttest method. Responses were classified into categories: They improved, They did not change and are correct, They did not change and are incorrect and They worsened. From the total of answers to the four questions, 41 % and 29 % were placed in the categories They improved and They did not change and are correct respectively, which allows us to say that the sequence is conducive to the learning of the topic.

**Keywords:** Didactics of Physics, Accelerated movement, Teaching sequence, Learning, Experimentation, TIC.

**PACS:** 01.40.E-, 01.40.gb, 01.50.Qb

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

En el estudio de los movimientos debidos a la gravedad, la caída de los cuerpos tal vez sea la experiencia más común en los cursos de física. Sin embargo continúa siendo un tema vigente debido los problemas de comprensión que tienen los alumnos y a que la incorporación de tecnologías digitales en el laboratorio presenta nuevas posibilidades de mejorar la enseñanza de la Física.

En los programas de estudio en el nivel medio superior de la UNAM está incluido el tema de caída libre de los cuerpos así como el movimiento rotacional [1]. En estos programas se especifica que la enseñanza debe estar

centrada en los alumnos ya que ellos son los generadores de su propio conocimiento, de quienes además se sabe, por múltiples investigaciones que llegan a la escuela con ideas preconcebidas que no corresponden a los modelos científicos. Dichas preconcepciones son llamadas ideas previas o concepciones alternativas y, para que el aprendizaje ocurra, deben ser transformadas hacia las ideas científicas dentro del proceso educativo en la escuela [2].

Para apoyar el aprendizaje y comprensión de este tema en el contexto de los nuevos Laboratorios de Ciencias del Bachillerato UNAM, se desarrolló una secuencia didáctica denominada "Movimiento debido a la gravedad", [3] adecuada a las condiciones, características y recursos de

estos laboratorios [4], que se caracterizan por los recursos tecnológicos como computadoras, simuladores, sensores e interfaces, sistemas de cómputo para facilitar el trabajo colaborativo y que, además cuentan con una mejor distribución del espacio para las actividades experimentales de los estudiantes y el profesor.

La intención de este trabajo es el de informar sobre los resultados obtenidos al llevar a cabo una secuencia que incorpora un proceso didáctico basado en las representaciones múltiples desarrolladas en un entorno de TIC, en donde el propósito de aprendizaje lograr que los estudiantes transformen las representaciones que “han construido sobre los fenómenos físicos, en especial los relativos a la caída de los cuerpos. La secuencia desarrollada propone la integración de diversos elementos estructurales y funcionales como modelos, gráficas, esquemas, imágenes, ecuaciones, expresiones escritas y cualquier otro tipo de elemento del entorno epistémico y cognitivo que apoye el proceso de transformación conceptual y representacional [5].

Un ejemplo del logro que se puede alcanzar con el empleo de múltiples representaciones para la enseñanza de la cinemática se presenta en el artículo de Savinainen, *et al.* [6] donde se considera que “Las representaciones múltiples son esenciales para la comprensión de conceptos científicos y para la resolución de problemas que demandan más que la sola manipulación de ecuaciones. Además, una meta importante en la educación de la física es auxiliar a los estudiantes a aprender, interpretar y construir representaciones múltiples de los procesos físicos y aprender a moverse en cualquier dirección entre estas representaciones.”

A su vez Van Heuvelen, A. and Zou, X. L. [7] plantean que:

*“las representaciones múltiples: fomentan la comprensión de la física en los estudiantes actuando como ayudas visuales, construyen puentes entre las representaciones verbales y matemáticas y auxilian a los estudiantes a desarrollar imágenes que dan significado a símbolos matemáticos”.*

La secuencia se aplicó a los alumnos de tres grupos escolares del Colegio de Ciencias y Humanidades, dos de ellos con recursos todos los recursos de los nuevos laboratorios (computadoras, sensores, etcétera para todos los alumnos) mientras que en un tercer grupo se emplearon recursos que sólo podía utilizar el profesor y algún alumno al que se invitaba a usarlos durante la clase ya que sólo se disponía de un equipo (las sesiones de clase ocurrieron en un laboratorio tradicional).

Para la evaluación de la eficiencia de la secuencia trabajada con los tres grupos de estudiantes se hizo un seguimiento de su aplicación registrando en video y en hojas de registro de observación algunas de las sesiones de clase. Para la obtención de datos sobre la comprensión del proceso físico por los alumnos se aplicó un cuestionario en dos momentos diferentes del curso en la modalidad pretest-posttest.

## II. DESCRIPCIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA “MOVIMIENTO DEBIDO A LA GRAVEDAD”

La secuencia didáctica “Movimiento debido a la gravedad” propuesta para analizar el movimiento acelerado de un objeto que cae libremente o que se desliza por una rampa consta de tres actividades:

- En la primera actividad, “La caída libre de los cuerpos”, se estudia el movimiento de caída de los cuerpos en forma experimental mediante el uso de sensores de posición e interface conectada a la computadora y se establece el modelo matemático que lo describe comparándolo con la ecuación de caída libre.
- Segunda actividad, “El movimiento de los cuerpos en un plano inclinado (con un simulador)” consta de dos partes. En la primera los estudiantes usan un simulador para determinar la rapidez final con la que llega un disco y tubo al final de un plano inclinado sin fricción. Para la segunda parte en la simulación se incluye la rotación del disco y se estudia la influencia de ésta en la velocidad y aceleración del disco durante el descenso.
- En la tercera actividad, “El movimiento con rodamiento de los cuerpos en un plano inclinado”, los estudiantes realizan una actividad experimental con el uso de sensores para determinar la influencia que tiene la forma (un cilindro, un disco y un tubo) en la aceleración de su movimiento al rodar sobre una rampa.

La aplicación de la secuencia se llevó a cabo en tres sesiones en cada grupo.

En general, las clases inician con una presentación de sus objetivos y una discusión del tema donde el profesor plantea un cuestionamiento encaminado a buscar las ideas de los alumnos.

En algunas ocasiones el profesor explicaba el tema o se planteaba el experimento a realizar, en otros momentos se analizaban ejemplos haciendo ejercicios.

Algunos de los ejercicios se llevaron a cabo haciendo simulaciones con el programa Interactive Physics disponible en las computadoras.

Durante la actividad, el profesor proyectaba las láminas que llevaba preparadas, para esto se auxiliaba de los alumnos quienes manipulaban el equipo.

En el desarrollo del experimento los alumnos trabajan con toda libertad, realizando las pruebas que consideraban convenientes, explorando la adecuación de sus ideas con las observaciones experimentales.

Cuando el profesor lo consideraba necesario auxiliaba a los alumnos atendiendo sus peticiones, haciendo comentarios a lo que realizaban, dándoles orientaciones o indicaciones según lo requieran acercándose a sus mesas o monitoreándolos desde su computadora.

Los datos experimentales se obtienen por medio de un sistema de interface y sus sensores y el software del sistema el cual permite hacer el análisis de los datos y el ajuste de curvas para encontrar el modelo matemático correspondiente. Este sistema se desarrolló en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la UNAM).

Hay que mencionar que para los estudiantes usar sensores y simuladores les es sencillo ya que ellos tienen un buen manejo de paquetería de cómputo y de comunicaciones.

El Profesor dirigió la sesión conforme a los lineamientos descritos en el documento que presenta la secuencia [3]. Al terminar cada sesión compararon las ecuaciones obtenidas con los modelos teóricos.

### III. METODOLOGÍA

#### III.A Muestra

La muestra en estudio formada por 65 alumnos de tres grupos escolares del turno matutino.

#### III.B Instrumento

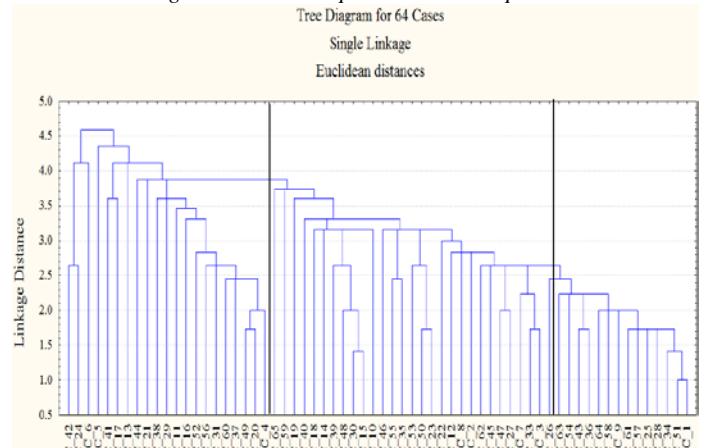
El cuestionario consta de 7 preguntas abiertas sobre el movimiento de un cuerpo en caída libre y el movimiento de tres cuerpos rígidos sobre una rampa. Todas las preguntas del cuestionario se encuentran en la secuencia didáctica, de manera que de alguna forma fueron previamente analizadas por los alumnos durante su desarrollo. El cuestionario se aplicó antes y dos semanas después de la implementación de la secuencia didáctica. A continuación se enlistan las preguntas. Todas son preguntas abiertas con justificación.

1. Describa tres casos que representen la caída de los cuerpos.
2. ¿Todos los cuerpos caen con la misma velocidad?
3. ¿Importa la forma de cuerpo en la caída libre?
4. ¿Cómo es la velocidad durante la caída de los cuerpos en el aire?
5. Imaginen que pueden eliminar los efectos de fricción entre un objeto y el aire. Si sueltan ese objeto en caída libre desde una altura  $h$ , la rapidez con la que llega al piso ¿de qué dependerá?
6. Supongan que se toma ese mismo objeto y se deja caer desde la altura  $h$ , pero se desliza sobre un plano inclinado. Considerando que entre el objeto y el plano no existe fricción, ¿de qué factores depende la rapidez del cuerpo cuando llega al piso?
7. Si se dejan rodar en el plano un tubo, un cilindro macizo y un disco, ¿cuál de ellos esperan que llegue primero al fin del plano?

#### III.C Metodología de análisis

Las respuestas se clasificaron de acuerdo al significado físico de los términos que expusieron los alumnos y se identificaron con números para analizarse estadísticamente por análisis de conglomerados.

Este análisis arrojó tres conglomerados principales de alumnos como se muestra en la Figura 1.



**FIGURA 1.** Dendrograma para los casos de la muestra. Para este estudio se utilizó el programa Statistica [9].

Con relación a las preguntas se seleccionan aquellas cuyo valor de correlación es el más alto; estas son la 3, 4, 5 y 7 y qué, además, fuesen preguntas diseñadas para inducir al estudiante a la discusión donde expliciten sus ideas. Las respuestas se analizaron y clasificaron en cuatro categorías: 1 Mejoraron; 2 No cambiaron y están bien; 3 No cambiaron y están mal y 4 Empeoraron. El significado de estas denominaciones es:

*Mejoraron.* En esta categoría se ubican las respuestas que en el postest muestren ideas adecuadas y coherentes de la explicación del fenómeno planteado, en comparación con su respuesta en el pretest. Esta categoría representa los cambios de concepción de los alumnos hacia mejores representaciones físicas y, por tanto un avance en el aprendizaje.

*No cambiaron y están bien.* En esta categoría se ubican las respuestas que en el pretest expresan una idea adecuada a cada pregunta y en el postest la ratifican aunque se expresen con otras palabras. Esta categoría representa que no hay cambios en la comprensión del problema por los alumnos.

*No cambiaron y están mal.* En esta categoría se ubican las respuestas que tanto en el postest como en el pretest son inadecuadas para explicar el problema planteado. Esta categoría representa que no hay cambios en la comprensión inadecuada de los alumnos, pues mantienen el mismo paradigma en ambos *tests* o que en el postest se manifieste (de naturaleza aristotélica).

*Empeoraron.* En esta categoría se ubican las respuestas que en postest presentan una idea inadecuada siendo que en el pretest se había expresado una respuesta adecuada aunque fuese parcialmente. Esta categoría representa también un cambio de concepción pero hacia una representación donde, aparentemente el aprendizaje de los alumnos ha retrocedido en comparación con el pretest.

## IV. RESULTADOS

Se presenta en primer lugar el tipo de respuestas de los alumnos de acuerdo a las categorías.

### IV. A. Tipos de respuestas y su asignación en cada una de las categorías

#### *Mejoraron*

Sobre la pregunta 3 algunos estudiantes que no consideraban la forma del objeto que cae, en el postest sí mencionaron su importancia cuando la caída es en el aire.

En la pregunta 4, en el pretest afirmaron que la velocidad de caída es constante y en el postest que el movimiento es acelerado. Algunos mencionan la posibilidad de alcanzar una velocidad terminal. Sobre la pregunta 5 dejaron de mencionar al peso o la masa como factor de influencia y afirmaron que la velocidad final depende de la altura inicial y del valor de la aceleración debida a la gravedad. En la pregunta 7, de haber afirmado que el tiempo de recorrido dependía de la masa o el peso, mejoraron al decir que dependía de la forma o de la distribución de masa en los objetos que ruedan.

#### *No cambiaron y están bien.*

En la pregunta 3 hay referencia a la forma del objeto que cae como algo que influye en la manera de caer por el efecto del aire sobre el objeto. Sobre la pregunta 4, afirman que el movimiento es acelerado y algunos estudiantes mencionan la posibilidad de una velocidad terminal. En la pregunta 5 mencionan a la altura inicial como determinante de la velocidad final del objeto. En la pregunta 7 afirmaron que es el cilindro el que llega primero aunque adjudican a la masa del objeto la diferencia en su rapidez.

#### *No cambiaron y están mal.*

En la pregunta 3 las respuestas fueron muy diversas pero nunca correctas. En la pregunta 4 afirman que la velocidad es constante. En la pregunta 5 adjudican el valor de la velocidad final a la masa del objeto que cae. Sobre la pregunta 7, algunos afirman que los objetos llegan igual otros no responden o bien dan respuesta errónea sin justificarla.

#### *Empeoraron.*

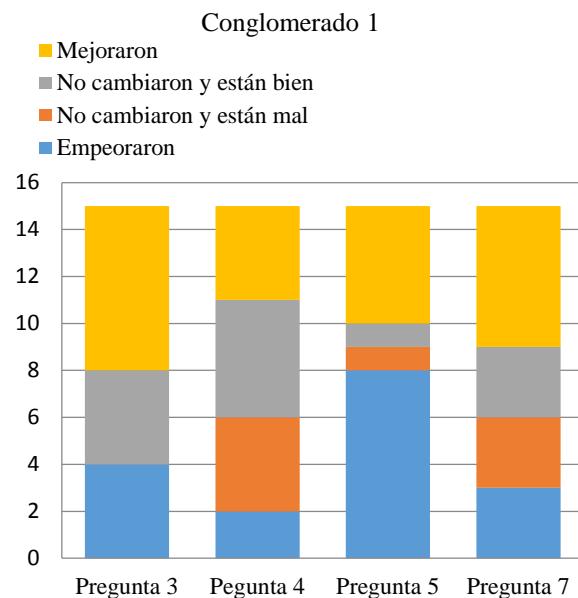
En la pregunta 3 empeoraron por cambiar de afirmar que la forma del objeto sí influye a decir que no lo hace. En la pregunta 4, sobre la velocidad en el aire cambiaron de decir que aumenta a afirmar que es constante o que depende del peso. En la pregunta 5 algunos pasaron de una respuesta adecuada a decir que la velocidad final depende del peso o la masa. Sobre la pregunta 7 algunos cambiaron de una respuesta correcta una diversidad de respuestas erróneas: llega primero el tubo, o todos igual, o el de mayor densidad.

A continuación se presentan los resultados obtenidos del análisis de conglomerados de las respuestas del cuestionario. Se obtuvieron tres conglomerados.

### IV.B Conglomerado 1

Esta conglomerado lo conforman 15 alumnos, siendo el 23.1 % del total. Se caracteriza por lograr una mejora en

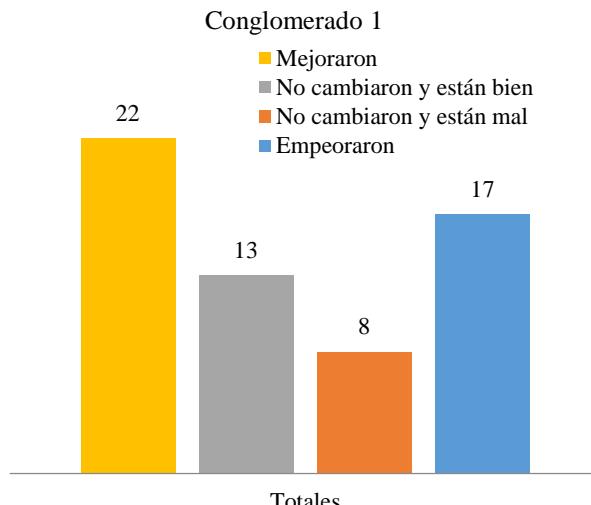
más de la mitad de las preguntas. La distribución de las respuestas clasificadas de acuerdo a las categorías descritas y por pregunta se presenta en la Figura 2:



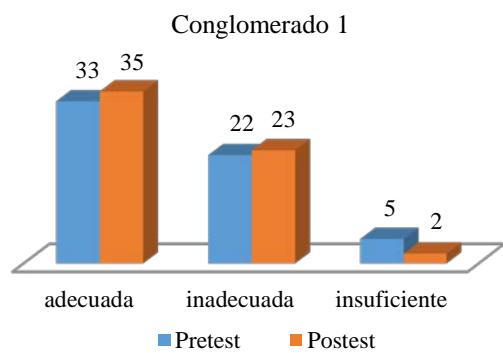
**FIGURA 2.** Frecuencia por pregunta y categoría del conglomerado 1.

Se puede considerar que este conglomerado tuvo un cambio favorable ya que 40 % de las preguntas mejoraron y 20 % se mantuvieron bien contra 25 % que empeoraron y 15 % que se mantuvieron erróneas, como se muestra en la Figura 3.

Este conglomerado es el que tuvo el cambio positivo menos favorable si consideramos juntos los porcentajes de las categorías *Mejoraron* y *No cambiaron y son acertadas* (P.3 73 %; P.4 60 %; P.5 40 % y P.7 60 %).



**FIGURA 3.** Frecuencias totales de las categorías de las respuestas del conglomerado 1.



**FIGURA 4.** Frecuencias totales de respuestas adecuadas e inadecuadas de las cuatro preguntas en el pretest y el postest del conglomerado 1.

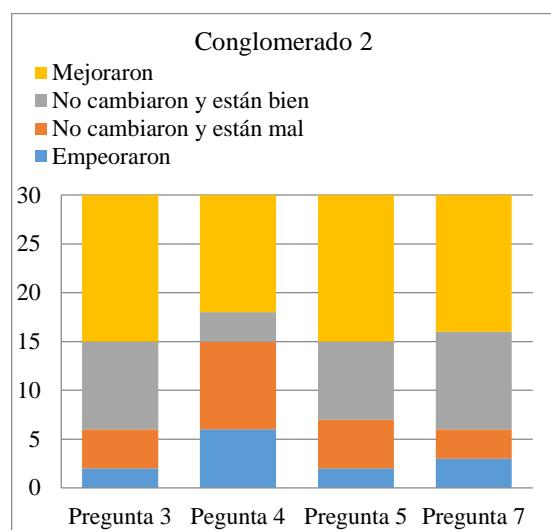
En la Figura 4 se aprecia en el postest el 60 % de respuestas adecuadas y 40 % de respuestas inadecuadas contra 55 % de respuestas adecuadas y 37 % de inadecuadas en el pretest.

Este resultado implica una mejora aparentemente poco significativa en los estudiantes. Sin embargo si se considera el 40 % de las respuestas mejoradas contra el 25 % de las que empeoraron, se puede considerar un pequeño avance en el aprendizaje.

#### IV.B Conglomerado 2

Está formado por 30 alumnos que representa el 46.15 % de la población. Se caracteriza por tener el mayor porcentaje de alumnos que mejoraron en sus respuestas y, en consecuencia, modificaron favorablemente sus conceptos.

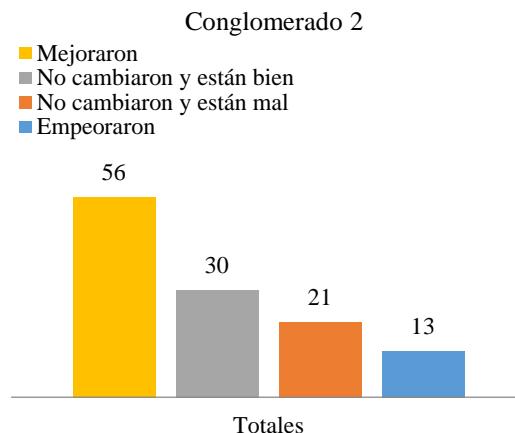
Considerando la suma de porcentajes de los que mejoraron con los que ya tenían concepciones adecuadas, el porcentaje resulta del 70 % para este conglomerado. La distribución de las respuestas clasificadas de acuerdo a las categorías descritas y por pregunta se presenta en la Figura 5:



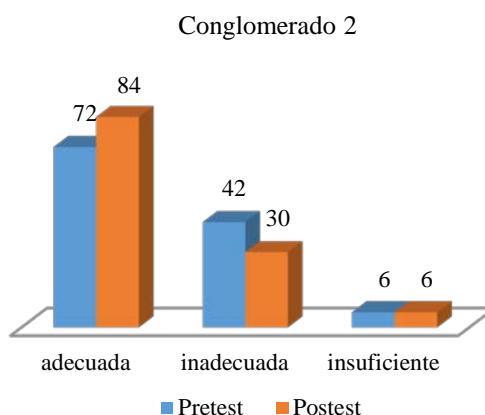
**FIGURA 5.** Frecuencias por pregunta y por categoría del conglomerado 2.

Se puede considerar que este conglomerado tiene un cambio favorable ya que mejoraron en 46 % las respuestas, manteniéndose adecuadas el 25 %, mientras que el 11 % empeoró y el 18 % se mantuvo mal como se muestra en la Figura 6.

Esta sección ocupa un lugar intermedio entre los tres conglomerados si consideramos los porcentajes de *Mejoraron y No cambiaron y son acertadas* (P.3 80 %; P.4 50 %; P.5 77 % y P.7 80 %).



**FIGURA 6.** Frecuencias totales de las categorías de las respuestas del conglomerado 2.

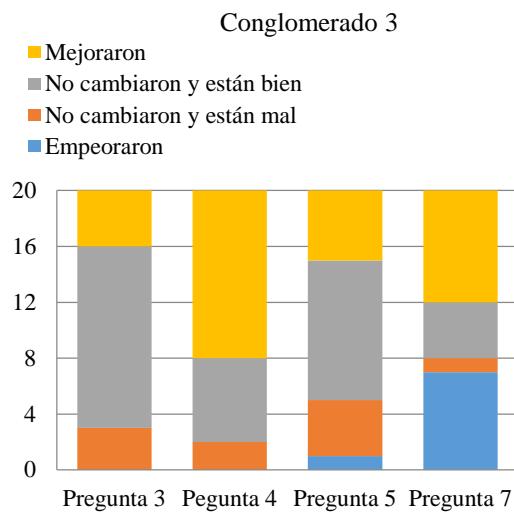


**FIGURA 7.** Frecuencias totales de respuestas adecuadas e inadecuadas de las cuatro preguntas en el pretest y el postest del conglomerado 2.

En la Figura 7 se aprecia que en el postest hubo un 70 % de respuestas adecuadas y un 30 % de inadecuadas, contra un 60 % de respuestas adecuadas y 40 % de inadecuadas en el pretest. Este resultado implica una mejoría significativa en los estudiantes, lo cual se refleja en el 46 % de respuestas que mejoraron y el 25 % que se mantuvieron bien, contra el 30 % de la que empeoraron o se mantuvieron mal, lo cual puede considerarse un avance en el aprendizaje de los alumnos.

#### IV.C Conglomerado 3

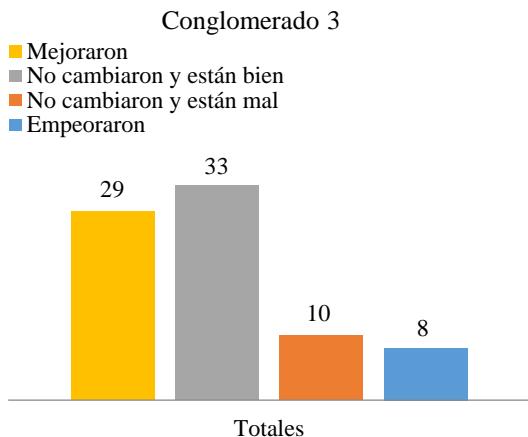
Este conglomerado es de 20 alumnos, siendo el 30.8 % del total de la población. Se caracteriza por presentar la mínima cantidad de respuestas que empeoraron o que no cambiaron y que desde el inicio estaban mal. La distribución de las respuestas de los alumnos clasificadas de acuerdo a las categorías descritas y por pregunta, se presentan en la Figura 8.



**FIGURA 8.** Frecuencias por pregunta y categoría del conglomerado 3.

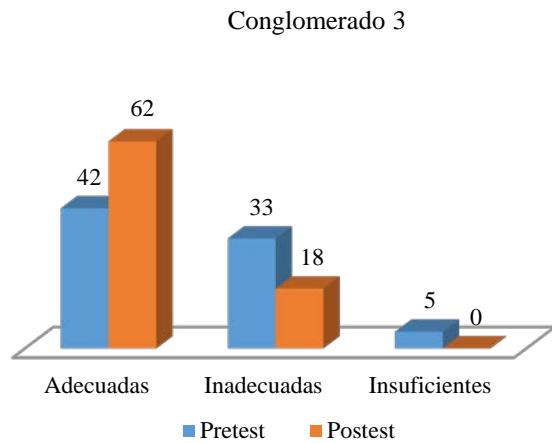
En este conglomerado mejoraron el 36 % de las respuestas, un 41 % no cambio pero tuvieron respuestas adecuadas en el pretest, el 12 % tuvieron respuestas inadecuadas en ambos test y el 10 % empeoró. Como se aprecia en la Figura 9.

Se puede afirmar que este grupo es el de mejores resultados si consideramos los porcentajes de *Mejoraron* y *No cambiaron y son acertadas* (P.3 85 %; P.4 90 %; P.5 75 %; y P.7 60 %).



**FIGURA 9.** Frecuencias totales de las categorías de las respuestas del conglomerado 3.

En la Figura 10 se muestra una comparación de los resultados totales entre el pretest y el postest.



**FIGURA 10.** Frecuencias totales de respuestas adecuadas, inadecuadas e insuficientes de todas la preguntas del pretest y postest de la sección 3.

En la Figura 10 se aprecia que en el postest hay 77 % de respuestas adecuadas y 22 % de respuestas inadecuadas contra 52 % de respuestas adecuadas y 47 % de inadecuadas en el pretest.

Este resultado implica una mejora significativa en el aprendizaje de los estudiantes de este conglomerado, sobre todo considerando que en las respuestas mejoraron en un 36 % contra un 10 % de las que empeoraron.

La característica de este conglomerado consiste en que el 42.5 % de las respuestas es de estudiantes que ya tenían un buen conocimiento en sus conceptos de modo que sólo los confirmaron en el postest. Si unimos este porcentaje con los que mejoraron llegamos al 77 % de respuestas buenas en el postest. Otra característica es que tiene el menor porcentaje de respuestas desfavorables (22.5 %). Se puede notar que en las preguntas 3, 5 y 7 sólo hubo una respuesta que empeoró.

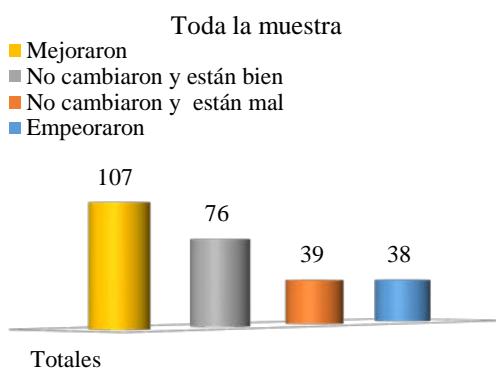
#### IV.D Integración de resultados

Los resultados totales de los tres conglomerados se resumen en la tabla I y en las Figuras 11 y 12, en las que se aprecia que 42 % de las respuestas mejoraron en el postest en comparación con el pretest, con un desafortunado o indeseable 14 % de respuestas que empeoraron, siendo las de mayor frecuencia las preguntas que se refieren al objeto que llega primero hasta a bajo de la rampa y a los factores que determinan la velocidad final de un cuerpo en caída libre.

Es relevante resaltar que en todas las preguntas hubo un 41 % de mejoras en promedio en los tres conglomerados.

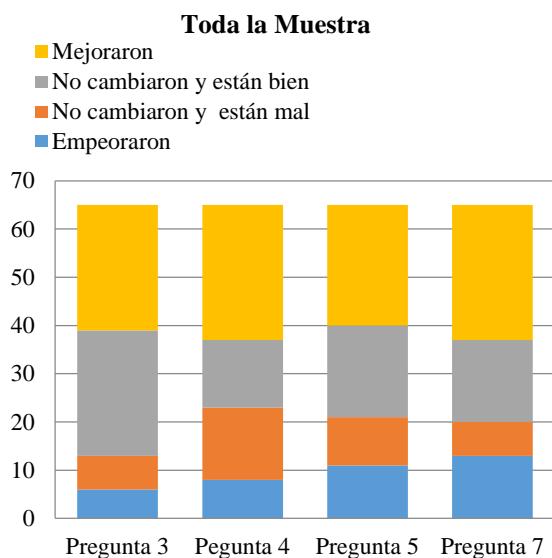
**TABLA I.** Frecuencias totales de las categorías de las respuestas en toda la población.

Categoría	Pregunta				Totales	%
	3	4	5	7		
Empeoraron	6	8	11	13	38	14.62
No cambiaron y están mal	7	15	10	7	39	15.00
No cambiaron y están bien	26	14	19	17	76	29.23
Mejoraron	26	28	25	28	107	41.15
Totales	65	65	65	65	260	100



**FIGURA 11.** Frecuencias totales de las cuatro preguntas de toda la muestra.

En forma general se aprecia que el 70 % de todas las respuestas de la muestra expresan ideas adecuadas, ya sea porque mejoraron o porque tenían ideas correctas y los confirmaron en el postest.



**FIGURA 12.** Frecuencias totales por pregunta y categoría de toda la muestra.

#### *Movimiento debido a la gravedad. Una experiencia multirepresentacional...*

De la revisión de las respuestas de los estudiantes en el pretest y el postest se desprende lo siguiente. Que las preguntas que denotan una mayor complicación son las que se refieren a: la descripción del movimiento de caída de los cuerpos (P. 4); muchos estudiantes confunden la velocidad de caída con la aceleración constante; en otros casos si bien reconocen que el aire afecta la caída, confunden que alcanzar la velocidad terminal se debe a una reducción en la velocidad y no a que la aceleración se reduce a cero.

Con relación a los factores que determinan la velocidad final de caída (P. 5), es amplia la dependencia que los estudiantes le atribuyen a la masa y al peso (no presentan una clara diferencia entre peso y masa). Es conocido por múltiples investigaciones que esta concepción es difícil de modificar [2] y [8], sin embargo, esto se logró de manera significativa con la secuencia aplicada.

Sobre los objetos que bajan en el plano inclinado (P. 7) la dificultad que se presenta en esta pregunta probablemente se deben a lo complejo que resulta para los alumnos comprender el proceso dinámico y cinético del movimiento rotacional, como es el caso de integrar la parte traslacional con la rotacional que depende del momento de inercia de cada objeto. Esto implica el cambio conceptual para dejar de darle importancia a la masa y al peso para considerar y concebir ese nuevo concepto para ellos.

La pregunta menos problemática resulta P. 3 que corresponde a la influencia que tiene la forma de los cuerpos en su caída. La mayoría de los estudiantes (40 % en el pretest y 40 % en el postest) presentan concepciones razonables, si bien no con la precisión que sería deseable.

Así, los estudiantes reconocen que la forma de los cuerpos es relevante cuando el movimiento es en un fluido como el aire, ya sea porque formas que consideran “aerodinámicas”, como dicen “cortan” el aire con facilidad, o porque de ella depende la fricción o resistencia con el aire. Otra idea complementaria que expresan es que en el vacío no tiene importancia la forma.

#### V. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar la secuencia didáctica “Movimiento debido a la gravedad” hubo un aprendizaje favorable de los estudiantes ya que en las respuestas de las preguntas seleccionadas del cuestionario un alto porcentaje corresponden a la categoría “Mejoraron” es decir sus respuestas en el postest fueron adecuadas al menos parcialmente para explicar el problema que se les plantea y, desde luego, mejores a lo expuesto en el pretest.

Con relación a la categoría “No cambiaron y están bien” otro porcentaje importante corresponde a estudiantes que en su pretest ya mostraban concepciones adecuadas y en el postest sólo los ratificaron, en este caso la secuencia didáctica permitió reafirmar sus conocimiento.

Hay que enfatizar que el 70 % del total de las respuestas de las preguntas seleccionadas están en estas dos categorías.

El resto de las respuestas fueron clasificadas como inadecuadas ya que, en el caso de los que empeoraron, si

Jesús Manuel Cruz-Cisneros et al.

bien tenías respuestas aceptables en el pretest, en el postest no mostraron mejoría sino retroceso, lo que corresponde al 14 % de las respuestas.

La secuencia se desarrolló en un ambiente de reflexión y análisis de las ideas de los alumnos, motivado por los retos y cuestionamientos que planteaba el profesor, integrando las actividades experimentales (con el uso de sensores y de video) y con simuladores en un entorno multirepresentacional. Debido a estos apoyos tecnológicos las actividades experimentales podían ser replanteadas y, como eran breves y fáciles de hacer, los alumnos exploraron las diversas alternativas que planteaban. De manera similar, ocurrió durante la realización de simulaciones en las que se probaban situaciones difíciles o imposibles de lograr con el experimento. Estos recursos permitieron incorporar nuevos elementos de representación que favorecieron un mejor aprendizaje.

El cambio desafortunadamente no fue positivo en todos los casos, pues no se logró modificar sus ideas previas, hecho en parte esperado debido a la dificultad de lograr el cambio conceptual en todos los estudiantes como ha sido reportado en múltiples artículos.

Desde otro punto de vista cabe señalar que utilizar los recursos tecnológicos de los nuevos laboratorios permitió que los estudiantes desarrollaran con facilidad sus experimentos y usaran los programas de simulación sin problemas dado que la mayoría de ellos mostraron destreza en su uso sin necesidad de una capacitación o de dedicar mucho tiempo en clase para que aprendieran a utilizarlos.

Es importante decir respecto a los simuladores que estos de ninguna manera sustituyen a la experimentación en el laboratorio sino que son un complemento para ello pero si es importante usarlos pues apoyan de manera relevante la construcción de marcos multirepresentacionales.

## AGRADECIMIENTOS

Dra. Elvia Perrusquia-Máximo, Dra. Elena Calderón-Canales y QFB Sheila Sánchez Lazo-Pérez por sus valiosos comentarios y sugerencias.

## REFERENCIAS

[1] UNAM-Escuela Nacional Preparatoria. *Planes de estudio*. Disponible en: <http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/cuarto/1401.pdf>.

& <http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/sexta/1611.pdf>. UNAM-Colegio de Ciencias y Humanidades. Disponible en: [http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/plan\\_estudio/mapa\\_fisica.pdf](http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/plan_estudio/mapa_fisica.pdf), para Física I y Física III.

[2] UNAM, *Ideas previas*. Disponible en: <http://ihm.ccadet.unam.mx/ideasprevias/>. Consultado el: 30 de enero de 2013.

[3] Cruz-Cisneros J. M. et al., Secuencia didáctica Movimiento debido a la gravedad, En: Covarrubias M. H. et al. (Coords.), *Secuencias didácticas de Física para los laboratorios de ciencias del Bachillerato UNAM 25-63*, (Dirección General de Publicaciones y Fomento Editorial, UNAM, México, 2011).

[4] Flores, F. & Gallegos, L., *Laboratorio de Ciencias para el Bachillerato UNAM (Fundamentos Educativos). Una propuesta didáctica para el trabajo en el laboratorio de los bachilleratos universitarios*, Documento de trabajo del Grupo de Cognición y Didáctica de las Ciencias del CCADET, para el proyecto: Laboratorio de Ciencias para el Bachillerato, 43 pp. (2009). Disponible en: <http://www.laboratoriosdeciencias.unam.mx/sites/default/files/fundamentos%20LaboratorioF.pdf>

[5] Covarrubias M. H. et al., *Secuencias didácticas de Física para los laboratorios de ciencias del Bachillerato UNAM, 16*, (Dirección General de Publicaciones y Fomento Editorial UNAM, México, 2011).

[6] Savinainen, A., Nieminen, P., Mäkinen, A. & Viiri, J., *Teaching and evaluation materials utilizing multiple representations in mechanics*, Physics Education **48**, 372-377 (2013).

[7] Van Heuvelen, A. & Zou, X. L. *Multiple representations of work-energy processes*, Am. J. Phys. **69** 184-194 (2001).

[8] Hierrezuelo, J. & Montero, A., *La ciencia de los alumnos*, Ediciones LAIA/MEC, Barcelona, 1979). & Vienot, L., *Spontaneous reasoning in elementary dynamics*, Eur. JSci. Educ. **1**, 205-221 (1979). & Whitaker, R. J., *Aristotle is not dead: student understanding of trajectory motion*, American Journal of Physics **51**, 352-357 (1983). & Driver, R., Guesne, E. & Tiberghien, A., *Ideas científicas en la infancia y la adolescencia*, (MEC/Morata, Madrid, 1989).

[9] Stat Soft, *STATISTICA for Windows*. [Computer program manual]. (Stat Soft, Tulsa, 1998). <http://www.Statsoft.com>.

# Project-Based Learning applied in pre-service teacher education



Marcos Henrique Abreu de Oliveira<sup>1</sup>, Robert Fischer<sup>1,2</sup>, Mara Fernando Parisoto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Federal Institute of Alagoas, Maceió, Alagoas, Brazil

<sup>2</sup>Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil

Email: marcosabreu.12@gmail.com

(Received 29 July 2014, accepted 25 January 2015)

## Abstract

Applying, instead of merely discussing, students centered teaching methods in teacher education can be a challenging endeavor. In this work we discuss the adaptation of Project Based Learning (PBL), which in the literature is usually discussed targeting secondary-level pedagogy in developed countries, to suit the needs of adult learners attending teacher education evening classes in one of the least developed regions in Brazil. Contrasting the advice given in literature with experimental results obtained in Alagoas, we find that in comparison to teenagers, adult learners need more freedom to bring in their strongly varying backgrounds, as well as more practice in peer- and self-evaluation. We also note that an effective implementation of PBL in teacher education requires changes in the overall curriculum to avoid shortfalls in content knowledge and to foster the learner's self-efficacy to later on applying these techniques in class themselves.

**Keywords:** Project Based Learning, Teacher Education, Andragogy.

## Resumen

Aplicar, en lugar de limitarse a discutir, puede ser una tarea difícil cuando los estudiantes están centrados en los métodos de enseñanza de la formación del profesorado. En este trabajo se discute la adaptación del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), que en la literatura es controvertida en cuanto a la orientación pedagógica de nivel secundaria, en los países desarrollados. En este caso en una de las regiones menos desarrolladas en Brasil debe adaptarse a las necesidades de los estudiantes adultos que asisten a clases nocturnas para formación del profesorado. Contrastando los consejos dados en la literatura, con los resultados experimentales obtenidos en Alagoas, nos encontramos con que: en comparación con los adolescentes, los estudiantes adultos necesitan más flexibilidad para poder cambiar los diversos antecedentes que ellos tienen. Así como, más práctica en mirar con atención y más autoevaluación. También observamos que la aplicación eficaz del ABP en la formación docente, requiere cambios en el plan de estudios general, para evitar deficiencias en el conocimiento del contenido. Y se requiere fomentar la autoeficacia del estudiante, para que más adelante la aplicación de estas técnicas en clase lo haga por sí mismo.

**Palabras clave:** Aprendizaje basado en proyectos, Formación del profesorado, Andragogía.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.Jc, 01.40.gb, 01.40.Di

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

Project based learning (PBL) is a didactic method that is known to increase most student's engagement and foster skills [1, 2], which is an increasingly important aspect in teaching [3]. It is therefore a valuable tool in a teacher's toolbox and it is discussed, in theory, in many teacher education programs. However, in Brazil it is seldom applied in a teacher education courses itself and consequently rarely adapted by the new teachers in praxis: having never experienced PBL from the learner perspective, many new teachers feel insufficiently prepared and thus refrain from applying this powerful method in class.

On the other hand, it is not as straightforward as one might assume to implement PBL in teacher education courses. While most of the literature on the topic refers to a secondary-school setting in developed countries, the

situation in teacher education courses for adults in developing countries like Brazil differs in several significant ways. These aspects need to be taken into account and addressed to avoid a discouraging experience for the participants. In this work we review some of the respective literature, discuss necessary adaptations and test them in a 2nd year teacher education course on science education for future math teachers at the Instituto Federal de Alagoas in Brazil (IFAL).

Although we find that the resulting course layout was very well received by the students and exceeded our own expectations in some aspects, we also identify and discuss weaknesses of the approach that require improvement for future implementations. The remainder of the paper is structured as follows: We first contrast the specific setting for teacher education encountered in the test environment to the situation commonly assumed in literature. We then

review some of the literature with a focus on the PBL framework suggested by Carl Rogers [4], which we used as a base for the course development. After discussing the specifics of adapting and implementing the suggestions made in literature to suit the particularities of adult learners with weak educational background in evening classes, we close by discussing observations in a test course and their respective implications for embedding PBL in the Instituto Federal's teacher education course curriculum

## II. IMPLEMENTING PBL IN TEACHER EDUCATION

In planning and implementing a pre-service teacher education course design based on PBL for the IFAL, we encountered not only challenges but also some advantages originating from the fact that course participants are not the teenagers in a secondary school of a developed country usually assumed in the literature [5]. Below we summarize the most important characteristics of the course setting and discuss their implications for the course design.

1) The **educational system in Alagoas**, the poorest state in Brazil, has severe difficulties, which affect both the students' own educational background as well as their future workplaces. Due to the absence of effective public policies, one major socioeconomic problem, among others, is illiteracy, affecting 24.6 % of the population, while 36.5 % are known to be functionally illiterate [6].

In 2012, the PISA study [7], conducted by the OECD, revealed that Alagoas' students not only have the lowest educational level in all three subject areas tested by the study (mathematics, reading and science) in the whole country, but that for all three areas their results are even below the respective score in any of the 65 countries and economies around the globe participating in the study[8].

While these numbers describe the current situation of 15 years old students, some of the course participants, as will be shown below, have left schools more than 10 years ago, when the educational system was even worse.

Consequently, the content knowledge [9] of future teachers originating from this environment is rather low and their own pedagogical experiences usually limited to ex-cathedra teaching. We furthermore noted the cultural phenomena that students hesitate to assume responsibility for their own learning. Within the given limitations, the course design had therefore to allocate sufficient time for the students to adapt to the unfamiliar responsibilities and procedures related to PBL.

We also saw the need for several theoretical lessons on how to structure and write project related documents such as reports, workplans or even meeting minutes.

2) Almost all "licenciatura" (teacher education) course participants at IFAL are **working adults** with family obligations, attending the course in evening classes. Due to competing duties at work, home and university, their course attendance is sometimes irregular and marked by fatigue, as observed in an earlier work by Togni and Carvalho [10].

Under the given conditions, we assumed that the participants had relatively little time for class work or project meetings outside the scheduled lessons.

While this was a significant hurdle for some of the participants, it turned out to be less of an obstacle than expected. In contrary, out of school meetings of project groups, e.g. on weekends, compensated partially for missed lessons in the evening classes. We learned that in comparison to teenagers, adult learners with multiple obligations benefit from a greater freedom to allocate their time, as long as deadlines and objectives are clearly communicated.

A second important factor is that the students were adults, meaning that one must also pay attention to the learning characteristics of this period of life [11], as well as the different kind of relationships they develop with fellow students and the teacher. Malcolm Knowles [12, 13] identifies the prerequisites for a successful formal learning situation with adults (andragogy) as: establishing a climate of mutual respect for each other's experience; involving the learner in the planning and evaluation of her instruction, clearly explaining the purpose and relevance of the learning objectives, and teaching problem-centered rather than content-oriented. Since adult learners are intrinsically motivated and self-directed, PBL thus appears to be even more suitable for adults than for teenagers.

We therefore designed the course layout such that the students were encouraged to incorporate their professional experience and personal interests, which John Dewey [14] called aptly 'dawning capacities', in their project work.

Relative to younger secondary-level learners, a much greater importance in the course design was laid on self- and peer-evaluation; already for the practical reason that a fair evaluation of project work is one of the greatest challenges the new teachers will face when applying PBL later on in class.

3) Although trained as math teachers, recent research shows that the new teachers will be also employed to teach science subjects such as physics, chemistry, and at times biology [15]. In a pre-course survey, a majority of the participants indicated a low to no interest in science subjects compared to math.

Teachers with negative **attitude towards science** can have a highly demotivating impact on their science-interested students, thus adding to the already problematic lack of scientists and engineers in South America [16]. The course therefore also aimed at connecting the student's personal interests with science topics in order to improve their attitude towards science.

## III. PBL IN THE LITERATURE AND ITS APPLICATION

Phyllis Blumenfeld and coworkers defined project based learning as "comprehensive approach to classroom teaching and learning that is designed to engage students in investigation of authentic problems"[17]. While they focus on the motivational effect that real-world problems may

have on children, PBL offers another, maybe even more important feature, by encouraging learners to contribute to the project and thus to their own learning with their specific knowledge, experience and skills. The individual learning process thus automatically builds on the student's current educational development, which, according to David Ausubel, is an important precondition to facilitate meaningful learning [18].

In another work, Ausubel [19] lists as further requirements for meaningful learning that learning objectives are relevant to the learner, and that the learner is willing to relate it to her cognitive structure. In the given case of adult learners with a large variety in their respective *vitas*, both professionally and private, the best solution to account for this broad range of interests and backgrounds was to give students a greater freedom in choosing their project topic, while at the same time providing a clearly defined common objective.

Carl Rogers was a psychologist who stressed the need of learner-centered teaching, because, as he argues, "A person learns significantly only those things that are perceived as being involved in the maintenance of or enhancement of the structure of self" [20]. His assumption of the intrinsically motivated learner corresponds well with Malcolm Knowles description of an adult learner discussed above. Carl Rogers also expresses his conviction that "the only man who is educated is the one who has learned how to learn, how to adapt and change, the one who knows that no knowledge is secure" [21], a concept which today is commonly framed as "lifelong learning" of adults throughout their worklife. Since his theories seem more compatible with andragogy than *e.g.* frameworks originating in constructivism with focus on child development [5], we based the course design on the Roger's "project method" [21], which he defined by the following characteristics:

1. In order to facilitate self-initiated learning, the student needs to face a problem that he recognizes as relevant for himself.
2. The teacher's responsibility is to provide adequate resources.
3. Students sign a contract detailing the project and learning objectives.
4. Students work in learning facilitating groups.
5. The teacher builds a positive environment, providing assistance and guidance without restricting independent learning.
6. The teaching approach makes use of simulations of real-world situation.

The first item in this list, which is also stressed by Malcolm Knowles for the effective teaching of adults, has been addressed by giving the course participants the freedom to choose their own research topic. The only given constrain was that the project has to produce a tangible educational resource for teaching science at a secondary school.

This allowed each student to make use of her particular educational and professional background.

Although the teacher offered the use of the university's laboratories also outside the regular school hours, the

responsibility for providing the required resources lay with the students. This included the search of related literature as well as the material to build and test the educational product. Violating the second point on Rogers' list was intended to hone the students' ability to find and select material for teaching – an important teacher skill. Due to group's feedback and a vivid exchange of sources among students, the groups succeeded in finding the required literature as well as low-cost solutions for their educational product.

Rogers' framework includes a contract between the teacher and the learner about the project and learning objectives. We incorporated this in the course design by simulating the process required for project funding by a research agency. The student's had to write and sign a brief project proposal, a slightly more detailed work plan with a definition of the deliverable, as well as to file a final report.

Teaching the course participants how to structure and write such documents costs several hours from the course's time budget, but it also provides students with valuable additional skills.

The forth item on Rogers' list, the building of project groups, was also left to the students, as long as each group had no more than 4 members. Since the students take classes together for more than a year, the groups structured very rapidly and no frictions within the groups was observable for the teacher over the period of the course. Similarly, the teacher also limited the interference with the group work mainly to enforcing the deadlines for and giving feedback on the documents and presentation produced by the groups.

Later on, when the course participants apply PBL in their own teaching, they will face the difficulty to assess the project work and give students a fair mark for their individual contributions. To train this specific skill, each student had to assess at two occasions the project presentations of all other groups. Additionally, each group had to reflect on its own work (self-evaluation) in the group's final report. In order to avoid distortions in these peer and self-evaluations observed by Hye-Jung Lee and his co-worker [22], we provided an evaluation guideline with the assessment criteria ahead of the project presentations.

According to Oswaldo Frota-Pessoa's [23] suggestion, each group gave a class presentation on their progress and presented their respective project deliverable, a tangible didactic tool, in a small science fair which also marked the course end. In comparison, adult learners seem to appreciate this form of communicating their results to peers more than younger students. This became particularly evident when one group, on its own initiative, submitted their results, and, upon acceptance, enthusiastically presented them at a local conference.

#### **IV. EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSION**

In 2013, the course design described above was implemented and tested in a 2nd year pre-service teacher

education course on science education for future math teachers at the Instituto Federal de Alagoas in Brazil. None of the students had previous experience with PBL. In order to get a better understanding of the participants, their situation and their view on the course layout, we employed a pre-course questionnaire and conducted semi-structured interviews at the course end (after the final presentation yet before the participants knew their individual marks). Additionally, we evaluated the written material produced by the groups, namely their project description, work plan, meeting minutes, presentations, peer-evaluations for presentations and final reports.

The 6 groups developed the following educational resources for teaching science at a secondary level:

1. A solar powered water heater
2. A board game for teaching math
3. A low-cost distiller for chemistry classes
4. A wind turbine to generate electrical energy
5. An electromagnetic cannon
6. A filter to generate portable water from rainwater [not completed]

Interestingly enough, the participants' financial limitations in providing material to build educational resources, which was one of the students primary concerns at the beginning of the course, was transformed by the students into an innovation driver. All groups found ways to employ low-cost materials and focused on smart and sustainable use of resources, thus making the educational resources they developed easier to reproduce by other teachers in the region.

To provide a better insight, we will discuss the results gained from the experimental test class from three different perspectives, namely those of the teacher giving the test class, the participating students and an external observer qualitatively evaluating the data collected during the test course.

#### IV.A From the teacher's perspective

The students' commitment exceeded by far the expectations, most of them investing more time outside school than during the class. Some students with an irregular attendance at class surprised at the project presentations with good, work intensive results that were mainly obtained during group meetings outside the university. In the classroom, the atmosphere was marked of mutual respect and participation.

While the PBL approach was well received by the students, the conceptual knowledge of the underlying physical or chemical effects and processes often stayed superficial. The knowledge acquisition on the subject stopped often at the very level that was needed to build the educational resource, and the broader context of the project's topics was hardly explored by the students – even though this was encouraged for the writing of the project related documents. Some of these issues might be successfully addressed by relocating the specific course earlier to the first half of the undergraduate curriculum and then continuing the use of PBL throughout the teacher education program.

#### IV.B From the student's perspective

In the semi-structured interviews conducted with the course participants after the final presentation, five categories of comments made by the students stood out:

- 1) Connecting educational and social reality:

*"The construction of the [solar powered water] heater improved the condition of my family because it has brought some electricity saving. Today we wanted to bring the heater [to the presentation in class], but it is already installed in my home and my wife is now using it." (Group 1);*

*"We chose to develop a wind generator because in our state there are innumerable houses without electricity, especially in the countryside ..." (Group 4);*

- 2) Gain in procedural knowledge[24]:

*"In the beginning we did not know what a project was, we couldn't make evaluations of our own work or the work of others, after all, we are used to be judged by others, and we did not know how to make a presentation [...] With the PBL methodology we created something new [a board game to teach math] and presented the project in an academic congress. With the teacher's support we are writing our first article of many we intend to do" (Group 2);*

- 3) Self-efficacy:

*"When the teacher told us we could choose any subject to study I was paralyzed, not knowing what to do [...] In the beginning it was difficult, but together with my colleagues... [...] I also had to help some of my colleagues how to learn" (Group 3);*

- 4) Giving and receiving feedback:

*"I had the responsibility to criticize myself and criticize the work of others. This is a hard work because we are not used to giving and receiving criticism. I was afraid that my colleague would get upset with my feedback, but, over time, we were seeing this as a useful evolution of our learning. Criticism, over time, became more natural" (Group 4);*

- 5) Confidence to use PBL in class:

*"Based on the [short] time we've been working with PBL, I don't feel myself prepared to teach with this methodology. I think we need more subjects taught with this method ..." (Group 4).*

#### IV.C In the external researcher's perspective

There were no observable dropouts with respect to the discipline or to projects, which were chosen and developed entirely by the students. With the exception of one group (water filter), the projects were completed and evaluated positively.

Nevertheless, students showed deficiencies in conceptual knowledge as well as problems in completing the final reports with the information obtained from the meeting minutes. We observed that most students were inexperienced in basic methods to structure documents about their work.

There were also significant differences between groups, their work approaches, in-group communication [25] and activities carried out:

Some groups, such as group 4, which had a regular class attendance, consisted of members who were committed to the project and produced good documentation. But the group members had to realize half way through the course that their goals were unachievable within the given timeframe. In contrast, another group (group 2) had set for itself clear and achievable goals. They also consisted of committed members, who, though not always present in class, progressed rapidly, and even tested the prototype of the game they developed with students at an elementary school (one of the members has been working in this school as math teacher). Yet another group (group 1) consisted of silent workers. Although their project planning observed in the classroom seemed to be weak and making only slow progress, this group demonstrated a high commitment to their work, held frequent meetings at student's homes and obtained excellent results in the end.

While in general the course participants developed a positive attitude towards PBL, they did not consider themselves sufficiently prepared to implement this methodology in their future professional activities. A single course in the curriculum using the PBL approach appears therefore insufficient to really move the participants to apply this didactic method themselves.

#### IV. CONCLUSIONS

Adult learners attending evening classes after work indeed demonstrate different learning behavior and a larger variety of individual backgrounds when compared to regular secondary level schooling situations. We nonetheless found that by adapting the suggestions in the literature on pedagogy to andragogy, PBL can be a very effective didactic tool to help students in teacher education to

- assume responsibility for their own learning,
- train self- and peer evaluation,
- develop procedural knowledge, and
- connect teaching content with social context.

On the other hand, we also noted some shortcomings in the course design, as for example the relative low level of content knowledge and conceptual knowledge students gained during the course. The feedback received from the students indicates that one PBL based course alone is insufficient to prepare and motivate the future teachers to adapt PBL in their own teaching.

Addressing these issues would require adaptations not only in the course design alone but also in the curriculum in which the course is embedded.

While we focused in this work on the students in a teacher education program, one needs to note that a wider adaptation of PBL and similar didactic methods in the context discussed above also depends on the teacher trainers, not only their students. A successful implementation of PBL – especially for adult learners – requires respect for and appreciation of the knowledge,

*Project-Based Learning applied in pre-service teacher education* skills and background that learners bring into class. Since an overly dominating teacher role suppresses the learning process of the very skills PBL aims to foster, a different kind of relationship between learner and trainer is required, which at times may not coincide with local customs and culture. Even though this aspect might make it more difficult, the results obtained by this study make us confident that these efforts are worthwhile.

#### REFERENCES

- [1] Hattie, J., *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*, (Routledge, London, 2008).
- [2] Planinščič, G., *Project laboratory for first-year students*, Eur. J. Phys. **28**, S71 (2007).
- [3] Bruns, B., Evans, D. & Luque, J., *Achieving world-class education in Brazil: The next agenda*, (The World Bank, Washington, 2011).
- [4] Rogers, C. R., *Liberdade para aprender*, 2<sup>nd</sup> Ed. (Interlivros, Belo Horizonte, 1973).
- [5] Thomas, J. W., *A review of research on project-based learning*, (Autodesk Foundation, San Rafael, 2000).
- [6] IBGE, *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios. Síntese de indicadores 2011*, (IBGE, Rio de Janeiro, 2012).
- [7] OECD, *Relatório Nacional PISA 2012 Resultados Brasileiros*, (OECD, São Paulo, 2013).
- [8] OECD, *PISA 2012 Results in focus*, (OECD, São Paulo, 2013).
- [9] Shulman, L. S., *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, Educ. Res. **15**, 4-14 (1986).
- [10] Togni, A. C. & Carvalho, M. J. S., *A escola noturna de ensino médio no Brasil*, Rev. Iberoam. Educ. **44**, 61-76 (2007).
- [11] Coll, C., Palácios, J. & Marchesi, A., *Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia evolutiva*, (1995).
- [online] Available in: <http://bases.bireme.br/cgi-bin/wxislind.exe/iah/online/?IsisScript=iah/iah.xis&src=google&base=LILACS&lang=p&nextAction=lnk&exprSearch=642257&indexSearch=ID>. Accessed: 8 Jul 2014.
- [12] Knowles, M. S., III, E. F. H. & Swanson, R. A., *The adult learner, sixth edition: The definitive classic in adult education and human resource development*, 6<sup>th</sup> Ed. (Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2005).
- [13] Knowles, M. S., *The modern practice of adult education Vol. 41*, (New York Association Press, New York, 1970).
- [14] Dewey, J., *My pedagogic creed*, J. Natl. Educ. Assoc. **18**, 291-295, 1929).
- [15] Fischer, R., Fireman, E. & Gomes, J. R., *Who teaches science in Alagoas? A quantitative analysis of non-specialist teaching at primary and secondary schools in Brazil*, B. Phys. Educ. **1**, 80-91 (2013).
- [16] Mourshed, M., Farrell, D. & Barton, D., *Education to employment: Designing a system that works*, (McKinsey & Company, New York, 2013).
- [17] Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M. & Palincsar, A., *Motivating project-based*

- learning: Sustaining the doing, supporting the learning, Educ. Psychol. **26**, 3-4, 369-398 (1991).
- [18] Ausubel, D. P., *The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view*, (Springer, Dordrect, 2000).
- [19] Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H., *Educational psychology: A cognitive view*, 2<sup>nd</sup> Ed. (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1978).
- [20] Rogers, C. R., *Client-centered therapy: Its current practice, implications and theory*, (Constable, London, 1951).
- [21] Rogers, C. R., *Personal power: Inner strength and its revolutionary impact*, (Trans-Atlantic Publications,

London, 1978).

- [22] Lee, H.-J. & Lim, C., *Peer evaluation in blended team project-based learning. What do students find important?*, Educ. Technol. Soc. **15**, 212-224 (2012).
- [23] Frota-Pessoa, O., *Os caminhos da vida I, II e III-Biologia no Ensino Médio*, (Scipione, São Paulo, 2001).
- [24] Krathwohl, D. R. *A revision of Bloom's taxonomy: An overview*, Theory Pract. **41**, 212-218 (2002).
- [25] Heo, H., Lim, K. Y. & Kim, Y., *Exploratory study on the patterns of online interaction and knowledge co-construction in project-based learning*, Comput. Educ. **55**, 1383-1392 (2010).

# Tecnologias digitais computadorizadas contribuem com o ensino de Física?



Francisco Cristiano da Silva Macêdo<sup>1</sup>, Josefina Barrera Kalhil<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA)

Campus Timon, Avenida Luís Firmino de Sousa No.3907, Mutirão, CEP.65.

635-468, Timon, Maranhão, Brasil.

<sup>2</sup>Departamento de Ciencias, Universidade Estadual do Amazonas, Av.

Djalma Batista No.2470, chapada, CEP 69050-010, Manaus-Amazonas, Brasil.

E-mail: fcsmacedo@gmail.com

(Received 12 December 2014, accepted 25 February 2015)

## Resumo

Neste artigo o objetivo é discutir a utilização das tecnologias digitais computadorizadas como ferramenta pedagógica no ensino e aprendizagem da Física. Para isto, partimos de dois princípios: do rompimento da sua utilização assentada nos métodos tradicionais e da promoção do ensino e a aprendizagem para a formação cidadã e crítica dos estudantes. Elas são capazes de mediar à construção do conhecimento e despertar o interesse para resolução de problemas, sobretudo é sábio utilizar as TDC como instrumento capaz de colocar o educando em atividade e estimulá-lo a aprender significativamente os conteúdos científicos e relacioná-los com suas vivências. Se elas são capazes de auxiliar a superação dos paradigmas tradicionais de ensino e aprendizagem, enriquecem as possibilidades de descobertas, estímulos, pesquisas e o relacionamento entre a ciência, tecnologias, sociedade e meio ambiente.

**Palavras chave:** Tecnologias digitais computadorizadas, Educação em Ciências, Ensino e aprendizagem de Ciências.

## Abstract

In this article the goal is awareness on the use of digital computer technology as a pedagogical tool in teaching and learning science. For this, we start from two principles: the breakup of their use in setting and promoting traditional methods of teaching and learning to civic education and critical students. They are capable of mediating the construction of knowledge and arouse interest for problem solving, is particularly wise use TDC as an instrument to put the learner in an activity and encourage him to learn significantly scientific content, and relate them to their experiences. If they are able to assist in overcoming the traditional paradigms of teaching and learning, enrich the possibilities of discovery, stimulation, research and the relationship between science, technology, society and environment.

**Keywords:** Digital Computer Technologies, Science Education, Teaching and learning of Science.

**PACS:** 01.40. E-, 01.40. gb, 01.40.J-, 01.50.H, 01.50.ht, 01.75.M

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUÇÃO

Este artigo é uma revisão fruto de preocupações que a nosso ver todo professor de Física deve têm ao optar pelo uso das tecnologias digitais computadorizadas<sup>1</sup> (TDC) no processo de ensino e aprendizagem. Estas tecnologias têm sido cada vez mais utilizadas no ambiente escolar como

ferramentas pedagógicas para melhoria do processo de ensino e aprendizagem. No entanto, na maioria das vezes em desacordo ou inexistência de uma teoria da aprendizagem que não esteja centrado no processo cognitivo da memória, mas no pensamento, na reflexão, na cognição, na inteligência, que dê significado aos conteúdos na estrutura cognitiva do educando. Como também em desacordo com os objetivos da educação científica.

Neste trabalho discutimos estes dois aspectos que consideramos relevantes e indubitablemente necessários para o êxito da utilização das TDC na educação em ciências, particularmente na Física.

<sup>1</sup>As tecnologias digitais computadorizadas (TDC) referidas neste trabalho são os dispositivos computadorizados que sozinho ou em conjunto são capazes de processar, armazenar e transmitir informações digitais. São os computadores, a internet, aparelhos celulares, tablets, impressoras, dentre outros.

## II. O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE FÍSICA COM AS TECNOLOGIAS DIGITAIS COMPUTADORIZADAS

Antes de optar/adequar as tecnologias digitais computadorizadas às práticas pedagógicas, na perspectiva de inovar ou não, o professor de Física deve refletir sobre duas questões primeiras: para que ensinar ciências aos educandos? Como eu concebo que o educando aprende?

Após elucidar estas questões o educador poderá pensar como as TDC podem adequadamente auxiliar as práticas pedagógicas. A utilização destes recursos tecnológicos não representam nenhuma inovação nos métodos de ensino e aprendizagem ou novas práticas pedagógicas apenas pela sua utilização como recursos instrucionais em práticas tradicionais como muitos educadores acreditam e, nas palavras de Ramos e Struchiner [1], não é o material que determina as práticas pedagógicas, mas a forma como ele é utilizado em determinado contexto, podendo ser um elemento de inovação pedagógica ou apenas uma nova roupagem a velhas práticas.

Um aspecto que possivelmente possa estar contribuindo para que os professores de Física utilizem as TDC sem reflexões encontra-se na formação dos professores de ciências. De acordo com Oliveira & Resende [2], existe uma tradição histórica para formar cientistas na formação inicial de professores e esses valores são repassados e perpetuados ao longo dos anos. Esta tradição de acordo com Aydeniz e Hodge [3], resultou numa cultura universitária em que os professores universitários se utilizam de práticas rígidas de ensino e aprendizagem e apenas aqueles que conseguem atingir resultados pelo esforço do conteudismo transmitido e empenho do trabalho duro, da memorização dos conteúdos e do fazer científico na reprodução das mesmas práticas, estariam aptos a fazer parte deste grupo cultural, sendo bem sucedidos na investidura de se tornarem cientistas/especialistas.

A tradição universitária apontada pelos autores nos mostra que os cursos de formação de professores de ciências das universidades conservam métodos de ensino e aprendizagem da educação tradicional e positivista na perspectiva da formação de bachareis.

Para Boudieu [4], a universidade é conservadora porque os educadores inclinam-se a cultura aristocrática, e devem o sucesso universitário social às classes privilegiadas. No Brasil frequentar a universidade ainda é privilégio de poucos, historicamente em aproximados dois terços do século XX apenas pelos filhos das elites dominantes e estes não se formavam professores.

Desta forma, com o advento dos cursos de licenciatura nas áreas de ciências, os professores formadores continuaram a ensinar os futuros professores numa cultura bacharelesca, desconsiderando as discussões e pesquisas sobre as teorias da educação, acabando por conservar práticas atualmente consideradas obsoletas e estáticas numa sociedade demasiadamente dinâmica.

Num recente trabalho apresentado na *Latin American Science Education Research Association* (LASERA) ocorrida em outubro de 2013 no Brasil, Cavalcanti, Macêdo e Silva [5], apontaram - numa pesquisa realizada numa

instituição pública de nível superior - que nos cursos de licenciatura os resultados das pesquisas em/sobre ensino de Ciências não chegam aos estudantes, que os professores formadores não tratam dessas pesquisas em meio à formação cultural sobre ensino de ciências no espaço acadêmico. Tal tendência acaba pela conservação de práticas escolares repassadas aos futuros professores de Ciências. Acrescente-se que no Brasil há uma considerada produção acadêmica na área de educação em ciências na atualidade.

Pesquisas como a de Cavalcanti, Macêdo e Silva [5] necessitam ser realizadas em outras instituições na perspectiva de promover discussões sobre a relevância da educação em ciências na formação inicial e continuada do professor em ciências, em especial de Física.

De forma geral, sem reflexões críticas a respeito do porque e para que ensinar física na atualidade, sem reflexões sobre as teorias do conhecimento, métodos de ensino e aprendizagem, as TDC em nada contribuirão para o ensino, para a aprendizagem e formação dos educandos, mas apenas materiais de conservação de práticas tradicionais.

### II. A Para que ensinar ciências aos educandos?

Segundo Cachapuz, Jorge e Praia [6], “o conceito tradicional de ciência como uma natureza autônoma (internalista) e com uma legalidade que se impõe de forma absoluta, do exterior aos seres e às coisas, de sentido autoritário, reducionista e determinista, não tem mais sentido”.

No século XX surgiu a relatividade das verdades, novas teorias epistemológicas, o enfoque e relevância da subjetividade, a complexidade, as mudanças da sociedade contemporânea da informação e comunicação e as preocupações com o esgotamento dos recursos naturais, questões estas e outras que não coadunam com a ideia da ciência do inicio da modernidade, introduzida na educação positivista com as teorias filosóficas e epistemológicas da educação tradicional que ainda se conservam na educação científica dos dias atuais.

É neste contexto que Krasilchik [7], nos aponta que os métodos tradicionais de ensino e aprendizagem iniciaram seu processo de esgotamento nos meados do século XX, ao surgirem discussões sobre a inovação curricular e a forma ver e de ensinar os conteúdos de Ciências.

Gil-Perez, Carvalho, Praia, Fernández, Carrascosa, Cachapuz [8], tem investigado a relevância de ressignificar o ensino e a aprendizagem de ciências de forma que supere a formação de especialistas, em detrimento de uma formação para todos os cidadãos. Uma formação que articule os conhecimentos científicos às tecnologias, a sociedade e ao meio ambiente (CTSA), assim poderá desenvolver ciência reconhecendo o caráter social, engajando os educandos na luta por um mundo melhor e sustentável.

Para os autores acima citados [8], é preciso reconhecer que em qualquer nível educacional, a formação científica não garante a adoção de decisões adequadas para resolução de problemas a serem enfrentados na sociedade. Não

somente os especialistas em determinada área do saber podem contribuir para transformar a sociedade e o ambiente, mas todos os cidadãos. Não se nega a formação de cientistas/especialistas, contudo é necessária uma efetiva formação científica para que todos sejam partícipes das decisões a serem tomadas na sociedade, uma educação em ciência com consciência, de verdades transitórias e que não departamentalize o saber desligando-os da realidade e totalidade [9, 10].

Dentre os conhecimentos científicos que são estudados na Física estão - a exemplo - a mecânica que estuda o movimento dos corpos considerando e não suas causas, o equilíbrio. Na termologia, estuda-se a temperatura, o calor, os isolantes térmicos. Na eletricidade, corpos condutores e isolantes elétricos, resistências elétricas, efeito Joule, dentre muitos outros conteúdos.

Entretanto, é necessária consciência cidadã para intervir nos fenômenos sociais, e para contextualizar com os conteúdos científicos supracitados utilizamos o caso da indústria do amianto, em que num primeiro momento da história, especialistas apontaram-no como um material de grande potencial para fabricação de telhados, caixas d'água, estruturas de paredes dentre outros.

O amianto foi reconhecido por possuir “grande resistência mecânica e a altas temperaturas, ao ataque ácido, ataque alcalino e de bactérias. É incombustível, durável, flexível, resistente, sedoso, facilmente tecido e tem boa qualidade isolante”. [11].

Em pouco tempo a indústria do amianto cresceu assustadoramente nos países ricos e emergentes. Passados alguns anos surgiram casos de doenças e mortes relacionadas ao amianto, o que gerou uma série de questionamentos com relação aos riscos que o pó do amianto causa a saúde.

Dentre as doenças relacionadas citou-se “o câncer de pulmão, de laringe, do trato digestivo e de ovário, ainda o mesotelioma de pleura, uma forma rara de tumor maligno”[11]. A constatação dos riscos à saúde levou a luta de alguns países à proibição da fabricação do amianto, tendo êxito em 52 nações, contudo o poder das indústrias capitalistas e a ausência de medidas dos governamentais e consciência dos cidadãos dos riscos, lutas sociais, o amianto ainda é fabricado e comercializado em muitos países, na grande maioria os emergentes e dentre eles o Brasil [11, 12,13].

Situações como esta nos mostra que os conhecimentos da Física foram relevantes para a fantástica descoberta dos benefícios do amianto pelos especialistas, no entanto, a ausência da relação dos conteúdos científicos com as questões sociais, da vivencia no mundo, torna a formação científica para a maioria da população insuficiente para que estes compreendam os riscos que o amianto causa a saúde e envolvam-se na luta para não aquisição de produtos, pressionar autoridades, governos e indústrias para a sua erradicação ou uso controlado nos países emergentes.

Assim sendo, é explícita a necessidade de uma formação científica voltada a cidadania.

Pesquisas como de Gil-Pérez e Vilches [14], abordam sobre a temática e apontam outras situações de grande repercussão no contexto mundial como problemas criados

*Tecnologias digitais computadorizadas contribuem com o ensino de Física?*

pelos fertilizantes químicos e pesticidas na década de 1930, que produziram uma verdadeira revolução agrícola, a construção das centrais nucleares e do armazenamento dos resíduos radioativos, dos gases destruidores da camada de ozônio como o clorofluorcarboneto (CFC), do efeito estufa, do aquecimento global, dentre outros.

Acrescente-se a estes os impactos sociais ocasionados pela revolução tecnológica do século XX, como a substituição da mão de obra humana pelas máquinas ampliando o desemprego, a violência, a pobreza dentre outras sequelas sociais.

## **II. B Como se concebe que o educando aprende?**

Na escola o ensino de ciências e particularmente da Física, necessita de teorias e práticas que coadunem com a sociedade atual. Reconhece-se que a transmissão e a memorização de conteúdos têm sua relevância em contextos pontuais não complexos, como por exemplo, na apresentação de um novo conceito de ciências em sala de aula em que o professor apresenta aos educandos os conceitos mais gerais e o que já se conhece sobre ele, o estudante memoriza pontualmente um fato, lei, lugar, fórmula, endereço ou fenômeno envolvido, uma aprendizagem mecanizada que logo se apagará da memória num curto período de tempo.

Entretanto, para uma aprendizagem mais duradoura que seja capaz de proporcionar ao aprendente o saber elucidar problemas complexos em diversas situações problema é necessário que o educando consiga ancorar o conhecimento novo a ser aprendido a alguma construção anterior presente em suas estruturas mentais e, ao assemelhar o conhecimento âncora/prévio ao novo estará dando ao novo conhecimento um significado e assemelhando-o a ele.

Neste constructo se dará a aprendizagem significativa [15]. Nesta senda, é relevante que educadores reflitam sobre as teorias de aprendizagem e da formação escolar para tratar das TDC no ensino e na aprendizagem porque a utilização destas tecnologias na educação em ciências sem reflexão de: como o sujeito aprende, para que, e como ensinar e aprender os conhecimentos científicos, na atualidade não trarão - estas potenciais tecnologias somente pela sua utilização - nenhuma contribuição, nem inovação.

Elas serão apenas um instrumento que propicia a aprendizagem mecânica, a memorização e a transmissão de informações que dificilmente permitem aos estudantes criarem seus próprios conceitos, relacionar os conteúdos científicos as vivências e resolver problemas de natureza complexa.

Assim sendo, a utilização das TDC no ensino de ciências deve estar calçada numa teoria filosófica, epistemológica e pedagógica, alinhadas que superem o ensino transmissivo e a aprendizagem memorística e os recursos utilizados devem auxiliar na formação dos sujeitos objetivando a criticidade, o respeito à vida, a sociedade e ao meio ambiente. Acrescentamos que têm sido tímidas as quantidades de pesquisas com as TDC no contexto latino-americano o que necessita de ampliação de investigações.

### III. A RELAÇÃO CTS/CTSA NO ENSINO DE CIÊNCIAS

São oportunas as discussões entre Ciência-Tecnologia-Sociedade CTS/CTSA na educação em ciências em detrimento dos direcionamentos e impactos sociais e ambientais ocasionados pela revolução tecnológica, como também pela crise da educação científica na atual sociedade. As primeiras discussões sobre CTS surgem nos meados de 1970 ampliando-se na medida em que os avanços da ciência e da tecnologia provocavam mudanças na sociedade. Ocorreram também neste período modificações na visão sobre a natureza da ciência e do seu papel social [16].

O desenvolvimento científico e tecnológico a partir de então interferiu consideravelmente na sociedade e no ambiente trazendo benefícios e malefícios a curto, médio ou longo prazo para ambas.

Para Angotti e Auth [17],

*Está cada vez mais evidente que a exploração desenfreada da natureza e os avanços científicos e tecnológicos obtidos não beneficiaram a todos. Enquanto poucos ampliaram potencialmente seus domínios, camuflados no discurso sobre a neutralidade da C&T e sobre a necessidade do progresso para beneficiar as maiorias, muitos acabaram com os seus domínios reduzidos e outros continuam marginalizados, na miséria material e cognitiva [17].*

Com efeito, o sistema capitalista remodelou-se com a revolução tecnológica transformando a ciência e a tecnologia em matérias primas por excelência ampliando na sociedade os aspectos excludentes que segundo Libâneo, Oliveira e Toschi [18], esta revolução tem seus pilares na tríade: energia termonuclear, microbiologia e microeletrônica. Dentre elas a mais facilmente percebida é a microeletrônica por suas manifestações no cotidiano, o que provocou alterações nas necessidades, hábitos, costumes, na formação de habilidades - em destaque as habilidades cognitivas. Para este pilar a vedete é o computador que possui potencialidades infinidáveis que tornam as pessoas fascinadas ou pressionadas a utilizá-las, de modo que já se estabeleceu uma cultura digital.

A revolução da microeletrônica trouxe reflexos econômicos, sociais e culturais consideráveis, pela depreciação e substituição do trabalho humano pela máquina, em destaque na agricultura, na indústria e no comércio, ampliando a exclusão, a miséria, o desemprego, a banalização da violência, a prostituição o suicídio, dentre outras anomalias [18].

Para Bazzo [19], não podemos negar e nem confiar em excesso nas contribuições científico-tecnológicas, sob o risco de nos alienarmos e esquecer de que a ciência e a tecnologia incorporam questões sociais, éticas e políticas

Dante das questões abordadas a escola necessita incorporar estes novos valores da revolução tecnológica, perceber suas potencialidades e engajar-se na luta para a transformação social promovendo ciência e tecnologia, formação para a vida e para o processo produtivo, para a cidadania crítica, participativa e ética. [18].

Diante deste quadro a perspectiva CTS nos parece uma alternativa para a educação científica, capaz de promover ciência e tecnologia, sobretudo desenvolver no educando a capacidade de tomar de decisões, bem como a compreensão sobre a natureza da ciência e do papel que esta desempenha na sociedade.

Para Linsingen [20], a perspectiva CTS envolve temas sociais e promove a participação ativa dos educandos e educadores, suas vivências socioculturais em várias dimensões em detrimento de uma formação crítica e cidadã.

De acordo com Gil-Perez e Vilches [14],

*A recuperação dos aspectos históricos e de relações Ciência-Tecnologia-Sociedade-Ambiente (CTSA), sem deixar de lado os problemas que protagonizam um papel central no questionar de dogmatismos e na defesa da liberdade de investigação e pensamento, pode contribuir para devolver à aprendizagem das ciências a vitalidade e relevância do próprio desenvolvimento científico [14].*

Não é novidade que não se tem conseguido vitalizar a educação científica. É neste sentido que os aspectos históricos de relação da CTS/CTSA podem contribuir com a formação dos educandos como apontam os autores supracitados [14] em prol de uma sociedade mais justa e sustentável. Nestes termos a abordagem CTS permite o rompimento de uma ciência neutra e contribui para melhorar a criticidade e “possíveis soluções de problemas sociais, econômicos, ambientais, permitindo maior contribuição social das interações entre ciência, tecnologia e sociedade” [21].

A abordagem CTS tem ganhado considerada aceitação e reconhecimento no cenário brasileiro havendo ampliado às discussões e preocupações emergentes das questões ambientais, acrescentamos a existência de coadunações e divergências sobre as acepções teóricas das nomenclaturas ao discutirem a inserção das questões ambientais, a relação CTS/CTSA que não abordaremos neste texto.

Trabalhos recentes apontam que um prospecto curricular no contexto CTS/CTSA, precisa de uma organização bem estruturada devendo se utilizar de mecanismos coerentes que possam promover um ensino que resulte numa aprendizagem crítica e reflexiva por parte dos educandos no trinômio ou polinômio ciência-tecnologia-sociedade e ambiente.

No contexto internacional, de acordo com Linsingen [20] *apud* Ferreira [21], a abordagem CTS norte americana tem sido mais pragmática e está preocupada com as consequências sociais e ambientais da ciência e tecnologia na sociedade. Já na Europa está centrada na pesquisa acadêmica, tendo como base as ciências sociais – sociologia, psicologia e antropologia. Ela dá ênfase a estas dimensões precedente ao desenvolvimento científico e tecnológico [21, 19].

Outros pesquisadores, como: Aikenhead [22], Rubba & Wiesenmayer [23], Zimmermann e Mamede [24], Acevedo [25, 26], Vilches [27], Linsingen [20], Cachapuz [28, 6], Auler e Delizoicov [29] também conferem grandes contribuições para o movimento CTS no contexto internacional.

A perspectiva CTS particularmente na educação em

ciências não implica desvalorizar outras dimensões igualmente importantes, e que devem estar incluídas no processo formativo dos educandos, tais como, a questão dos conteúdos específicos, a formação científica, a formação de habilidades e diversos outros requisitos necessários à vida individual e social.

#### **IV. AS TDC NA PERSPECTIVA DA CTS/CTSA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS CIÊNCIAS**

No século XXI o desafio escolar da educação em ciências é educar propiciando aos estudantes “o desenvolvimento humano, cultural, científico e tecnológico de modo que adquiram condições para enfrentar e transformar o mundo contemporâneo” [30].

Neste contexto, este trabalho defende que as TDC devem ser utilizadas na educação em ciências tendo previamente havido uma reflexão e escolha sobre uma teoria do conhecimento e um objetivo para a educação em ciências que respondam as questões da atualidade.

As TDC podem ser ferramentas de aproximação/mediação em benefício da perspectiva CTS/CTSA enriquecendo as possibilidades de pesquisa, descobertas e estímulos respondendo ao individual, ao social e ao ambiental. É tarefa da educação e da escola refletir sobre o uso dessas tecnologias evitando que seja apenas um recurso didático praticamente simbólico [31].

Um aspecto importante é que tecnologia não está resumida ao contexto das ferramentas/máquinas, ideia simplista sob o risco de cair numa tecnocracia, ela possui uma dimensão mais ampla e teórica de ciência, técnica, aspectos sociais, econômicos e políticos, iniciada no movimento da revolução industrial. Entretanto, neste trabalho se discute as TDC como ferramentas pedagógicas.

Outro aspecto não menos relevante que se deve atentar é que as indústrias de softwares introduziram e introduzem nas sociedades, produtos de TDC que propiciavam seu maior interesse, o econômico, o que levou as pessoas e a escola a consumirem tecnologias de computador que se adequaram a transmissão e aos métodos tradicionais de aprendizagem [32].

Seymour Papert é o teórico prólogo a perceber o computador como uma ferramenta educacional, para ele o computador não é uma simples ferramenta instrucional, ela é capaz de mediar à construção do conhecimento oportunizando o sujeito a aprender fazendo com ações reflexivas do fazer do pensamento [33].

A concepção de Papert [32] sobre o computador na educação desloca as TDC da concepção de uma mera ferramenta de instrução e transmissão para uma potencial ferramenta educacional de construção que proporciona ao estudante entrar em atividade e permitindo-o refletir sobre sua própria aprendizagem, a envolver-se em atividades de resolução de problemas não apenas de nível conceitual, mas temas geradores/transversais - da vivência cotidiana do estudante, questões sociais, ambientais, tecnológicas e educacionais – a valorizar a reflexão, a motivação, o erro, dentre outras situações.

*Tecnologias digitais computadorizadas contribuem com o ensino de Física?*

Nesta perspectiva as TDC podem ser utilizadas em diversas situações de ensino e de aprendizagem que superam o ensino transmissivo, a instrução e a aprendizagem memorística/mecânica. Nesta senda, cabe ao professor articular a teoria eleita à correta utilização da(s) ferramenta(s) [34].

Embora a ideia de ferramenta de construção de Papert tenha base no construtivismo psicogenético, a utilização das TDC como instrumentos pedagógicos para a educação em ciências não se resume a teoria construtivista na perspectiva Piagetiana, podendo ser utilizadas efetivamente na perspectiva de outras teorias da aprendizagem como a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel ou a teoria sociointeracionista de Vygotsky ou outra que dê significado aos conhecimentos científicos na construção de um ser humano que valorize a cultura, a ciência, a tecnologia e o ambiente que enfrente os desafios do mundo contemporâneo transformando-o num lugar melhor.

#### **V. CONSIDERAÇÕES EMERGENTES**

O uso das TDC como ferramentas pedagógicas no ensino e aprendizagem da Física cresce mesmo a educação sendo a área que possivelmente ocorra: maiores resistências, tênues reflexões e considerado despreparo dos atores escolares quanto à sua utilização. Não defendemos a escola como reproduutora da sociedade, mas para transformar esta última, é necessário a escola refletir e pesquisar sobre os desafios que lhe são impostos.

A utilização das TDC como recurso pedagógico é um desafio para a educação em ciências. A utilização de simuladores, *internet*, *softwares* educacionais, programação, aplicativos, utilitários dentre outros necessitam de reflexões prementes sobre o papel da educação científica no século XXI e sobre a(s) teoria(s) da aprendizagem que sustenta(m) as práticas educativas.

Refletir sobre estas questões é uma prioridade numa sociedade complexa repleta de tecnologias que exige cada vez mais habilidades das pessoas para lidar com o mundo da informação e comunicação, da exclusão humana pela máquina e dos esgotamentos dos recursos naturais. Estas reflexões não devem ocorrer em ações educativas isoladas nas salas de aulas pelos docentes, mas conjunta, nos encontros pedagógicos, grupos de estudos, desenvolvimento de projetos, pesquisas educacionais envolvendo gestores, professores, técnicos, estudantes e comunidade.

Não nos arriscarmos neste trabalho a aconselhar como utilizar as TDC como instrumentos pedagógicos, considerando que apenas aqueles que vivenciam e pesquisam em cada contexto escolar conhecendo seus aspectos sociais e culturais tem autoridade para depor sobre suas experiências com as TDC, mas nos detemos a discutir o que é necessário para que se comece a utilizá-las com consciência, na perspectiva de superar concepções e práticas obsoletas de ensino e aprendizagem e refletir sobre os objetivos da educação científica para este século.

Em respostas às inquietações levantadas neste trabalho, sugerimos em breves linhas a teoria da aprendizagem

significativa como epistemologia e a perspectiva CTS/CTSA como um objetivo da educação científica, contudo, não se fecham nestas concepções.

## REFERÊNCIAS

- [1] Ramos, P. & Struchiner, M., *Concepções de educação em pesquisas sobre materiais informatizados para o Ensino de Ciências e de Saúde*, Revista eletrônica Ciência & Educação **15**, 659-679 (2009). Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v15n3/13.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2014.
- [2] Oliveira, I. De & Resende, F., *Discurso de estudantes e habitus Pedagógico em Cursos de Graduação em Ciências Naturais*, Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências **11**, 55-73 (2011).
- [3] Aydeniz, M. & Hodge, L. L., *Is it dichotomy or tension: I am a scientist. No, wait! I am a teacher!*, Cultural Studies of Science Education **6**, 165-179 (2010).
- [4] Bourdieu, P., *A escola conservadora: As desigualdades frente à escola e a cultura*, Em: Nogueira, M. A. & Catani, M. (Orgs.), *Escritos de Educação*, (Vozes, Petrópolis, 1996).
- [5] Cavalcanti, A. S., Macêdo, F. C. da S. & Silva, M. de F. V., *Estudo sobre a Educação em Ciências nas pesquisas dos professores formadores de professores de Ciências do IFMA/Timon*, Em: Latin American Science Education Research Association LASERA, Manaus, (2013).
- [6] Cachapuz, A. et al., *A necessária renovação do Ensino de Ciências*, 3ª Ed. (Cortez, São Paulo, 2011).
- [7] Krasilchik, M., *O professor e o currículo das ciências*, (EPU/EDUSP, São Paulo, 1987).
- [8] Gil-Pérez, D. et al., *Superação das visões deformadas da ciência e da tecnologia: um requisito essencial para a renovação da educação científica*, Em: Cachapuz, A. et al., *A necessária renovação do Ensino de Ciências*, 3ª Ed. (Cortez, São Paulo, 2011).
- [9] Chassot, A., *A ciência através dos tempos*, 3ª Ed. (Moderna, São Paulo, 2010).
- [10] Morin, E. (Org.), *Educação e Complexidade: Os sete saberes e outros ensaios*, 2ª Ed. (Cortez, São Paulo, 2004).
- [11] Instituto Nacional de Câncer INCA, *Amianto*, (Ministério da Saúde, Brasil). Disponível em: [http://www1.inca.gov.br/conteudo\\_view.asp?ID=15](http://www1.inca.gov.br/conteudo_view.asp?ID=15). Acesso em: 12 jun. 2014.
- [12] Wünsch Filho V., Neves H. & Moncav J. E., *Amianto no Brasil: conflitos científicos e econômicos*, Revista da Associação Médica Brasileira **47**, 259-261 (2001). Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=s0104-42302001000300040&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=s0104-42302001000300040&script=sci_arttext). Acesso em: 28 jun. 2014.
- [13] Mendes R., *Asbesto (amianto) e doença: Revisão do conhecimento científico e fundamentação para uma urgente mudança da atual política brasileira sobre a questão*, Cad. Saúde Pública **17**, 7-29 (2001).
- [14] Gil-Pérez, D., Vilches, A., *A importância da educação científica na sociedade atual*. Em: Cachapuz, A. et al., *A Necessária Renovação do Ensino de Ciências*, 3ª Ed. (Cortez, São Paulo, 2011).
- [15] Moreira, M. A., *O Que é afinal aprendizagem significativa?*, Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueafinal.pdf>. Acesso em: 27 mai. 2014.
- [16] Santos, W. L. P. & Schnetzler, R. P., *Educação em Química: Compromisso com a cidadania*, (Unijuí, Ijuí, 2000).
- [17] Angotti, J. A. P. & Auth, M. A., *Ciência e Tecnologia: implicações Sociais e o papel da Educação*, Revista Ciência & Educação **1**, 15-27 (2001).
- [18] Libâneo, J. C., Oliveira, J. F. de, & Toschi, M. S., *Educação Escolar: Políticas, estrutura e organização*, 10ª Ed. (Cortez, São Paulo, 2011).
- [19] Bazzo, W. A., *Ciência, Tecnologia e Sociedade: E o contexto da educação tecnológica*, (UFSC, Florianópolis, 1998).
- [20] Linsingen, I. V., *Perspectiva educacional CTS: Aspectos de um campo em consolidação na América Latina*, Revista Ciência & Ensino **1**, número especial (2007).
- [21] Ferreira, D. P. *As contribuições de temas socioambientais para a aprendizagem de Matemática, sob os enfoques CTS, Educação Matemática crítica e Educação Ambiental*, Dissertação de Mestrado, (Centro Federal de Educação Científica e Tecnológica do Rio de Janeiro CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2012).
- [22] Aikenhead, G. S., *What is STS science teaching?*, Em: Solomon, J. & Aikenhead, G., *STS education: International perspectives on reform*, (Teachers College Press, New York, 1994).
- [23] Rubba, P. A. & Wiesenmayer, R. L., *Goals and competencies for precollege STS education: recommendations based upon recent literature in environmental education*, Journal of environmental Education **19**, 38-44 (1988).
- [24] Zimmermann, E. & Mamede, M. A., *Novas direções para o letramento científico: Pensando o Museu de Ciência e Tecnologia da Universidade de Brasília*, IX Reunión de la Red-Pop (2005).
- [25] Acevedo, J. A., *Educación tecnológica desde una perspectiva CTS. Una breve revisión del tema*, Alambique, **3**, 75-84 (1995).
- [26] Acevedo, J. A., *Cambiando la práctica docente en la Enseñanza de las Ciencias a través de CTS*, Borrador **13**, 26-30 (1996). Disponível em: <http://www.oei.es/salactsi/acevedo2.htm>. Acesso em: 8 jul. 2014.
- [27] Vilches, A., *Las interacciones CTS y la enseñanza de las ciencias físico-químicas*, (Universidad de Valencia, Valencia, 1993).
- [28] Cachapuz, A. et al., *Do estado da arte da pesquisa em educação em Ciências: Linhas de pesquisa e o caso “Ciência-Tecnologia-Sociedade”*, Revista de Educação em Ciência E Tecnologia, **1**, 27-49 (2008).
- [29] Auler, D. & Delizoicov, D., *Ciência-Tecnologia-Sociedade: relações estabelecidas por professores de ciências*, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, **5**, 337-355, (2006). Disponível em: [http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen5/ART8\\_Vol5\\_N2.pdf](http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen5/ART8_Vol5_N2.pdf). Acesso em: 22 mai. 2014.

- [30] Angotti, J. A. P., Delizoicov, D. & Pernambuco, M. M., *Ensino de Ciências: Fundamentos e métodos*, 4<sup>a</sup> Ed. (Cortez, São Paulo, 2011).
- [31] Cachapuz, A., Praia, J. & Jorge, M., *Da Educação em Ciência às Orientações para o Ensino das Ciências: Um repensar epistemológico*, Ciência & Educação **10**, 363-381 (2004). Disponível em: [www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/05](http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/05). Acesso em: 25 abr. 2014.
- [32] Papert, S., *The Connected Family: Bridging the digital generation gap*, (Longstreet Press, Atlanta, 1996).

*Tecnologias digitais computadorizadas contribuem com o ensino de Física?*

- [33] Campos, F. R., *Diálogo entre Paulo Freire e Seymour Papert: prática educativa e as tecnologias digitais de informação e comunicação*, Tese de Doutorado, (Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2008).
- [34] Costa, L. A. C. da e. & Franco, S. R. K., *Ambientes virtuais de aprendizagem e suas possibilidades construtivistas*, (2005). Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/nucleoead/documentos/costaAmbientes.pdf>> Acesso em: 12 mai. 2014.

# Transposição didática do Sistema de Lorenz via simulação computacional



José Galúcio Campos<sup>1</sup>, Cirlande Cabral da Silva<sup>2</sup> e Josefina Barrera Kalhil<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ensino Superior, Coordenação de Licenciatura em Física, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas – IFAM/CMC, Av. 7 de setembro, 1975, Centro, Cep: 69020-120, Manaus, Amazonas, Brasil.

<sup>2</sup>Departamento de Ensino Superior, Coordenação de Licenciatura em Ciências Biológicas, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas – IFAM/CMC, Av. 7 de setembro, 1975, Centro, Cep: 69020-120, Manaus, Amazonas, Brasil.

<sup>3</sup>Escola Normal Superior, Universidade do Estado do Amazonas – UEA, Av. Djalma Batista, 3578, Flores, Cep: 69050-010, Manaus, Amazonas, Brasil.

E-mail: zecajg@gmail.com

(Received 20 December 2014, accepted 31 February 2015)

## Resumo

Neste manuscrito apresentamos uma proposta para fazermos a Transposição Didática do sistema de Lorenz – que é um sistema caótico determinístico – através da simulação computacional utilizando a linguagem de programação Python. O sistema de Lorenz foi escolhido devido ao seu aspecto simples, seu valor histórico e por ser uma novidade científica para os alunos da graduação. A linguagem de programação Python, foi escolhida dentre as demais, por ela ser mais adequada aos fins pedagógicos exigidos. A fim de que o sistema de Lorenz seja visto como um saber a ensinar, verificamos inicialmente, se ele, na condição de um sistema caótico, satisfaz as regras impostas pela Teoria da Transposição Didática. Posteriormente, avaliamos o entendimento prévio e posterior que os alunos tinham em relação ao tema através de um questionário e de uma aula dialogal, respectivamente. Todo o processo de transposição consistiu: na derivação do sistema de Lorenz, na conceituação do efeito borboleta e dos atratores estranhos, além do aprendizado de uma nova linguagem de programação. Contudo, como resultado não esperado, obtivemos o engajamento dos alunos em projetos que envolviam TIC's seja na iniciação científica (PIBIC) ou na iniciação à docência (PIBID).

**Palavras chave:** Ensino de Física, Transposição Didática, Simulação Computacional.

## Abstract

In this paper, we present a proposal to implement the Didactic Transposition of the Lorenz system – it is a deterministic chaotic system – by computer simulation using the Python programming language. The Lorenz system was chosen because of its simple appearance, its historical value and because it is a scientific novice for undergraduate students. The programming Python language was chosen among the others because it is the most appropriate to required pedagogical purposes. In order that the Lorenz system be seen as a knowledge teaching, initially we find the it (deterministic chaotic systems) meet the standards rules imposed by the Didactic Transposition Theory. Subsequently, we evaluated the pre and post-understanding that students have had about the theme by questionnaire and a argumentative class, respectively. The entire implementation of Didactic Transposition process have consisted to: the Lorenz system derivation, definition of butterfly effect and strange attractors and learning of a new programming language. However, as non-expected findings we obtained the engagement of students in projects involving scientific initiation (PIBIC) or initiation to teaching (PIBID).

**Keywords:** Physics teaching, Chaos, Computer simulation.

PACS: 01. 40. -d, 47. 52. +j, 07. 05. Tp  
9095

ISSN 1870-

## I. INTRODUÇÃO

A ciência entre os séculos XVII e início do século XX era dominada pelo paradigma newtoniano-cartesiano e, de acordo com este paradigma, o mundo funcionava como uma máquina. Isto implica dizer que os fenômenos naturais poderiam ser descritos através de modelos mecânicos,

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, No. 1, Mar. 2015

modelos estes que contemplam processos reversíveis e que, por mais complexo que fossem, eles poderiam ser entendidos, globalmente, pelo funcionamento de suas partes. Se o mundo era pensado como se fosse uma máquina e, toda máquina tem um fim específico, logo seu funcionamento é altamente previsível. Assim, a evolução dos fenômenos naturais podia ser determinada com precisão total. Esta

visão determinista é um pressuposto do paradigma newtoniano-cartesiano [1].

As teorias científicas baseadas no determinismo ganharam grande força, dentro deste período, devido aos êxitos alcançados, sobretudo pela mecânica de Newton após a publicação da sua obra seminal intitulada Princípios Matemáticos da Filosofia Natural (*Principia*), com as suas Leis de movimento e a Teoria da Gravitação dando a base fundamental para a chamada Mecânica Clássica [2, 3].

Esta concepção determinista da Mecânica Clássica levou o cientista francês Marquês de Laplace, em 1814, a argumentar que deveria haver um conjunto de Leis científicas que nos permitissem predizer tudo o que havia de acontecer no Universo, bastando para isso sabermos qual era o estado completo do Universo em determinado momento. Por exemplo, se conhecêssemos as posições e velocidades do Sol e dos Planetas em determinada ocasião, poderíamos usar as Leis de Newton para calcular o estado do sistema solar em qualquer outro momento futuro ou do passado. O determinismo parece bastante óbvio neste caso. Contudo, Laplace foi mais longe, admitindo que haviam Leis semelhantes que governavam tudo o mais, incluindo o comportamento humano. Nas palavras de Laplace num ensaio sobre Teoria de Probabilidades em 1814, naquilo que foi conhecido posteriormente como o demônio de Laplace, ele diz que:

*“Nós podemos tomar o estado presente do universo como o efeito do seu passado e a causa do seu futuro. Um intelecto que, em dado momento, conhecesse todas as forças que dirigem a natureza e todas as posições de todos os itens dos quais a natureza é composta, se este intelecto também fosse vasto o suficiente para analisar essas informações, compreenderia numa única fórmula os movimentos dos maiores corpos do universo e os do menor átomo; para tal intelecto nada seria incerto e o futuro, assim como o passado, seria presente perante seus olhos”* [3].

Ressaltarmos que o determinismo defendido por este paradigma diz respeito a uma propriedade do mundo, ou seja, é um determinismo ontológico; não apenas um determinismo relacionado ao nosso poder de previsão (medição) dos possíveis estados futuro do Universo [3, 4]. Poincaré, no final do século XIX, em 1889, analisando a estabilidade gravitacional do sistema Terra-Sol-Lua (conhecido como problema dos três corpos) através das leis de Newton, – que são essencialmente determinísticas – começou a vislumbrar os aspectos irregulares e aleatórios deste sistema, que é um sistema determinístico. Ele percebeu que as órbitas do sistema se tornavam instáveis de tal forma, que não era mais possível estabelecer (ou prever) a evolução do sistema com precisão.

Infelizmente, suas ideias não empolgaram seus contemporâneos e, em adição, alguns anos após as descobertas de Poincaré, foram desenvolvidas duas novas Teorias científicas que provocaram profundas mudanças na Física e na maneira como vemos o mundo: a Relatividade e a Mecânica Quântica.

Segundo [2] estas duas novas teorias criaram uma competição desleal com as descobertas de Poincaré. Assim,

estejamos de acordo ou não com este autor, o estudo dos sistemas determinísticos que apresentavam comportamento aleatório e/ou irregular, só ressurgiu após o advento dos computadores e com desenvolvimento de um novo arsenal conceitual advindo de diferentes áreas do conhecimento, em meados do século XX [3].

Um trabalho muito importante que contribuiu consideravelmente para que a comunidade científica relançasse os olhares sobre os fenômenos desta natureza foi o artigo seminal de Edward Lorenz [5], onde ele mostrou que a atmosfera também apresenta dinâmica aleatória e irregular – o que posteriormente ficou conhecido como “caos” – este artigo foi decisivo para o entendimento do que conhecemos hoje como sistemas caóticos determinísticos.

Uma pergunta natural é: O que dispara este comportamento irregular e aparentemente aleatório em determinados sistemas determinísticos? Como resposta dizemos que: Todas as vezes que partes do sistema interagem (interferem e/ou competem e/ou cooperam), faz-se via interações não lineares [6]. Contudo, devemos tomar cuidado para não generalizarmos desavisadamente, pois todo sistema caótico é não linear, porém, nem todo sistema não linear é caótico.

O que posiciona bem a designação caótico para estes sistemas é que eles são muito sensíveis as condições iniciais, e é isto que justifica a imprevisibilidade da sua evolução dinâmica com total precisão [4, 6].

A quebra do paradigma newtoniano-cartesiano ocorre, pois, mesmo aqueles sistemas que podem ser modelados satisfatoriamente por equações deterministas, sem ruídos ou incertezas explícitas, podem evoluir de forma aparentemente aleatória e irregular. Na presença do caos, as próprias incertezas nas condições iniciais, associadas à precisão finita de qualquer instrumento de medição, impedem a previsão de longo prazo com 100% de certeza.

Entendemos que é importante o estudo de sistemas não lineares, como os sistemas caóticos determinísticos, no sentido de que eles correspondem a um vasto espectro de fenômenos naturais – diríamos até, que eles são a regra e não a exceção. Porém, os livros didáticos de Física Básica [7, 8] ainda investem, decisivamente na apresentação do estudo de casos idealizados ou, parafraseando, o estudo de sistemas ideais – que são aqueles cuja dinâmica pode ser descrita com poucas variáveis, são sistemas isolados, são determinísticos, são lineares, enfim, sistemas simples [4]. Sistemas assim são estudados com relativa facilidade através dos Teoremas de Conservação de Energia, Momentos Linear e Angular além da 1<sup>a</sup> Lei da Termodinâmica [2] e em adição são meras criações didáticas ensinados fora do contexto e como se fossem um fim em si mesmo.

Não é difícil de entender porque os livros didáticos de Física Básica não investem na apresentação e na análise de sistemas não lineares tal como os sistemas caóticos.

Primeiramente, devido à dificuldade na derivação dos modelos que exigem um certo grau de sofisticação matemática. Em segundo lugar, modelos que contemplam este grau de complexidade são descritos por equações não lineares, e exóticas as vezes, e não existem técnicas

analíticas para resolvê-las [2, 6, 9]. Desta forma, é fácil ver que não é tarefa simples transpor estas dificuldades inerentes ao saber sábio (de referência) e torná-lo um saber ensinado (saber escolar).

Vemos na simulação computacional uma alternativa muito interessante para transpor as dificuldades inerentes a análise de sistemas não lineares, particularmente, os sistemas caóticos determinísticos. Mais ainda, dependendo do grau de não linearidade do sistema, a simulação computacional pode ser o único meio para estudar o seu comportamento.

Em resumo a simulação computacional apresenta três vantagens:

- (i) ela permite a análise de sistemas não lineares, dado que em geral, eles não possuem solução analítica fechada e temos que obter soluções numéricas;
- (ii) através dela podemos fazer o estudo qualitativo do comportamento dos sistemas não lineares através da análise de gráficos gerados pelas soluções numéricas e, finalmente;
- (iii) ela permite explorarmos os sistemas naturais ou tecnológicos descritos por modelos cada vez mais complexos e mais próximos da realidade.

Com o objetivo de iniciar os estudantes de graduação ao estudo de sistemas mais complexos e mais próximo do real apresentamos uma proposta onde utilizamos a simulação computacional como uma poderosa ferramenta para promovermos a Transposição Didática (TD) [10] de um sistema caótico determinístico, altamente não linear, e de grande valor histórico: o sistema de Lorenz [5, 6, 9]. O sistema de Lorenz advém de simplificações da equação de Navier-Stokes – que consiste na aplicação da segunda Lei de Newton uma partícula de fluido. Para realizarmos tal tarefa lançaremos mão de um software livre e de grande refinamento gráfico, o Python.

## II. CAOS DETERMINÍSTICO

### II.A Linearidade e determinismo

Na modelagem matemática de sistemas Físicos é muito comum a utilização de duas abordagens: a construção de equações diferenciais (ordinárias ou parciais) de movimento que em geral são exatas, determinísticas e simples. A outra abordagem é advinda da termodinâmica que é muito utilizada quando estudamos sistemas com muitos graus de liberdade; ela consiste na utilização da estatística – neste caso estudamos o comportamento médio das variáveis do sistema [1]. O que abordagens têm em comum é que ambas são lineares. Neste manuscrito vamos trabalhar com a primeira delas.

De maneira bem simplificada as equações diferenciais são ditas lineares quando todas as variáveis dependentes têm potência igual a um (não importa se há potências maiores que um nas variáveis independentes) e elas não se multiplicam (termos cruzados). Por outro lado, nas equações diferenciais não lineares as variáveis dependentes apresentam-se com potência maiores que um ou apresentam termos cruzados [1, 2, 6, 9].

Na modelagem buscam-se que estas equações diferenciais sejam lineares ou que pelo menos elas possam ser linearizadas dentro de algum intervalo de interesse para alguma variável importante que descreve o comportamento do sistema estudado [9, 11]. Esta prática tornou-se tão comum que houve uma época em que as equações estavam sendo linearizadas antes mesmo de ficarem prontas [1].

Uma importante propriedade das equações diferenciais lineares é que elas satisfazem o princípio da superposição. De modo geral temos o seguinte: Se  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  são soluções então:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \sum_{i=1}^n S_i. \quad (1)$$

Da Equação 1 inferimos que os sistemas lineares podem ser estudados em suas pequenas partes resolvendo-as separadamente e, ao final, recombina-las para darmos uma resposta. Isto significa que o todo é a soma das partes [1, 2].

Este é o espírito por trás de algumas técnicas famosas como a análise de Fourier [2, 6, 8, 9], transformada de Laplace [2, 7, 8] e os modos normais de vibração [2, 4].

Para exemplificar a questão de como o determinismo aparece nas equações da dinâmica, vejamos o movimento de uma partícula de massa “ $m$ ” que se move de acordo como o vetor posição, desconhecido, que em coordenadas cartesianas é dado por:

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)), \quad (2)$$

e que está sob a ação de uma força:

$$\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z), \quad (3)$$

conhecida e bem-comportada, –isto quer dizer que, o comportamento da partícula não muda drasticamente com o passar do tempo. De acordo com a segunda Lei de Newton:

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} = m\mathbf{a}, \quad (4)$$

onde:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z),$$

é a aceleração do sistema.

A segunda Lei de Newton é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, logo, para calcularmos univocamente a trajetória da partícula precisamos de duas condições iniciais:

A posição:

$$\mathbf{r}_o = (r_{ox}, r_{oy}, r_{oz}).$$

e a velocidade

$$\mathbf{v}_o = (v_{ox}, v_{oy}, v_{oz}),$$

medidas no início dos tempos  $t_0$ .

A trajetória ou função horária de posição é obtida após duas integrações sucessivas da eq. (4), dada por:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_o + \mathbf{v}_o t + (\mathbf{F}/2m)t^2, \quad (5)$$

vide [2, 7, 8]. Uma vez conhecida a dinâmica que governa o movimento da partícula e, as condições iniciais, informando o estado atual do sistema, podemos conhecer sua evolução com precisão total e é isto que representa o determinismo ontológico, marcadamente característico da dinâmica até o final do século XIX. Das equações de movimento obtidas via Leis de Newton, assim como a Eq. (5), retiram-se algumas propriedades [2]:

- (a) dada as condições iniciais existe sempre uma solução para qualquer tempo futuro (passado),
- (b) um conjunto de condições iniciais leva a uma única solução, e
- (c) pequenas perturbações nas condições iniciais do sistema provocam pequenas perturbações nos estados futuros (passados) – isto, pois as soluções são estáveis e regulares.

Muitos sistemas na natureza não se comportam assim, e de acordo com as propriedades acima, sistemas descritos por equações simples deveriam se comportar de maneira simples, ao passo que aqueles descritos por equações complicadas, deveriam se comportar de maneira complicada. Todavia, foi após o advento do caos que se descobriu que sistemas não lineares, descritos por equações simples, poderiam exibir um comportamento muito rico exibindo padrões não esperados.

Neste manuscrito vamos apresentar de que maneira podemos usar o sistema de Lorenz para evidenciarmos isto nos aproveitando de que ele é uma novidade científica para os alunos.

## II.B Aspectos relevantes do sistema de Lorenz

Visando buscar insights sobre as dificuldades de previsão de tempo climático Edward Lorenz, matemático e meteorologista do MIT, em seu artigo seminal intitulado *Deterministic Nonperiodic Flow* publicado em 1963 no *Journal of the Atmospheric Sciences* propôs um modelo matemático simplificado para estudar a dinâmica atmosférica.

Em essência o modelo descreve a dinâmica de um fluido viscoso numa célula de Rayleigh-Bernard. O mecanismo da célula de Rayleigh-Bernard pode ser descrito da seguinte

forma [11]: têm-se duas placas de material condutor de calor sobrepostas entre si e separadas por uma camada de fluido.

A placa inferior começa a ser aquecida e, enquanto a diferença de temperatura  $\Delta T$  é pequena, existe transferência de calor, apenas por condução, para placa superior através da camada de fluido que está em contato com a placa inferior. Entretanto, quando  $\Delta T$  se tornar maior que um certo valor crítico ( $\Delta T_c$ ), a condução é substituída por convecção (turbulência), marcando o aparecimento de estruturas do tipo rolos que são as células de Rayleigh-Bernard [6, 9, 11].

Como já antecipamos anteriormente, o sistema de Lorenz é uma drástica simplificação da equação de Navier-Stokes escrita abaixo:

$$\rho(\partial v/\partial t + v \cdot \nabla v) = \rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 v, \quad (6)$$

que é a aplicação da 2ª Lei de Newton para uma partícula de fluido, onde o operador Laplaciano, em coordenadas cartesianas, são escritos como:

$$\begin{aligned} \nabla &= \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right), \\ \nabla^2 &= \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Observe que o lado direito da Equação (6) representa a aceleração do fluido (a aceleração local e o termo de transporte: advecção ou convecção), o primeiro termo do lado esquerdo é a força gravitacional por unidade de volume (força de campo), o segundo é o gradiente de pressão (força de superfície) e o último é a força viscosa (termo de difusão).

Para uma dedução clara e bem didática do sistema de Lorenz partindo das equações fundamentais da mecânica de fluidos recomendamos [6].

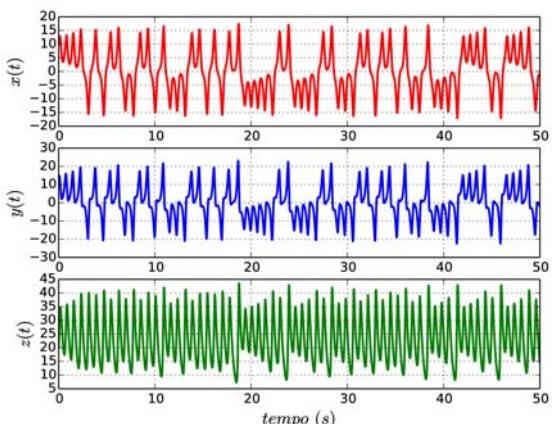
Do ponto de vista da estrutura matemática o sistema de Lorenz é um simples escrito com equações simples, e determinístico, pois advém da 2ª Lei de Newton, veja abaixo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= s(y - x), \\ \dot{y}(t) &= rx - y - xz, \\ \dot{z}(t) &= -bz + xy, \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $x(t)$ ,  $y(t)$  e  $z(t)$  são as variáveis de estado que significam: o fluxo convectivo, a distribuição de temperaturas horizontal e a distribuição de temperaturas na vertical, respectivamente – enquanto aos parâmetros ajustáveis  $s$ ,  $r$  e  $b$  são: a relação entre a viscosidade e a condutividade térmica (número de Prandtl), a proporção entre às diferenças de temperaturas entre os lados inferior e superior da placa (número de Rayleigh reduzido), e a relação entre a altura e a largura das placas,

respectivamente. Além disso, como pode ser visto da Eq. (8) ele é escrito como um conjunto de equações diferenciais ordinárias não lineares (devido aos termos  $xz$  e  $xy$ ) e acopladas (a componente  $x$  sofre influência de  $y$ , por exemplo). A evolução temporal do sistema de Lorenz pode ser vista na Figura 1.

O que torna a dinâmica descrita pela Eq. (8) surpreendentemente irregular, uma vez que o sistema de Lorenz é descrito por equações simples e determinísticas, são as não linearidades devido aos mecanismos de retroalimentação [6] –veja a evolução da componente  $x(t)$  na Figura 1.



**FIGURA 1.** Evolução das componentes do sistema de Lorenz com os parâmetros ajustáveis iguais à  $s=10$ ,  $r=28$  e  $b=8/3$ .

Outra importante característica escondida por trás da Eq. (8) ainda estava por vir e segundo o site da revista Época de maio de 2008 ([revistaepoca.globo.com/Revista/Epoca](http://revistaepoca.globo.com/Revista/Epoca)) em reportagem publicada devido à morte de Edward Lorenz, encontra-se uma boa descrição de como Lorenz percebeu isto:

“Edward Lorenz, em 1961, trabalhava num primitivíssimo computador nas salas do MIT simulando equações relativas à meteorologia; ele fez seus cálculos e foi tomar um café enquanto o computador imprimia os resultados. Com isso ele julgou ter obtido uma previsão do tempo suficientemente confiável. Revendo os números, ele descobriu que o computador havia reduzido (por limitação de memória) o número 0.506127 para 0.506. Era aparentemente uma variação sem nenhuma importância. Mas Lorenz tomou a decisão que mudaria sua vida (e as nossas). Insistiu em refazer os cálculos com todos os seis dígitos da fração. E o computador devolveu uma previsão de tempo completamente diferente do original”.

Do excerto acima fica evidente esta propriedade dos sistemas não lineares: a impossibilidade da previsão exata a longo prazo – o que, com o passar dos tempos, passou a ser conhecida vulgarmente de efeito borboleta.

A Figura 2 ilustra muito bem esta propriedade. Tomamos duas condições iniciais muito próximas uma da

outra, uma diferença de  $\Delta x \approx 0.00001$  e, veja que depois de 18 segundos as trajetórias começam a divergirem entre si.

Em resumo, são estas duas propriedades que caracterizam os chamados sistemas caóticos determinísticos.

Estas propriedades sugerem que a dinâmica de um sistema caótico determinístico seja aleatória –contudo, ela é, apenas, aparentemente aleatória. Contudo, para verificarmos como se dá a ordem destes sistemas devemos observar sua evolução não no espaço Físico usual, euclidiano (cartesiano), mas sim, exibir o seu comportamento no espaço de fases.

Como explica [1] e reiterado por [4, 6, 9], cada variável é uma coordenada no espaço de fases, e cada ponto descreve toda informação à respeito do sistema. Com a análise do espaço de fases vemos que um sistema de Lorenz (sistema caótico) tem comportamento apenas aparentemente aleatório, pois exibe um alto grau de ordem padronizada.

Veja por exemplo a Figura 3, chamada de atrator de Lorenz. Uma maneira não técnica de definir um atrator é como um conjunto de pontos, no espaço de fases, em que o sistema converge com o passar do tempo.

Existem três tipos de atratores [6, 9]: (a) os pontuais que são aqueles em que o sistema atinge equilíbrio estável, (b) os periódicos que correspondem a oscilações periódica e (c) os estranhos que representam os sistemas caóticos, como na Figura 3 – que é a projeção bidimensional do atrator de Lorenz que é tridimensional.

Apesar de não ser possível predizer quando a partícula de fluido passará a oscilar de um lado para o outro da borboleta (atrator) claramente deve existir um grau de ordem para formar o atrator como explica [6]: as trajetórias no espaço de fase nunca se repetem e formam um padrão altamente complexo que se repetem.

O nome *estranho* advém do fato de que o sistema de Lorenz flutua entre vários estados de equilíbrio de modo não aleatório, nem fixo, nem oscilatório, mas sim uma flutuação contínua caótica [4, 5, 6, 9].

Em resumo, as características que foram apresentadas acima através do sistema de Lorenz, marcaram uma profunda mudança na abordagem de sistemas naturais, passando de uma análise meramente quantitativa como aquela legitimada pela antiga tradição validada pelo paradigma newtoniano-cartesiano e, passou-se para análise qualitativa inaugurada por Poincaré com sua topologia [1, 6, 9]. Entretanto, não é proposta deste manuscrito nos direcionarmos pela análise topológica dado que estamos inseridos numa abordagem inicial sobre Teoria do Caos Determinístico.

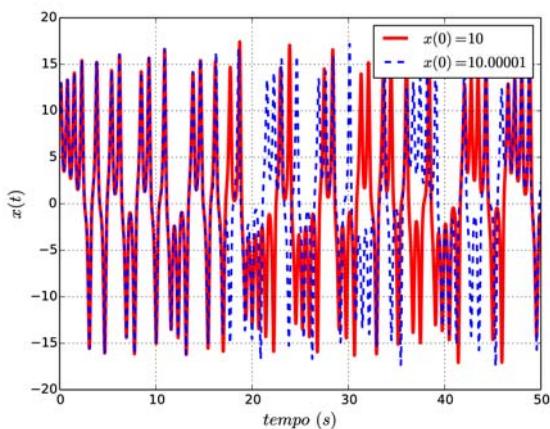
Desta forma, após o que foi exposto, para o planejamento de uma proposta de Ensino que tenha como objetivo abordar os sistemas caóticos determinísticos, sobretudo nos cursos da Licenciatura (Física, Química e Matemática), devemos levar em consideração alguns aspectos que são desafiadores para o desenvolvimento da proposta, dentre os quais citamos que:

- os alunos, em geral, os alunos não conhecem o tema ou o conhecimento prévio é muito insipiente,
- do ponto de vista matemático não é possível resolvê-lo analiticamente (mesmo quando escritos com equações

simples), somente numericamente via simulações computacionais e  
 (iii) para resolvê-lo numericamente o aluno precisa saber programar e percebemos que o não conhecimento de alguma linguagem de programação desestimula a investida dos alunos para o estudo dos sistemas não lineares.

Entendemos a simulação computacional como uma poderosa ferramenta capaz de promover as transposições necessárias para um entendimento, mesmo que apenas conceitual, dos sistemas caóticos determinísticos, especificamente, sobre as características apresentadas pelo sistema de Lorenz nesta seção.

O primeiro passo para simulação computacional é a escolha de uma linguagem de programação, portanto, na próxima seção, apresentaremos algumas vantagens de se utilizar a linguagem de programação Python ([www.python.org](http://www.python.org)).



**FIGURA 2.** Duas trajetórias da componente  $x(t)$  que partem de posições iniciais muito próximas uma da outra e apresentam comportamento divergente após um certo tempo – este é o efeito borboleta.

### III. LINGUAGEM PYTHON

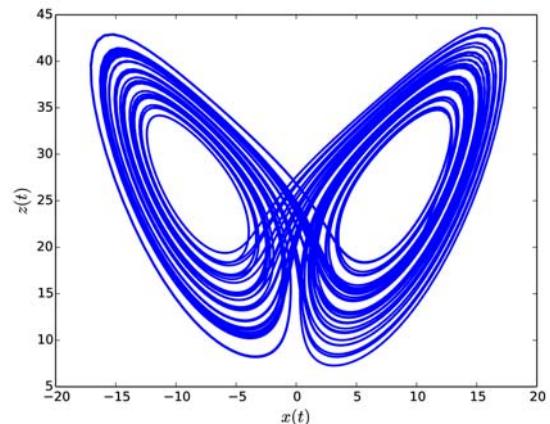
Para fins pedagógicos entendemos que a escolha de uma linguagem de programação esteja baseada na ideia de que os cursos de Física Computacional devem enfatizar mais discussão sobre a Física dos problemas do que os caminhos que devemos utilizar para implementar as soluções numéricas, uma vez que, o objetivo é visualizar a dinâmica subjacente aos modelos.

Uma linguagem de programação que nos permita tal façanha, sempre será vista como um bom recurso de Ensino e a linguagem Python, que é de simples implementação, permite que nos foquemos nos modelos ao invés de enfatizarmos nos códigos computacionais.

Esta linguagem de programação apresenta uma série de vantagens em relação as demais, várias delas podem ser vistas no trabalho de Rojas *et al.* (2009) [12]. Aqui,

citaremos apenas aquelas que nos parecem mais interessantes:

- (1) Python é um software livre que não foi desenvolvido para criação de ambientes web, porém recentemente, os seus desenvolvedores vêm apresentando uma série de pacotes que tem com fim a computação científica (Numpy, Scipy, Panda), a visualização de dados (Visual.graph, Matplotlib e Matplotlib.pyplot) e animação computacional (Tkinter, Vpython, Wxpython).
- (2) É uma linguagem de fácil sintaxe fazendo com que em situações simples a codificação de um algoritmo em Python seja trivial.
- (3) Ela apresenta um excelente refinamento gráfico no que é bastante apropriado para o que pretendemos fazer neste manuscrito.
- (4) É uma programação orientada a objetos, isto flexibiliza muito a codificação dos *scripts* quando trabalhamos com variáveis de natureza diferentes, situação típica encontrada na computação científica.
- (5) O Python funciona em qualquer plataforma: Windows, Linux, Mac e Androide.



**FIGURA 3.** Atrator de Lorenz no espaço de fase composto pelas componentes  $x(t)$  e  $z(t)$ .

Para maiores esclarecimentos sobre a linguagem Python visite o site [python.org](http://python.org) onde existem vários exemplos muito apropriados para programadores experientes e iniciantes. Sugerimos também dois excelentes livros de Computação Científica que utilizam a linguagem Python: o de Langtangen (2004) [13], que é uma leitura um pouco mais técnica não muito indicado para iniciantes e o de Newman (2012) [14] escrito sob medida para Físicos e não iniciados em Python.

Além disso, uma busca rápida na internet o leitor encontrará várias apostilas e sites com material básico para os não iniciados em Python. Estas foram algumas considerações relevantes sobre a linguagem de programação. Segue na seção seguinte algumas considerações pertinentes sobre a Teoria da Transposição Didática.

## IV. TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA (TD)

O movimento de transformação do saber produzido pelo cientista para torná-lo comprehensível e acessível para o Ensino em sala de aula e fazer com que seja posto em prática pelos professores nas escolas e universidades é, talvez, uma das práticas mais recorrentes no processo de Ensino: a chamada Transposição Didática (TD).

Do conceito de TD vemos claramente que existe uma certa distância entre os diferentes saberes, contudo isto não deve ser pensado que existe uma tentativa de marginalizar o saber escolar – o que deve ser levado em consideração são as especificidades epistemológicas do saber escolar que já transformou-se bastante ao longo do processo de transposição de maneira que o contrato didático entre professor e aluno é que ditam as regras do jogo e não mais, somente, o paradigma vigente que baliza e valida o conhecimento acadêmico.

A TD foi desenvolvida inicialmente na França pelo sociólogo Michel Verret, em 1975, e alguns anos depois pelo matemático Yves Chevallard, em 1980, quando inseriu-a num contexto mais específico e transformou-a numa Teoria: a Didática da Matemática.

Chevallard (1991) [10] utilizou a TD para analisar as transformações sofridas pelo conceito de distância desde sua origem na matemática pura, em 1906, por Fréchet, até sua inserção, em 1971, nos programas de ensino de geometria das sétimas séries [15, 16]. Existe toda uma anatomia para descrever o processo de transposição de um saber de referência até chegar nas salas de aula. É isto que veremos abaixo.

### IV.A Os diferentes saberes

De acordo com Chevallard [10] a TD identifica três momentos distintos que devem ser levados em consideração. São eles:

*O saber sábio:* é aquele produzido pelo cientista ou pesquisador e pelos centros de pesquisa. Este conhecimento é aquele que o professor se depara quando ler as revistas científicas especializadas como a *Physical Review Letters*, *Europhysics Letters* ou *Journal of the Atmospheric Sciences*, entre outras por exemplo.

*O saber ensinar:* são transformações impostas sobre o saber sábio para que ele possa ser ensinado e faça parte dos currículos escolares, em qualquer nível. Esta transformação é feita por uma entidade invisível denotada por Chevallard de noosfera. A noosfera é formada pelos pedagogos, professores, os técnicos governamentais (da esfera Municipal, Estadual e Federal), os autores de livros científicos e qualquer agente envolvido com o Ensino. Este tipo de modificação do conhecimento é chamado de Transformação Didática Externa (TDE). Pondo de outra forma; o saber ensinar é aquele que chega ao público através dos livros didáticos e pelos almanaque de ciências, por exemplo.

*O saber ensinado:* este saber consiste na apresentação do conhecimento em sala de aula após todas as modificações sofridas desde sua origem. Estas modificações dependem,

sobremaneira, da ação do professor, quando por exemplo, ele prepara seu plano de Ensino, produz seus textos e suas notas de aula ou está ministrando suas aulas. Nesta situação temos a Transposição Didática Interna (TDI).

Nas transformações sofridas pelo saber na noosfera ainda devemos levar em consideração alguns outros elementos de análise da TD responsáveis pela textualização do saber, tais como: a *desincretização*, *descontextualização*, *despersonalização*, *programabilidade* e a *publicidade*.

Entenda-se por *desincretização* como a fragmentação, escolha e a delimitação de saberes parciais.

A *descontextualização* desvincula o saber de qualquer contexto original (histórico) para que ele possa ser generalizado no futuro.

*Despersonalização* retira, do saber, as influências pessoais de quem os produziu, isto permite com que o saber seja recontextualizado para um ambiente escolar.

A *programabilidade* tece sequências lógicas progressivas para o saber ensinar através de um material com começo, meio e fim, isto busca otimizar o processo de aprendizagem.

E, finalmente, a *publicidade* é uma forma de controle social da aprendizagem, pois ela evidencia as finalidades e os objetivos da TD realizada aponta (delimita) o que deverá ser ensinado.

Os cinco elementos destacados acima fazem com que a TD seja mal interpretada como uma mera simplificação do conhecimento, a fim de adequá-lo a realidade da sala de aula como podemos ver em [17]. Notamos que elementos geram conflitos inevitáveis restando aos autores pertencentes as diferentes esferas sociais da noosfera negociarem seus próprios interesses e pontos de vistas.

### IV.B Manutenção dos saberes

Não é suficiente apenas o processo em si, o saber sábio precisa se manter como saber ensinar, por isto mesmo que Chevallard apresentou os indícios e características que o saber deve ter para que ele permaneça na esfera do saber. Desta forma como podemos ver em [16] o saber transposto deve ser:

- (i) *consensual* – pois não se pode ter dúvidas quanto a sua validade científica, mesmo que momentânea. O professor não pode ter dúvidas se o que ele está ensinando é verdade e, por outro lado, o estudante não pode se questionar, se o que ele está aprendendo é correto ou não;
- (ii) ele deve buscar *atualização moral e biológica* – moral no sentido de que o saber não se torne obsoleto e possa ser ensinado pelos pais. A atualização biológica vem da necessidade de que o saber deve estar de acordo com sua área de conhecimento e de acordo com a ciência vigente, deixando os conceitos superados para serem ensinados através de uma perspectiva história;
- (iii) o saber deve ser *operacional* – para que, a partir dele sejam gerados sequências com atividades, exercícios, tarefas ou algum outro mecanismo que possamos fazer avaliações; e o saber sábio deve possibilitar a

(iv) *criatividade didática* – isto implica na criação de atividades de uso exclusivo das escolas e em criações de existência apenas em sala de aula e, finalmente (v) o saber deve ser *terapêutico* – ele deve se adaptar ao sistema didático, pois só permanecerá na escola aquele saber que já se verificou sua adaptação ao ambiente escolar.

Para transformar o saber sábio em saber ensinar Astolfi et al. [18] expõe as cinco regras que descrevem este processo de transformação que também podem ser vistas em [16, 17].

Estas regras são:

(a) *Regra I – modernizar o saber escolar*: A ciência vem se desenvolvendo muito rapidamente nos últimos anos e, e geral, sofremos intervenção de seus avanços na forma de novos dispositivos eletroeletrônicos. Desta forma, o currículo escolar, em todos os níveis, deve acompanhar todo esse desenvolvimento contemplando conteúdos mais modernos e contemporâneos e, mesmo aqueles conteúdos que não têm uma aplicação prática imediata, deve ser levado em consideração, pois ele pode contribuir para uma nova e mais adequada visão do mundo contemporâneo possibilitando ao docente trabalhar junto ao alunado o *fazer científico*.

(b) *Regra II – atualizar o saber escolar*: O saber deve ser atualizado, do contrário, ele apenas envelhece e se afasta do núcleo de pesquisa do saber sábio. Nesta situação o saber ensinado hoje, é em essência, aquilo que foi ensinado aos nossos pais. Isto banaliza o saber escolar no sentido de que o professor estaria ensinando algo que já está diluído na cultura cotidiana desarticulando o verdadeiro valor e o papel da escola e do professor, já que os próprios pais poderiam ensinar estes saberes.

(c) *Regra III – articular o saber novo com o antigo*: Deve-se ensinar o novo articulando-se ao antigo, não o refutando ou negando-o, pois isto pode fazer com que o estudante pense que o saber é algo instável e que logo será superado e posto de lado. O que precisa ficar claro é que existem saberes que necessitam de pouca manutenção para se adequar ao novo e atual.

(d) *Regra IV – transformar um saber em exercícios e problemas*: Aquele saber sábio que trouxer maiores possibilidades de exercícios e problemas será mais bem aceito pelo sistema didático. Isto porque exercícios e avaliações fazem parte do processo de avaliação. Estes terão vantagens no processo de TD.

(e) *Regra V – transformar um conceito mais compreensível*: Notadamente existe uma distância entre o saber sábio e o saber escolar, assim ao transformá-lo um no outro ocorrem muitas perdas, pois o professor muda a linguagem (que é muito técnica), utiliza analogias (apelando para alguma fenomenologia vivencial), retira o saber do contexto histórico.

Tudo isso para que se criem condições para generalização do saber ensinar. Isto ocorre, pois, o TD deve permitir que o professor consiga administrá-lo a seu favor na busca de tornar os novos conceitos acessíveis aos seus alunos.

Como podemos ver existem algumas perdas no processo de transformar o saber sábio em saber ensinado, porém, estas perdas fazem parte de um processo adaptativo cuja finalidade é tornar possível, por exemplo, que uma pessoa que não pertença a comunidade científica, consiga ter uma compreensão, no mínimo razoável, sobre ciência e tecnologia.

## V. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho foi realizado com duas turmas do curso de Licenciatura em Física do Instituto Federal do Amazonas (IFAM/CMC), no segundo semestre dos anos de 2013 e 2014, na disciplina de Física Computacional (FC).

Especificamente, fizemos um recorte no planejamento inicial do curso deixando para aplicarmos a pesquisa na parte final do curso. Estas turmas tinham 12 e 10 alunos, respectivamente.

O curso de Física Computacional tem como pré-requisito a disciplina de Métodos Numéricos e Aplicações (MNA) e, é nesta disciplina, que o aluno deve aprender as técnicas matemáticas que irão auxiliá-los na resolução numérica de problemas conhecidos. A FC foi pensada para ser um fórum onde o aluno deveria aprender alguma linguagem de programação para implementar os algoritmos abordados na disciplina de MNA.

Implementamos o sistema de Lorenz, Equacione (8), utilizando a linguagem Python por ser intuitiva, de fácil assimilação e resolveríamos o problema com poucas linhas de código – bem diferente se usássemos outra linguagem como Fortran, C ou C++, que são frequentemente utilizadas nos cursos de Física, – isto permite que foquemos a maior parte de nossa atenção no entendimento da Física do problema que consiste no ato de entender os conceitos Físico-Matemáticos subjacentes aos sistemas caóticos determinísticos.

Neste manuscrito utilizamos a versão 2.7.9 do Python (a 2.6 pode ser utilizada também), pois tivemos problemas com os pacotes de computação científica (Numpy e Scipy) bem como o pacote para visualização de dados (Matplotlib) utilizando a versão mais atual, a 3.4.3.

Para fazermos as simulações utilizamos Desktops com configuração básica de 2G de memória RAM e processador Intel LGA que funcionavam na plataforma Linux com a distribuição Ubuntu 12.04 LTS.

A pesquisa de desenvolveu em cinco momentos distintos e complementares entre si:

(a) *Primeiro momento*:

Inicialmente começamos apresentando as facilidades e vantagens da utilização do sistema operacional Linux para utilização de softwares voltados para computação científica.

Ensinamos os alunos a instalarem o sistema operacional, a atualizarem o sistema e instalar os softwares utilizando o terminal Linux – apenas usando linhas de comando e nada de interface gráfica. O objetivo foi de estimular os alunos às práticas voltadas para programação *shell* e se ambientarem ao novo *modus operandi* utilizado pela

comunidade Linux. Isto é importante, pois diferentemente de outros sistemas operacionais, é possível resolvemos muitos problemas no Linux fazendo buscas em sites na internet e em *blogs* especializados. Ao final desta etapa foi solicitado que os alunos nos explicassem: *Qual o entendimento que vocês fazem sobre a Teoria do Caos? Existem diferentes manifestações do caos na natureza?*

Suas respostas deveriam ser entregadas num texto na aula seguinte, pois o curso acontecia apenas uma vez por semana (3 horas/aula).

*(b) Segundo momento:*

A linguagem de programação Python foi utilizada ao longo de todo o curso de FC. Assim, neste momento específico, direcionamos o curso para a implementação de *scripts* que resolvessem sistemas caóticos determinísticos que tinham proximidade com sistemas mecânico e elétrico previamente conhecidos pelos alunos. Para tanto, utilizamos o pêndulo não linear caótico e o circuito Chua [2, 6]. Antes da implementação fazímos uma rápida derivação dos modelos e abrimos para o debate sempre levando em consideração que os sistemas caóticos determinísticos possuem termos adicionais visíveis nas equações de movimento.

*(c) Terceiro momento:*

Apresentamos o sistema de Lorenz fazendo comentários pertinentes sobre sua origem, sua derivação, e sua utilização pela comunidade científica, especialmente, a dos meteorologistas. Neste momento focamos a maior parte de nosso tempo dialogando sobre as vantagens e ou desvantagens de estudarmos a convecção atmosférica através do sistema de Lorenz. Neste momento foi importante para esclarecer:

- (i) alguns conceitos como sensibilidade as condições iniciais (Figura 2), atrator, atrator estranho (Figura 3), órbitas e espaço de fase;
- (ii) enfatizar que o sistema de Lorenz é uma drástica simplificação da equação de Navier-Stokes que descreve a dinâmica atmosférica de acordo com o que vimos na seção II deste manuscrito.

*(d) Quarto momento:*

Solicitamos que os alunos trabalhassem na construção de um *script* para simular o sistema de Lorenz utilizando as facilidades do pacotes Numpy e Scipy e Matplotlib. Neste *script* deveriam haver saídas para os gráficos das componentes  $x(t)$ ,  $y(t)$  e  $z(t)$  do sistema de Lorenz calculadas para diferentes condições iniciais muito próximas umas das outras, e diferentes valores de, ao menos um dos parâmetros  $r$ ,  $s$ ,  $b$  – cujo as escolhas ficavam a cargo dos alunos. E finalmente, deveriam gerar o atrator de Lorenz (forma de borboleta, Figura 3) utilizando os dados padronizados para reproduzirem a mesma figura obtida por Lorenz em 1963.

Neste momento ficávamos apenas fazendo mediação, de maneira muito tímida, pois tínhamos o interesse de ver como os alunos iriam lidar com esta situação/problema, que estratégias computacionais iriam utilizar para resolvê-la valendo-se da pouca experiência adquirida com esta nova linguagem de programação. O *script* foi

um projeto que valeria a última nota do curso.

*(e) Quinto momento:*

Finalizamos a pesquisa nesta etapa. Aqui confrontamos as respostas iniciais dos alunos retiradas do questionário com a concepção adquirida depois desta caminhada. Além disso, solicitamos que os alunos narrassem quais foram as estratégias computacionais utilizadas para construírem o *script*.

Este momento foi muito fortuito para avaliarmos o conhecimento conceitual adquirido sobre a nova linguagem de programação e sobre o caos determinístico através do sistema de Lorenz.

## VI. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### VIA Teoria do Caos como um saber a ensinar

Vamos começar fazendo uma análise para verificar se o tema proposto satisfaz as regras impostas pela TD a fim de que ele seja objeto do saber a ensinar.

Pela inspeção da literatura especializada vemos facilmente que o tema personificado pelo sistema de Lorenz consiste num saber consensual, pois a comunidade científica reconhece que a teoria do caos determinístico descreve uma vasta gama de sistemas naturais e tecnológicos [6, 9, 11].

O tema traz consigo as atualizações moral e biológica do saber que já propõe uma nova visão do mundo, bem diferente daquela visão proposta nos livros didáticos de Física Básica.

Nesta nova visão do mundo as interações entre as partes do sistema e, do sistema com o meio, articulam interações não lineares que são traduzidas ou manifestas por uma dinâmica que evolui de maneira irregular, aparentemente aleatória, indeterminista e de grande complexidade. Assim, quando trabalharmos numa proposta que procura viabilizar a inserção do tema estaremos promovendo a atualização escolar do saber que está em consonância com as exigências das regras I e II.

Em atenção a regra III podemos articular o saber antigo com o atual quando discutimos e mostramos as evoluções sofridas pelo estudo do movimento desde a dinâmica ideal, determinista, não dissipativa e linear até a evolução dos sistemas caóticos determinísticos. Exemplificando: tomemos o pêndulo simples que executa um movimento harmônico simples que é um modelo de movimento que não contempla a força de resistência do ar, oscilações de grandes amplitudes e não está sujeito a ação de uma força externa [7, 8]. Ao adicionarmos termos como o atrito e, não fizermos a aproximação para pequenos ângulos, o sistema exibe comportamento caótico. O interessante é perceber através da equação de movimento que o pêndulo simples é um caso particular do pêndulo caótico determinístico [2, 7, 8].

Em adição, o tema proposto, sem perder o foco na simulação computacional de algum sistema caótico particular, como estamos propondo, ou em vários, é operacional, pois podemos transformar este saber em exercícios e problemas atendendo assim o que está posto na regra IV. Para tanto, no que tange ao sistema de Lorenz

podemos passar como exercício que o aluno calcule os parâmetros  $r$ ,  $s$  e  $b$  levando em consideração dados da atmosfera local e construa o atrator de Lorenz, isto consistiu numa interessante atividade de pesquisa executada em nossa proposta. Pelo exposto acima não vemos nenhuma dificuldade em traçar alguma estratégia avaliativa.

Em nosso entendimento a regra V é a mais desafiadora.

Na hora de tornar conceitos novos, ainda mais quando forem abstratos como são os conceitos de caoticidade, não linearidade e indeterminismo, os professores se apropriam de várias estratégias: uso de metáforas e/ou analogias, experiências em sala de aula utilizando materiais de baixo custo, experiências em laboratórios, análise de textos, filmes, músicas, utilização de espaços não formais, etc. Neste manuscrito usamos a simulação computacional como ferramenta de auxílio para realizar esta árdua tarefa de quebrar a abstração conceitual inerente as entidades Físicas.

O que ocorre é que como o sistema de Lorenz (i) não tem solução analítica-matemática, o investimento no Ensino de técnicas matemáticas sofisticadas para solucioná-lo não se justifica, sobretudo numa primeira abordagem, e (ii) a visualização gráfica do sistema de Lorenz, pós resolução via métodos numéricos, fornece uma imagem do comportamento do sistema e ilustra claramente as diferenças entre um sistema caótico determinístico daqueles que não são. Além disso, como já antecipamos anteriormente, a análise gráfica consiste numa abordagem teórico-metodológica que não tem o positivismo como fundamentação epistemológica, pois não se insere como pesquisa quantitativa – é, de fato, qualitativa.

Uma boa maneira de iniciarmos o estudo de sistemas caóticos é através dos chamados *toy models* que são modelos desenvolvidos apenas para fins didáticopedagógicos [20, 21].

Isto ilustra que no estudo de sistemas caóticos há a criatividade didática e que, por sua vez, se os *toy models* foram e continuam a serem desenvolvidos e utilizados nas escolas, isto implica em terapêutica.

Em resumo vemos que a Teoria do Caos atende todas as exigências feitas pelas regras da TD sejam aquelas apontadas por Chevallard ou por Astolfi *et al.* [16, 17].

## VI.B Questionário e categorias

Após a leitura cuidadosa dos questionários respondidos pelos alunos percebemos, de maneira meramente interpretativa, que suas respostas cabem dentro de três categorias diferentes. Elas são:

1.-Entende bem a teoria do caos (ETC): o estudante inserido nesta categoria é capaz explicar conceitos relativos a teoria do caos como o efeito borboleta, indeterminismo, aleatoriedade, não linearidade e são capazes de perceberlo no cotidiano. Este estudante nunca fez um curso formal sobre teoria do caos mas teve contato com o assunto lendo material científico ou de divulgação bem como filmes de divulgação;

2.-Não entende a Teoria do Caos (NTC): nesta categoria inserimos o estudante que nunca ouviu falar na teoria do caos ou aqueles que ouviram, mas não sabiam que era

uma teoria científica,

3.-Sabe que a Teoria existe, mas não é capaz de substantivar (STC): aqui cabe aquele estudante que já ouviu falar da Teoria através de filmes, ou ouvindo comentários rápidos de terceiros, tem um raso conhecimento Físico sobre o assunto, a ponto de ser incapaz de conceituar ou definir algo que diga respeito ao aspecto formal da teoria. Esta foi a categoria mais trabalhosa para definir, pois as vezes era muito difícil separar se o estudante caberia nesta categoria ou na primeira delas.

Nesta categoria retiramos respostas do tipo:

“... só sei que caos é uma palavra utilizada para indicar que está tudo muito bagunçado por algum motivo que pode ser conhecido ou não” (aluno 8/2014).

Interessante notarmos que este estudante, mesmo sendo graduando de um curso de Licenciatura em Física, uma Ciência básica que vem sustentando dando subsídios para os avanços tecnológicos, se valeu apenas, do significado usual dado pelo senso comum da palavra caos – que indica desordem e confusão. Em situações como esta o aluno não consegue discernir que a evolução irregular da dinâmica do sistema caótico determinístico é apenas aparente, como podemos ver na componente  $x(t)$  da Figura 1, na verdade, a aleatoriedade ou a caoticidade é que leva o sistema a atingir o equilíbrio termodinâmico com o passar do tempo [4, 6, 9].

Não tem como deixar de notar que alunos pertencentes a categoria apresenta algum grau de analfabetismo científico [22].

Na categoria ETC não percebemos diferenças qualitativas nas respostas dos alunos de 2013 e 2014, no sentido de que, conversando com eles ao longo do curso, vimos que as leituras de divulgação científica sobre o assunto foram essencialmente as mesmas, especificamente, o livro do Ian Stewart (1991) [22] cujo o título é a provocativa frase dita no ontológico debate entre Albert Einstein e Niels Bohr: Será que Deus joga dados? [23].

O motivo dessa coincidência deve-se ao fato de que este livro pertence ao acervo da biblioteca da Instituição.

Um filme que a maioria dos alunos também assistiram foi:

O Efeito Borboleta de 2004, que já está disponível no Youtube ([www.youtube.com](http://www.youtube.com)). Nesta categoria os alunos são capazes de conceituar o que significa caos, apesar de que nem todos sabiam que existiam classes de sistemas caóticos diferentes.

Porém, eles tinham clareza do significado do efeito borboleta (como foi divulgado amplamente a questão da sensibilidade às condições iniciais) e apresentavam uma certa compreensão de que a aleatoriedade, nos sistemas caóticos é apenas aparente. Desta categoria foi possível extrair excertos do tipo:

“O caos é um tipo de manifestação da natureza, inclusive ..., é a maneira mais comum...” (aluno 1/2013).

“Nós não entendemos bem a teoria do caos, quer dizer, não conseguimos dizer o que vai acontecer no futuro ... qualquer perturbação pode fazer o sistema ir parar em lugares que nem conseguíamos imaginar” (aluno 4/2014).

“Não é fácil dizer o que é um sistema caótico, mas

*podemos mostrar exemplos do cotidiano como o clima e a economia, na verdade é só perceber o que acontece ao nosso redor que veremos o caos em todos os lugares...”*  
(aluno 2/2013).

Destes três excertos vemos que os livros de divulgação científica e os filmes cumpriram seu papel de oferecer ao leitor e espectador um certo grau de conhecimento sobre o tema. O entendimento dos alunos sobre o efeito borboleta, e serem capazes de perceber a presença do caos nas questões da previsão de tempo e clima e na flutuação da economia mostram que, de alguma maneira, eles internalizaram conceitos relevantes do assunto abordado na proposta.

Desta maneira, fomos capazes de ver a importância de se usar materiais de divulgação científica mesmo no ensino de graduação, sobretudo para os cursos de licenciatura. Nós, professores dos cursos de licenciatura não temos apenas o papel de ensinar disciplinas, mas, também, de fornecer subsídios (instrumentos, estratégias) para que os futuros professores abordem, por exemplo, temas da Física Moderna e Contemporânea com seus alunos do Ensino Básico. Isto ajuda a revitalizar o Ensino [24] e torna o Ensino de uma Ciência dura (*hard physics*) mais agradável. A divulgação científica *per se*, tem o propósito de aproximar o leitor não familiarizado com temáticas da Ciência.

Em nossa opinião serve como um bom ponto de partida para que o professor a utilize antes de transpor algum tópico de grau de dificuldade elevado e observar que sentido os alunos atribuem aos para os novos conceitos aprendidos [25], além é claro, de promover a imersão dos seus alunos na literatura.

Na categoria STC tivemos 6 alunos do ano de 2013 e, apenas, a metade desse número em 2014. Foi tarefa difícil discernir quais alunos deveriam ser inseridos nela ao invés da ETC. Alguns alunos só nos foi possível nos assegurar de qual categoria ele deveria estar inserido no quinto momento da proposta – quando tivemos a oportunidade de vê-lo substantivando sobre o assunto.

O caso interessante que vale apena ser narrado é que um aluno do ano de 2014, com talento matemática acima da média (comprovado em cursos anteriores), apresentou o seguinte como resposta:

*“De modo geral as equações não lineares não podem ser resolvidas analiticamente, ou seja, usando aquelas técnicas que aprendemos no curso de cálculo III (equações diferenciais ordinárias). Mas isso não é problema ... existem técnicas que transformam equações não lineares em equações lineares e, agora sim, podemos resolvê-las. É assim que os cientistas fazem ... não precisamos ficar botando dificuldade onde não tem ...”* (aluno 5/2014).

Vemos que estes estudantes têm habilidades matemáticas para lidar com equações diferenciais, conhecia algumas técnicas de linearização, mas mostrou-se incauto nas conceituações – não foi capaz de conceituar o efeito borboleta ou simplesmente disparava conceitos sem conexão para todos os lados e sempre usando vocabulário, mas técnico.

Pelo acompanhamento das publicações em revistas especializadas sabemos que vários autores defendem a

*Transposição didática do Sistema de Lorenz...*

conceituação em detrimento da matematização dos fenômenos no Ensino de Ciências, sobretudo da Física, em particular. Já vimos inúmeras vezes isto se repetir no Ensino Básico e nas primeiras disciplinas da graduação em Física.

Mas nunca tínhamos observados tal comportamento para um aluno que se encontra no quinto período do curso, pelo menos não desta forma.

O estudante chegou a oferecer resistência para o aprendizado conceitual. Depois, quando iniciamos a programação (*scripts*) percebemos que ele abaixou a guarda e seguiu no curso. Ao final, no quinto momento da proposta, ainda se fazia perceber a sua inclinação pelo aspecto quantitativo do assunto, e ainda apresentava repostas um pouco apressadas que deixavam a desejar.

O quinto momento (momento final) foi pensado para que os alunos falassem, esse momento foi articulado para eles. Gostaríamos de ouvi-los falar sobre a nova linguagem de programação assimilada (Python), caos determinístico e, sobretudo, que nos dissessem quais foram as maiores dificuldades encontradas na construção dos *scripts*.

No que diz respeito a linguagem de programação citamos os seguintes excertos:

*“Professor não foi fácil escrever o script mas achamos muita coisa feita na internet e apenas adequamos a nossa necessidade”* (aluno 9/2014).

*“ ... usar o Python foi fácil, pois eu achei várias apostilas de introdução ao Python na internet. O que mais gostei foi a comodidade de fazer um programa e no mesmo script gerar a saída para os gráficos ...”* (aluno 6/2013).

Outro aluno complementou a frase acima dizendo:

*“ Eu já sabia programar então não foi difícil assimilar o Python mas ter um programa que já faz o gráfico é muito melhor, no Fortran agente só faz os cálculos que vão gerar os gráficos mas precisamos usar outro software para fazer as figuras”* (aluno 8/2013).

Sobre a Teoria do Caos obtivemos repostas mais uniformizadas, isto nos faz conjecturar que as turmas, ao estudarem juntas, – pois haviam comunicação continua entre eles devido as outras disciplinas inclusive nos horários extra aula – criaram significados conceituais semelhantes [25].

Assim:

*“ O efeito borboleta é a essência do caos. Há sistemas não lineares que não são caóticos! ”* (aluno 7/2013).

*“ O caos está em todos os lugares, é impressionante como tudo pode ser caótico ”* (aluno 5/2014).

*“ Isto nos deu uma nova visão da Física que nós já estudamos e estamos lançando um olhar diferente ”* (aluno 2/2013).

Do primeiro excerto acima verificamos que tivemos sucesso em nossa empreitada de apontar as claras diferenças entre os sistemas não lineares que são caóticos e outros que não. O “efeito boboleta”, em nosso entendimento, é a característica mais imediata para identificarmos isto. Existem outras maneiras como por exemplo a análise topológica dos atratores. Infelizmente, isto não é tarefa muito fácil, desqualificando assim o uso da topologia numa primeira abordagem.

Notar que o caos, como manifestação fenomenológica

natural está onipresente, sempre a nossa volta, foi fantástico.

E mais ainda, perceber que o estudo do caos consiste numa atualização moral e biológica do Ensino da Física, como no último excerto acima, nos deixou bastante motivados a continuar e pensar em mais estratégias para a inserção de temas delicados da FMC no curso de Licenciatura.

Como vemos a apresentação de uma nova Física, a Teoria do Caos, para os futuros professores, demos, de certa forma um *upgrade* para que eles continuassem seus estudos. E em adição, demos subsídios para que eles usassem a simulação computacional como instrumento poderoso em suas aulas no Ensino Básico.

## V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Começamos este trabalho enunciando uma proposta cujo objetivo foi transpor o saber sábio “Teoria do Caos” particularizando-a no caos determinístico via sistema de Lorenz utilizando o auxílio da simulação computacional codificada na linguagem Python. Antes de procedermos, tivemos a preocupação de verificar se a “Teoria do Caos” satisfazia as exigências impostas por Chevallard em 1991 [10] e as regras de Astolfi (1997) [16] – todas foram satisfeitas.

Diante disso só nos restava aplicar a pesquisa junto aos alunos.

Entendemos que alcançamos os objetivos propostos que foi o de ensinar uma linguagem de programação mais adequada a fins pedagógicos e de inserir os alunos ao estudo de sistemas que englobam uma vasta gama de fenômenos naturais e tecnológicos: o caos determinístico. Enfim, colocá-los diante de situações que dessem mais suporte intelectual para que eles fossem capazes de entender o processo de modelização de sistemas naturais, aguçassem mais sua sensibilidade com os fenômenos Físicos do cotidiano, isto pois, não há dúvidas que um dos motivos dentro os quais os alunos não vislumbram a Física no cotidiano, é que ela é abordada, em sua maioria das vezes, através de situações ideais. Isto traz um grande prejuízo na formação intelectual do futuro professor no sentido de que se apresentam para eles as “criações didáticas” (cinematográfica, associação de resistores, fluido ideal, etc) como se fossem fenômenos naturais – o que é um grande absurdo já que as “criações didáticas” são elementos da Didática que auxiliam o docente no processo de ensino e o estudante no processo de aprendizagem.

Assim, consideramos como um ponto importante apresentar a “Teoria do Caos” como um grande avanço Científico na direção de investigação fenomenológica de modelos mais próximos da realidade e, ainda assim, enfatizar que o modelo de Lorenz é uma simplificação grosseira do escoamento atmosférico convectivo. Pondo mais claramente: o modelo de Lorenz nos permite vislumbrar aspectos quase aleatórios dos sistemas determinísticos, mas como ele é um *toy model*, ele pode e, em nossa opinião, deve ser encarado, como uma “criação

didática” desde que a motivação seja pedagógica, pois do contrário, não faz sentido.

Contudo, obtivemos dois resultados inesperados:

(i) dentre os alunos participantes da pesquisa e que já trabalhavam como professor, começaram a utilizar a programação (simulação) computacional em suas aulas desenvolvendo *scripts* simples junto aos seus alunos cujo objetivo era que eles reproduzissem aqueles gráficos encontrados nos livros didáticos de Física e,

(ii) do total de 22 alunos que participaram da proposta, 7 se engajaram em projetos de iniciação científica (PIBIC e PAIC) que tinham relação com programação computacional e 4 se envolveram com programa de iniciação a docência (PIBID) em projetos que envolviam tecnologias de informação e comunicação (TIC). Indiretamente semeamos o engajamento dos alunos envolvidos na proposta com o Ensino através de simulações computacionais distribuídos entre projetos científicos ou de docência como propõem os autores citados neste manuscrito.

Diante do que foi exposto não temos dúvidas do poder pedagógico oferecido pela simulação computacional [26, 27], sobretudo quando utilizamos uma linguagem acessível e intuitiva como a linguagem Python.

## REFERENCIAS

- [1] Capra, F. & Luisi, P. L., *Visão sistêmica da vida* (Cultrix, São Paulo, 2014).
- [2] Taylor, J. R., *Mecânica clássica* (Bookman, Porto Alegre, 2013).
- [3] Moreira, I. de C., *Sistemas caóticos em física: Uma introdução*, Revista Brasileira de Ensino de Física **15**, 163-181 (1993).
- [4] Prigogine, I., *As leis do caos*, (Unesp, São Paulo, 2002).
- [5] Lorenz, E. N., *Deterministic nonperiodic flow*, Journal of the atmospheric sciences **20**, 130-141 (1963).
- [6] Strogatz, S. H., *Nonlinear dynamics and chaos; with applications to physics, biology, chemistry, and engineering* (Westview Press, Cambridge, 2000).
- [7] Nussenveigh, M., *Um curso de Física Básica: Mecânica*, (Edgar Blucher Ltda, São Paulo, 2013).
- [8] Alonso, M. & Finn, E. J., *Física: Um curso universitário Vol. I*. (Edgard Blucher, São Paulo, 2014).
- [9] Lam, L., *Nonlinear Physics for Beginners: Fractals, chaos, solitons, pattern formation, cellular automata and complex systems* (World Scientific Publishing, Singapore, 1998).
- [10] Chevallard, Y., *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado* (La Pensée Sauvage, Buenos Aires, 1991).
- [11] Nicolis, G. & Nicolis, C., *Foundations of complex systems: Emergence, information and prediction*, (World Scientific Publishing Company, New Jersey, 2012).
- [12] Rojas, J. F. et al., *Física computacional: Una propuesta educativa*, Revista Mexicana de Física **55**, 97-111 (2009).
- [13] Langtangen, H. P. *A primer on scientific programming with Python* (Springer-Verlag, Berlim, 2004).

- [14] Newman, M., *Computational physics* (CreateSpace Independent Publishing Platform, Londres, 2012).
- [15] Astolfi, J. P. & Develay, M., *A didática das Ciências* (Papirus, Campinas, 2006).
- [16] Brockington, G. & Pietrocola, M., *Serão as regras da transposição didática aplicáveis aos conceitos de Física Moderna?* Investigações em Ensino de Ciências 10, 387-404 (2005).
- [17] Alves-Filho, J. de P., *Regras da transposição didática aplicadas ao laboratório didático*, Caderno Catarinense de Ensino de Física 17, 174-182 (2000).
- [18] Astolfi, J. P., et al. *Motsclés de la didactique des sciences* (De Boeck & Larcier, Bruxelas, 1997).
- [19] Bolt, M. E. & Klebanoff, A., *A new and simply chaotic toy*, International Journal of Bifurcation and Chaos 12, 1843-1857 (2002).
- [20] Wood, A. J. et al., *Daisy world: A review*, Reviews of Geophysics, 46, 1-23 (2008).
- [21] Chassot, A., *Alfabetização científica: Questões e desafios para a Educação* (Unijuí, Ijuí, 2000).
- [22] Stewart, I., *Será que Deus joga dados? A nova matemática do caos* (Zahr, Rio de Janeiro, 1991).
- [23] Valadares, E. de C., *Novas estratégias de divulgação científica e revitalização do ensino nas escolas*, Física na Escola 2, 10-13 (2001).
- [24] Silva, A. C. et al., *Fragmentos do paradoxo EPR em um trecho de divulgação científica: Uma pesquisa de cunho exploratório com ingressantes na universidade*, Caderno Brasileiro de Ensino de Física 32, 53-75 (2015).
- [25] Nogueira, A. F. L., *O uso da simulação numérica de campos eletromagnéticos como ferramenta de ensino*, Revista Brasileira de Ensino de Física 30, 4306 (2008).
- [26] de Macedo, J. A. et al. *Levantamento das abordagens e tendências dos trabalhos sobre as Tecnologias de Informação e Comunicação apresentados no XIX Simpósio Nacional de Ensino de Física*, Caderno Brasileiro de Ensino de Física 31, 167-197 (2014).

# Sistema de ejercicios para una práctica de laboratorio. Tema: Momento de inercia



**Maikel Fernández Dieguez, Luis Rodríguez Landrove,**

**Isabel Marcheco Puig, Nayma Jiménez Sánchez,**

**Liane Pallerols Sánchez, Miriam Hechavarria Rodríguez**

*Departamento de Física aplicada, Universidad de Oriente, Sede Julio A. Mella,  
Avenida de las Américas S/N, C.P. 16,200, Santiago de Cuba, Cuba.*

**E-mail:** maikelfdy@fim.uo.edu.cu

(Recibido el 12 de Julio de 2014, aceptado el 4 de Enero de 2015)

## Resumen

Uno de los temas de mayor complejidad para el colectivo de estudiantes es la rotación del sólido rígido. Nos proponemos revertir este hecho a través del laboratorio con una práctica sencilla como es, la determinación del momento de inercia en una plataforma que rota alrededor de un eje vertical. Los pasos son los siguientes: La elaboración de un problema cuya solución reflejen todos los conocimientos previos indispensables para la realización de la práctica. Resumir algunas respuestas错误as de los estudiantes y proponer como abordarlas. Determinar las relaciones cinemáticas para una rotación con aceleración angular constante, el momento de inercia para un disco, un anillo y la definición del momento de inercia de un sistema de partículas, empleando el teorema de los ejes paralelos.

**Palabras clave:** Problema de la práctica, Cinemática de la rotación, Momento de inercia, Teorema de los ejes paralelos.

## Abstract

One of the most complex issues for the group of students is the rotation of rigid bodies. We propose to reverse this fact through the laboratory as a simple practice, determining the moment of inertia on a platform that rotates about a vertical axis. The steps are the development of a problem whose solution reflect all previous knowledge necessary to carry out the practice. Summarize some wrong answers as students and propose addressing them. Kinematic relationships to determine a rotation with constant angular acceleration, the moment of inertia for a disk, a ring and defining the moment of inertia of a system of particles, using the parallel axis theorem.

**Keywords:** Practice problem, Kinematics of rotation, moment of inertia, parallel axis theorem.

**PACS:** 01.40.Fk, 01.40.gb,

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Uno de los temas más complejos para el colectivo de estudiantes es el de la rotación del sólido rígido, a pesar de las múltiples aplicaciones de este tema en la ciencia y en la vida cotidiana. Por ejemplo desde la relación que existe entre las velocidades angulares  $\omega$  y el número de dientes  $N$  en la catalina y en los piñones de las bicicletas  $N_1 \omega_1 = N_2 \omega_2$  (rodadura sin deslizamiento) [1].

Relación que nos permite cambiar las velocidades angulares para ganar fuerza o para aumentar la velocidad lineal de la bicicleta, principio este que es semejante para todos los engranes. Otros ejemplos son los polipastos o el hecho de que las manillas de las puertas de nuestros hogares se encuentran en el lado más alejado del eje de rotación [2]. Si el profesor comienza, termina o en algún momento de la clase incluye las aplicaciones, puede cautivar el interés del estudiantado. Pero es un hecho, que sutilmente olvidamos

en clases o no explotamos lo suficiente. Pero en las secciones de laboratorio podemos revertir estas limitaciones.

Cuando hablamos de rodadura pura, el estudiante creé, que es un modelo abstracto y muy alejado de la realidad. Pero en la mayoría de las aplicaciones es una necesidad. Por esto es la existencia de los dientes en los engranes, aun en las poleas, su forma acanalada, es con el objetivo de que se deslice lo menos posible. Los grabados de los neumáticos en los autos, muy visibles en los, todo terreno.

También es necesario definir las nuevas magnitudes físicas, cinemáticas y dinámicas, para la rotación. Utilizando las definiciones para ángulos en radianes ( $s=r\theta$ ) definimos ángulo de giro, velocidad angular y aceleración angular. Se obtienen las relaciones de ángulo de giro en función del tiempo bajo el supuesto de  $\alpha=\text{constante}$ , se aborda el concepto de momento de inercia y se obtiene para un disco, un anillo y luego expresamos su dependencia con respecto al radio de rotación.

## II. FUNDAMENTO TEÓRICO

Trabajamos en la elaboración de un problema teórico sencillo, que reflejara los objetivos de la práctica no ligándolo, ni extrayéndolo de la instalación. Problema que resulte familiar a los estudiantes y que puedan asociarlo a su vida cotidiana, que de manera inductiva pueda ser vinculado con los objetivos que se persiguen [3].

### II.A Problema Inicial y su discusión

Si observamos una patinadora sobre hielo cuando realiza un movimiento de rotación sobre su eje podemos apreciar claramente que cuando recoge sus brazos, aumenta su velocidad angular y al extenderlos disminuye. ¿Qué causas provocan este fenómeno, pues la masa de la patinadora no cambia porque ella extienda o recoja sus brazos? Su compañero de baile tomándola por la cintura, la ayuda a aumentar su velocidad angular con una aceleración angular aproximadamente constante. Describa todas las magnitudes y leyes físicas que intervienen en estos hechos por separado, y el grado de dependencia de cada una de estas magnitudes con relación a las otras. ¿Qué forma tendrá la ecuación del ángulo de giro con respecto al tiempo según las suposiciones del problema? [4]

Posibles respuestas de los estudiantes de difícil corrección, ante la pregunta:

¿Qué causas provocan este fenómeno, pues la masa de la patinadora no cambia porque ella extienda o recoja sus brazos?

El estudiante tiende a responder con expresiones matemáticas, significando esto que tiene muy poco dominio de los conceptos y definiciones.

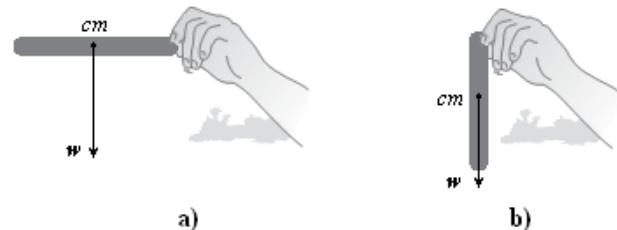
Una de las respuestas más frecuentes es  $\omega r = v$ ; como el radio  $r$  y la  $\omega$  son inversamente proporcionales, a mayor  $r$ ; menor  $\omega$  y viceversa.

Utilizando la definición del sólido rígido, donde todos los puntos que componen el sistema tienen la misma  $\omega$  sin importar el radio, hemos encontrado la manera más sencilla de tratar esta respuesta dentro de nuestro colectivo.

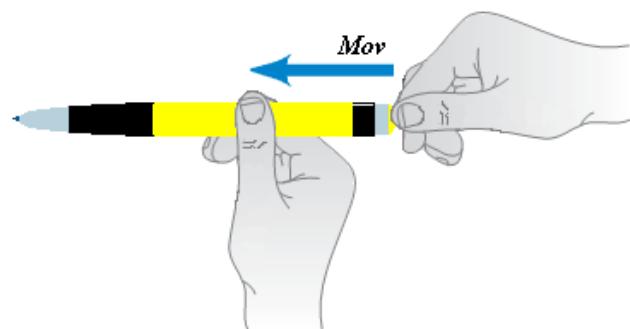
Cuestionar al estudiante sobre la resultante de los torques externos en este primer momento ¿cuáles son? y si  $\sum \tau_{ext} = 0$ , ¿se conservará el momento angular?,  $L = \text{Const.}$  lo que tiene que estar variando es el momento de inercia  $I$ . ¿El torque de la fuerza de gravedad será siempre cero? Otro error común de la mayoría de los estudiantes que siempre lo consideran cero, y que con un pequeño ejemplo como el siguiente puede ser muy bien explicado por el profesor.

Podemos tomar un cuerpo haciéndolo rotar con respecto a un eje que no coincide con su centro de masa, ver Figura 1.

Concluyendo que será cero solo cuando el eje pasa por el centro de masa, pues la fuerza de gravedad siempre actúa sobre el centro de masa. Se puede aprovechar este hecho para ejemplificar los casos donde el ángulo entre la fuerza y el radio son  $0^\circ$  o  $180^\circ$ , que no producen rotación sino deslizamiento en la dirección de la fuerza como muestra la Figura 2.



**FIGURA 1.** Cuerpo que rota alrededor de un eje fijo, que pasa por los dedos, saliendo perpendicularmente de la página.



**FIGURA 2.** Se empuja un lapisero, donde la dirección de la fuerza y el radio de rotación, el cual se toma desde los dedos de la mano que sostiene el lapisero hasta la otra que empuja por la parte posterior forman ángulos de  $0^\circ$  o  $180^\circ$  provocando un deslizamiento y no una rotación.

Si su compañero le aplica un torque constante entonces rotará con una aceleración angular constante. De la cinemática de la rotación es conocida la ecuación, para aceleraciones angulares constantes:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2. \quad (1)$$

Donde  $\theta_0$  es el ángulo inicial,  $\omega_0$  velocidad angular inicial,  $\alpha$  aceleración angular y  $t$  es el tiempo.

### II.B Creación del modelo físico

Antes de pasar al desarrollo de la práctica, recomendamos recordar el problema pero auxiliándose de la instalación, con el fin de inducir al estudiante a que aplique los conceptos estudiados, marco que ha de aprovechar el profesor para la creación del modelo físico.

Por ejemplo en la primera medición, la cual se hace con la ayuda del profesor, puede enrollarse en falso la cuerda en la polea, para que sea un movimiento de rotación con deslizamiento. Así el estudiante entenderá la necesidad de que la cuerda quede bien tensada (ajustada), preguntándole por ejemplo ¿éste será un movimiento de rotación con aceleración angular constante? sino ¿bajo qué condiciones puede ser considerado como tal? ¿Cuál es el eje de rotación, que direcciones tienen la aceleración angular y el torque externo resultante? [3]

La inercia rotacional es una medida de la oposición que ofrece un cuerpo al cambio de su estado de movimiento rotacional, la cantidad física que la caracteriza se le denomina Momento de Inercia  $I$  de un cuerpo, y este depende de la distribución de su masa con respecto a su eje de rotación, según la expresión:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \sum_i m_i r_i^2. \quad (2)$$

Donde las  $m_i$  son los elementos de masa que componen el sistema y las  $r_i$  son las distancias de estos elementos al eje de rotación.

Teóricamente la inercia rotacional  $Id$  de un disco con respecto a un eje que pasa perpendicular a su centro de masa es:

$$I = \frac{1}{2} MR^2. \quad (3)$$

Donde  $M$  es la masa del disco y  $R$  el radio del disco. De igual manera para un anillo se determina el momento de inercia con respecto a un eje que pasa perpendicular por su centro de gravedad:

$$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2). \quad (4)$$

Donde  $M$  es la masa del anillo,  $R_1$  y  $R_2$  son los radios interior y exterior respectivamente del anillo. También podemos recordar el teorema de los ejes paralelos o formula de Steiner el cual permite, conociendo el momento de inercia  $I_{cm}$  de un cuerpo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa, el momento de inercia con relación a otro eje, paralelo al primero, se puede hallar mediante la siguiente expresión:

$$I = I_{cm} + Md^2. \quad (5)$$

Donde  $I_{cm}$  es el momento de inercia con respecto al eje que pasa por el centro de masa,  $d$  la distancia entre los ejes y  $M$  la masa del cuerpo. El teorema de los ejes paralelos tiene un corolario importante, puesto que el término  $Md^2$  es siempre positivo, el  $I_{cm}$  es siempre la inercia más pequeña de cualquier grupo de ejes paralelos (puede no ser la inercia de rotación de más pequeña magnitud del objeto, un eje que apunte en una dirección diferente puede dar un valor más pequeño) [2].

Este teorema nos permite establecer una analogía entre la definición de momento de inercia (Ecación 1) para un conjunto de masas puntuales y un conjunto de cuerpos de momentos de inercia conocidos que rotan con sus ejes paralelos y a cierta distancia  $r_i$  del centro de rotación justificando una dependencia parabólica entre el momento de inercia y el radio o distancia al eje de rotación.

Cuando hablamos de torque es mejor comenzar a partir de la definición general con la ecuación:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (6)$$

El torque depende de la fuerza aplicada  $F$  y la distancia desde el eje de rotación al punto donde se aplica la fuerza  $r$ . El valor de es el producto de  $\tau = rF\sin\theta$  donde,  $\theta$  es el ángulo entre la dirección del radio vector  $r$  y la dirección del vector fuerza  $F$ , aplicada. El torque es máximo cuando el vector  $r$  y el vector  $F$  son perpendiculares entre sí y cero cuando son paralelos o antiparalelos.

De manera general presentamos la ecuación para la dinámica de la rotación:

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = I\vec{\alpha}. \quad (7)$$

Agregando que la dirección de los torques externos coincide en dirección y sentido con la aceleración angular.

### III. DISEÑO EXPERIMENTAL

En la Figura 2 se muestra una foto del dispositivo utilizado.

El sistema que utilizamos, es uno que rota alrededor de un eje vertical el que es muy utilizado [5], es de los mejores equipamientos para la determinación del Momento de Inercia en prácticas de laboratorios de la física general [6]. En el mismo una cruceta formada por cuatro brazos (1) está ubicada sobre una polea cónica múltiple (2) de varios radios.

Todo el conjunto tiene un mismo eje común vertical que descansa sobre un rodamiento lubricado, por lo cual gira alrededor del eje de rotación con muy poca fricción.



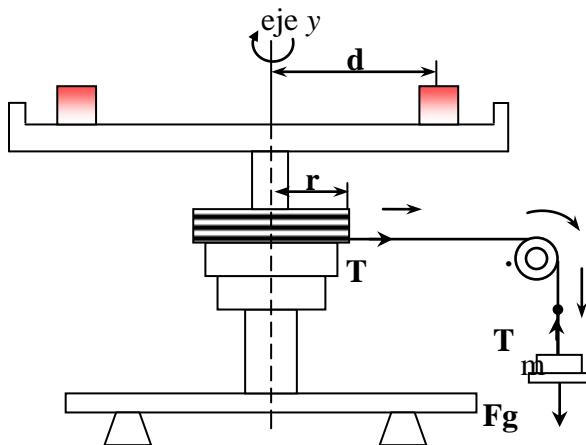
**FIGURA 2.** Vista de la instalación, los componentes de la instalación marcados con números se describen en este apartado.

Alrededor de una de las poleas se enrolla, un extremo de un hilo fino, casi inextensible y de masa despreciable (3) el que se hace pasar por otra polea cuyo momento de inercia no tendremos en cuenta (4) y en el otro extremo se cuelga un porta pesos (5) donde se coloca una masa la que mantendremos constante a lo largo de todas las mediciones. El sistema posee dos sensores eléctricos (6) situados a 180° grados entre sí. En la parte inferior, de los dos brazos están ubicadas unas varillas metálicas delgadas (7) que al

interrumpir los sensores activan el conteo del tiempo hasta la siguiente interrupción.

Todo el sistema descansa en una base circular sólida (8) que posee tres tornillos de nivelación (9) para buscar su posición horizontal. El conjunto se completa con un contador digital de milisegundos computarizado (10) que se conecta a los sensores. Este equipo mide los intervalos de tiempo con una precisión de una décima de milisegundo (0.1 ms), entre un número programable de interrupciones del haz que también las cuenta (en nuestro caso de uno en uno), los almacena y además realiza cálculos con los mismos. En este caso calcula las aceleraciones angulares del sistema, en el intervalo que el mismo realiza media revolución. Mostramos además, el disco (11), el anillo (12) y los cilindros que pueden variar su posición al eje de rotación (13).

El problema inicial sugiere nuestra instalación como método experimental para determinar el momento de inercia. En la Figura 3 presentamos un esquema del sistema. Aquí  $m$  es la masa del conjunto formado por el gancho y la pesa que se cuelga,  $d$  la distancia de los cilindros al eje de rotación la cual puede ser variada,  $r$  es el radio de la polea alrededor de la cual enrollamos el hilo,  $T$  la tensión del hilo,  $F_g$  la fuerza de gravedad y  $I$  es el momento de inercia del sistema rotacional (todo el conjunto) alrededor del eje y.



**FIGURA 3.** Gráfico auxiliar de la instalación. Todas las deducciones teóricas se realizan teniendo en cuenta este gráfico.

Para obtener el momento de inercia podemos usar las ecuaciones de la dinámica de la rotación (Ecuación 7) escogiendo la dirección de la rotación como lo propone la Figura 3. Teniendo en cuenta cuales son las fuerzas que realizan torque, que son la tensión de la cuerda y la de rozamiento del sistema rotacional en sí mismo.

Si ponemos pesas a la cuerda entonces el torque resultante será la tensión  $T$  del hilo y la de rozamiento  $L$ . Teniendo en cuenta la dirección de movimiento sugerida tenemos:

$$T \cdot r - L = I\alpha_1. \quad (8)$$

Aplicando la Segunda Ley de Newton a la masa que pende, teniendo en cuenta la relación que existe entre la aceleración angular y lineal  $a_1=ra_1$  y multiplicando toda la ecuación por  $r$  tenemos:

$$mrg - T \cdot r = mr^2\alpha_1. \quad (9)$$

El torque de la fuerza de rozamiento lo supondremos constante y lo podemos determinar si tenemos en cuenta una rotación sin la tensión de la cuerda (cuando se desenrolla totalmente el hilo). Para este sistema, cuando no está actuando la tensión del hilo, podemos plantear la siguiente ecuación:

$$-L = I\alpha_2. \quad (10)$$

Donde  $I$  es el momento de inercia del sistema rotacional y  $\alpha_2$  la aceleración angular después de desenrollarse totalmente el hilo. Sumando las ecuaciones (7), (8) y (9); despejando a  $I$  entonces obtenemos:

$$I = \frac{mgr}{\alpha_1 + \alpha_2} - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} mr^2. \quad (11)$$

Que es la ecuación de trabajo para el cálculo de los momentos de inercia de todo el sistema rotacional.

Para calcular el momento de inercia  $I_i$  de cualquier cuerpo que montemos en el sistema se procederá de la siguiente manera: se determina el momento de inercia del sistema solo  $I_0$  y luego con el cuerpo encima  $I_C$  (conjunto); por diferencia se obtiene [7]:

$$I_i = I_C - I_0. \quad (12)$$

Para determinar las aceleraciones angulares  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  el contador digital de milisegundos computarizado registra los intervalos de tiempo en que el sistema rota según se deseé (para nosotros cada  $\pi$  radianes) que es la distancia angular. Como todos los desplazamientos angulares serán múltiplos enteros  $K$  de  $\pi$  ( $\theta = K\pi$ ). Las velocidades angulares medias cada dos interrupciones consecutivas serán múltiplos de  $2\pi$  y obteniendo las aceleraciones angulares medias (la cual reporta el equipo) serán:

$$\alpha = \frac{2\pi((K-1)t_1 - Kt_2)}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)}. \quad (13)$$

Aquí  $K$  es el número de conteo por giros cada  $\pi$  radianes que reporta el computador electrónico. En nuestro caso son consecutivos. Esta ecuación la tiene programada el contador digital. Los valores de aceleración angular corresponden al sistema cuando está acelerado  $\alpha_1$  y cuando está desacelerado  $\alpha_2$  valores que sustituimos en la ecuación (11) para hallar el momento de inercia [8].

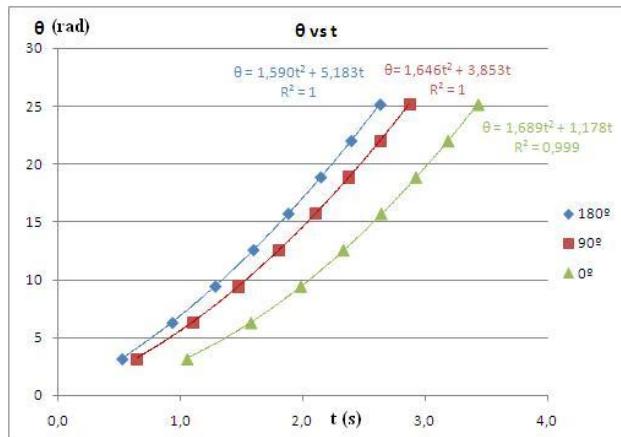
#### IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### IV.A Estudio cinemático de la rotación

Tomando los tiempos y ángulos de giro bajo el supuesto de mantener la  $\alpha=\text{Const.}$  el ángulo se tomó en radianes, multiplicando el número de conteos por  $\pi=3.1415\dots$  y el tiempo en segundos. Se analizaron tres casos, en todos, el ángulo inicial fue cero, pero no lo son sus respectivas velocidades angulares. El primero se hizo a partir de casi  $180^\circ$  antes ( $\omega_{180^\circ}$ ), el segundo de  $90^\circ$  ( $\omega_{90^\circ}$ ) y el tercero lo más cercano a cero posible ( $\omega_0^\circ$ ), el cual no se logra anular por las dimensiones del sensor. También se tomaron los valores de aceleración angular, (cinco, para reportar el valor promedio), para luego obtener la aceleración angular a partir del gráfico de  $\theta$  vs  $t$  y compararlo con la aceleración angular promedio. Los datos son mostrados en la Tabla I, y procesados en el MS Excel.

**TABLA I.** Ángulo cada  $180^\circ$  y tiempo en segundos.

No	$\theta(\text{rad})$	$\omega_{180^\circ}$	$\omega_{90^\circ}$	$\omega_0^\circ$
1	3,1416	0,5283	0,6459	1,0571
2	6,2832	0,9375	1,1015	1,5772
3	9,4248	1,2875	1,4762	1,9826
4	12,5664	1,5987	1,8051	2,3298
5	15,7080	1,8837	2,1016	2,6390
6	18,8496	2,1476	2,3752	2,9223
7	21,9911	2,3960	2,6301	3,1847
8	25,1327	2,6333	2,8709	3,4316
	$\alpha_{\text{Exp}} (\text{rad/s}^2)$	3,431	3,499	3,494



**FIGURA 4.** Posición angular en función del tiempo. Se muestran las tres curvas, cada color corresponde a la columna de su color en la Tabla I.

A partir del gráfico se determinaron las velocidades iniciales comparándolas entre sí. Y las aceleraciones angulares comparándolas con los promedios de las que reportó la instalación.

**TABLA II.** Velocidades iniciales y aceleraciones.

	$\omega_{180^\circ}$	$\omega_{90^\circ}$	$\omega_0^\circ$
$\omega(\text{rad/s})$	5,183	3,853	1,173
$\alpha_{\text{Grá}}(\text{rad/s}^2)$	3,180	3,292	3,378
$\alpha_{\text{Exp}}(\text{rad/s}^2)$	3,308	3,388	3,381
Error %	3,9	2,8	0,1

#### IV.B Determinación del momento de inercia

Se obtuvieron los valores de aceleraciones angulares  $\alpha_i$  y  $\alpha_2$  para determinar el momento de inercia de un disco y un anillo por el método experimental y compararlos con los modelos teóricos de las ecuaciones (2) y (3), los cuales mostramos en la Tabla III:

**TABLA III.** Momento de inercia experimental y teórico.

	$I_{\text{exp}} \cdot 10^{-3} (\text{Kg.m}^2)$	$I_{\text{teó}} \cdot 10^{-3} (\text{Kg.m}^2)$	Error %
Disco	3,493	3,462	0,88
Anillo	6,467	6,447	0,32

#### IV.C Determinación del momento de inercia

Se tomaron dos cuerpecitos de masas semejantes, para evitar que el centro de masa no coincida con el eje de rotación, arrojando así mayores errores en los resultados [9]. La masa total de los dos cuerpecitos es de 0,2006 kg los cuales se le fue variando su distancia al eje de rotación  $d$ . Graficamos el momento de inercia del conjunto contra  $d$  y ajustamos un polinomio de segundo grado, como lo sugiere el teorema de los ejes paralelos. De la ecuación del gráfico se determinó la masa total de los cuerpecitos, y se compararon los resultados como lo muestra la Tabla IV:

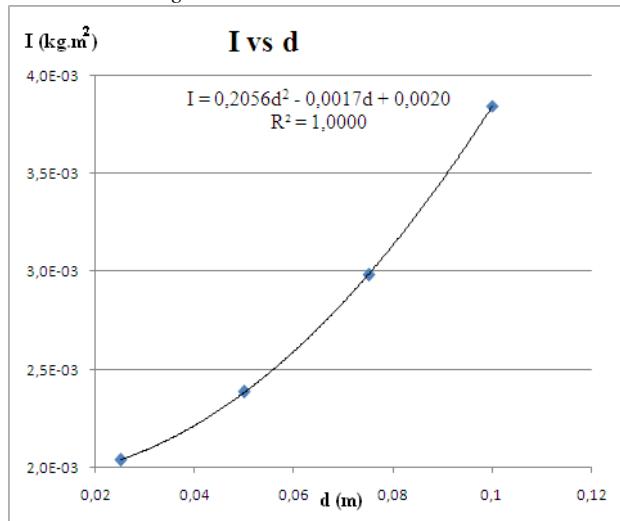
**TABLA IV.** Momento de inercia experimental  $I$  contra  $d$ .

	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
$I_i \cdot 10^{-3} (\text{Kg.m}^2)$	2,04	2,39	2,98	3,84
$d_i (\text{m})$	0,025	0,050	0,075	0,100

Presentamos el gráfico en el Excel, Figura 5, de esta dependencia, no linealizándola. El objetivo del mismo, es que el estudiante, pueda comprobar las definiciones que se imparten en clases; como es la dependencia del momento de inercia con su distribución (distancia al eje de rotación  $d$ ). También calculamos la masa total a partir del gráfico  $M_{\text{Grá}}$  según el modelo físico (Ecuación 4) y lo comparamos, con el medido directamente o experimental  $M_{\text{Exp}}$  por medio de la balanza, Tabla V:

**TABLA V.** Momento de inercia experimental  $I$  contra  $d$ .

$M_{\text{Exp}} (\text{kg})$	$M_{\text{Grá}} (\text{kg})$	Error %
2,006	2,056	2,49



**FIGURA 5.** Momento de inercia, con respecto a la distancia, al eje de rotación.

Este gráfico nos muestra la dependencia entre el momento de inercia  $I$  y la distancia al eje de rotación  $d$ . El término que acompaña a la variable cuadrada es la masa de los cilindros según el modelo físico (Ecuación 4). El término que acompaña la variable lineal según el modelo, no tiene significado físico y el otro es el momento de inercia de todo el sistema con respecto al eje que pasa por el centro de masa.

#### IV. CONCLUSIONES

Desde el problema inicial del laboratorio, el profesor debe dirigir al estudiante a la creación del modelo físico, incidiendo para que cuando esté tomando las mediciones pueda percatarse de la necesidad de cumplir con las condiciones del modelo. Aunque el método de linealización de gráficos es ampliamente utilizado como método experimental, proponemos trabajar con los modelos que arrojan las definiciones teóricas que se imparten en clases. Esto le permite al estudiante profundizar en estos conceptos y no ver el laboratorio como algo totalmente distinto de lo que se recibe en clases, sino que lo complementa. Que el estudiante aprecie el nexo existente entre teoría y práctica, a través del desa-

rrollo del experimento y pueda aplicar lo aprendido en el aula, y a la vez corroborar, con los resultados obtenidos, la veracidad del problema.

#### AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer al colectivo del departamento (todos), pues los criterios y consideraciones que estamos presentando, es el resultado de las opiniones de nuestro colectivo.

Toda sugerencia opinión o criterio de una forma u otra se encuentran expuesto aquí.

#### REFERENCIAS

- [1] Young, H. D., Freedman, R. A. & Flores, V. A. F., *Física Universitaria Sears-Zemansky*, Vol. 1., 12<sup>a</sup> Ed. (Pearson Educación, México, 2009).
- [2] Robert, R., David, H. & Kenneth, S. K., *Física*, Vol. 1., 4<sup>a</sup> Ed. (Compañía Editorial Continental, México, 1999).
- [3] Rodríguez Landrove, L., *Desarrollar el pensamiento lógico dialéctico de los estudiantes de Ingeniería Química a través de los laboratorios de Física I*, En: *Física Aplicada*, (Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2001).
- [4] Fernández Dieguez, M. et al., *Diseño de ejecución en los manuales de laboratorio de Física General en la carrera de Ingeniería Mecánica*, II Conferencia Internacional de Ingeniería Mecánica y Energía (2012).
- [5] *Prácticas de Laboratorios de Física*, (2010). Disponible en: <http://www.fisica.ru>.
- [6] Fereira, A. A. H. & Gessa, A. H., *Evaluación de tres montajes experimentales para la práctica de laboratorio “Momento de inercia de un cuerpo rígido”*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **5**, 183 (2011).
- [7] *Experimental instrument for measuring rotation inertia of the smart rigid body Model GZ-2A* (Beijing, Beijing, 2005).
- [8] *Instructions for computer digital millisecond meter GZ-2A* (Beijing, Beijing, 2005).
- [9] Collazos, M. C. A., *Prototipo para la enseñanza de la dinámica rotacional (momento de inercia y teorema de ejes paralelos)*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 6 (2009).

# Interactivity and information-communication technologies in basic physics to engineering classes



**Arnaldo J. Santiago<sup>1</sup>, Alan F. Machado<sup>1</sup>, Claudio E. da Silva<sup>1</sup>, Armando D. Tavares Jr<sup>1</sup>, Darcilia Simões<sup>2</sup>, Luiz Pinheiro C. da Silva<sup>1</sup>, Maria G. Muniz Washington<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Instituto de Física - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, R. São Francisco Xavier, 524, 20559-900, Maracanã, RJ, Brasil*

<sup>2</sup>*Instituto de Letras – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, R. São Francisco Xavier, 524, Rio de Janeiro, 20559-900, Brasil*

<sup>3</sup>*Faculdade de Engenharia – Universidade do Estado do Rio de Janeiro,  
Rua São Francisco Xavier, 524, Maracanã, CEP: 20559-900, Rio de Janeiro, Brasil.*

**E-mail:** aajsantiago@uol.com.br

(Received 15 July 2014, accepted 2 February 2015)

## Abstract

In this paper, we propose a new contextualization of the so-called scientific method in teaching practices in science and engineering education. We report an objectification in information and communication technologies (ICT) for an electrical circuit class and its inclusion in the above-mentioned pedagogical purpose, that, in tune with the current realities of schools, rehearses reflections of a future with another horizon for teaching/learning engineering and other sciences.

**Keywords:** Methodology, science education, teaching and learning.

## Resumo

Neste trabalho, propomos uma nova contextualização do chamado método científico no ensino de práticas em educação ciência e engenharia. Nós relatamos uma objetivação em tecnologias de informação e comunicação (TIC) para uma classe de circuito elétrico e sua inclusão na finalidade pedagógica acima mencionado, que, em sintonia com as realidades atuais das escolas, ensaiam reflexões de um futuro com outro horizonte para o ensino / aprendizagem de engenharia e outras ciências.

**Palavras chave:** Metodologia, Educação científica, Ensino e aprendizagem.

**PACS:** 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.40.Di.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

The basic goal of engineering is to establish physical models of the world around us and what is useful to the development of any project. In order to achieve these goals, the engineer shall be provided with training in the exact sciences, with the necessary basic knowledge of the science involved, so they can develop a routine for calculating and recognizing the technical limitations of the formulas and computer programs: the project activity.

Unfortunately, it is increasingly clear that the teaching of engineering still depends excessively on the teaching methods used in the past with courses backed on lectures, assignments in rigidly defined, highly fragmented and individualized problems. But the teaching of the most important technical skills of engineering, i.e. the integration of knowledge, synthesis, design and innovation, go far beyond the learning. As a recent National Science Board

(NSB) workshop puts it: “The ubiquitous lecture is the bane of true learning, especially in observation-based, hands-on fields such as engineering” [1].

The system overruled by lecture classes is a naturally passive learning environment. Engineering education must move away from the current field of pedagogy in the classroom, adopting more active learning approaches that enable greater interactivity, involving problem-solving skills and team building. Endorsing this view, Bordogna cites the ancient Chinese proverb: “I hear and I forget. I see and I remember. I do and I understand” [2]. Unfortunately, even nowadays, engineering students have little opportunity for learning experiences, guided discoveries and interactive/collaborative practices. The most used educational resources in the majority of schools are books and copybooks, despite all the limitations that may follow them and the fact that they no longer arouse interest among

the participants [3]. In contrast, the interest of students with certain educational resources, such as computers and practice or experimental classes, is well known [4]. In particular, it has been reported the successful the teaching of physics through educational games [5].

On the other hand, observation, reflection and experimentation are the steps (not necessarily in this order) which compose the so-called scientific method. In general, the scientific method meets the fundamental instruments for conducting analytical reasoning of the subject in relation to its subject matter. This reasoning has to be developed in a systematic and orderly manner, so that the scientist can achieve the goal of your research project: the study of a phenomenon. So, the scientific method articulates the essential instrumental procedures for the construction of knowledge, producing the body of knowledge that constitutes science. Then, we deduce the relevance of the scientific method in pedagogical practice in school, as once the scientific methodology and the methodology of teaching engineering and science are well-articulated, the process of teaching and learning can be developed consistently and guarantee the fixing of the worked contents.

The traditional classroom paradigm is being challenged today, not so much by teachers who have, in general, their teaching efforts optimized for a lecture format, but by students. Now, students have already been born into a digital world and are comfortable with these technologies. Their lives are immersed in electronic games, video media, personal computers, mobile phones, instant messaging, etc.

Unlike us, who were raised in an era of passive media, whose agents were broadcast radio and television, today's students expect, and in fact, look for interaction. They conceive learning as a "plug-and-play" experience. They are neither accustomed to, nor willing to learn sequentially, by reading the manual.

In fact, today's students are active learners. They are adept to multitasking and context switching. And they are challenging college to change its education effort, traditionally anchored in the development and presentation of content. That is, making it more easily accessible via the web and open contents [6].

Cognitive scientists have come to the conclusion that, perhaps, the best approach in these technological environments is to keep the student free, letting him/her set his/her own learning environments. New pedagogies, such as peer-to-peer learning, content development and the use of massively multiplayer games ('virtual worlds') as a simulation tool are rapidly replacing faculty as the dominant educational process in several technology-rich fields. In these new learning paradigms, the word 'student' becomes largely obsolete, because it describes the passive role of absorbing selected content transmitted by teachers. Instead, we should probably start referring to the 21st-century university 'costumers' as active learners. In addition, our students will seek less to learn about something and, instead, will seek to 'learn to be' looking for opportunities to experience the thrill and challenge of engineering practice [7]. In a similar sense, the concept of a teacher as one who develops and presents the knowledge to students, largely passive, can become obsolete too. These

new paradigms' role is to encourage and guide active learning. In other words, to inspire, motivate, manage and train students.

Directed to the guidance of personal rediscovery, the development of practical activities came to have a strong presence in projects in education and training courses for teachers in the 1970s. Nowadays, more than 30 years after, one cannot say that the scientific method has been effectively applied on a large scale in Brazil. Indispensable conditions, like laboratories and mediators' training, have not been established. In the few schools where there are labs, students just mechanically reproduce the experimental procedures in order to solely reach the error bound – which was previously established - to the measured quantity. This culminates making the student lose the opportunity to work with students, their natural curiosity to the phenomenon observed, the motivational aspects, the extensive variety of possibilities in the experiment and the appropriate processes to problematize research raised by every scholar.

It is evident that the change will require an engineering education increasingly distant from the theoretical, expository and abstract method, and a laboratory for experiments in a more active way of learning, involving problem solving skills, team building, creativity, design and innovation. But these concerns are neither new nor unique to engineering education. Psychologists and cognitive scientists have known for decades that the most effective learning takes place through active discovery and the application of knowledge, rather than mere study and contemplation. From John Dewey to Jean Piaget, we have ample evidence that most students learn better by "constructivist learning". However, classes with limited time in the lab and lack of practices prevail in Brazilian education.

In addition, the lack of skill in written expression when representing ideas also implies a debate on the need for semiotic and iconic of conducting the experiments [8].

The requirements to form citizens capable of critically acting in contemporary society have also changed.

Consequently, the educational system has been compelled to modify, yielding numerous challenges for education professionals seeking to exploit modern technology in their teaching. The proper use of ICT can result in quantitative and qualitative differences in school work – for teachers and students - and in the academic environments. In this paper, we describe some activities in which ICT leads to a class of basic-cycle engineering (physics), readjusting the pedagogical idea for a school that has been reconfigured by digital technology.

Thus, the goal of this work is to highlight the exploratory and experimental nature of the scientific method - in its constitutive elements and steps - as a technical-pedagogical path that leads the student to the discovery of processes and phenomena, while powered by its own personal rediscovery.

In this context, the laboratory, which is expanded and enriched in opportunities by ICT, is the bedrock. Such model implanted in classrooms signifies the conceiving of the pedagogical method in a new way, combining it with the scientific method.

## II. A PROFILE OF THE CLASSROOM

The paradigm found in the traditional classroom is being put in check nowadays, not so much by teachers who have, in general, their teaching efforts optimized for a lecture format, but by the students. Students have been born into a digital world and are comfortable with these technologies in a way that older people (including, their teachers) will never be.

Students, members of the digital generation, have spent their entire lives immersed in electronic games, video media, personal computers, cellular phones, instant messengers, etc.

Unlike those of us who were raised in an era of passive media, whose agents were radio and television broadcasts, today's students actually look for interaction. They approach learning as a "plug-and-play" experience and are not accustomed to (nor willing to) learn by reading a printed textbook. Instead, they are inclined to dive in and learn through participation and experimentation.

Although this type of learning is very different from the sequential approach and traditional pyramidal university curriculum, it seems to be much more effective for this generation, particularly when provided through a media-rich environment.

While studying this generation's learning habits, John Seely Brown and his colleagues at Xerox PARC identified several interesting characteristics of the learning process [7].

First, today's students do several things at the same time: they are 'multitasking', performing several tasks simultaneously on a computer, such as web surfing and emailing while listening to music or talking on a cell phone.

Despite their attention span seem to be short, since they jump from one activity to another constantly, they seem to learn with the same efficacy as that of previous generations.

They mastered the ability of fast context switching, a key ability in our present world. Moreover, they also master a wide range of literacy skills, extending the traditional verbal language with visual images and hypertext links. They are particularly adept at navigating through complex arrays of information, acquiring knowledge resources that build sophisticated networks of learning resources.

Today's students are active learners. They construct their own knowledge structures and learning environments through interaction and collaboration. Also, they approach learning in a non-linear way rather than following the sequential structure of the typical college curriculum and confront the traditional learning methodology through the development and presentation of content, which is easily accessible through the web and through open content, in a new methodology in which the teacher's becomes a mentor and a consultant to learning [6].

There is still no consensus among teachers about the future of education, but there is a strong and widespread belief that the 'Internet' generation is changing the learning process in its structure. In these new learning paradigms, the word 'student' as we conceive it becomes obsolete,

mainly because it describes the passive role of absorbing the previously selected content transmitted by teachers.

Individuals who attend to the universities of the 21st century are active learners, since they require more and more responsibility and autonomy in their own learning experiences and outcomes. In addition, our students will not look forward to 'learning about something' (after all, in many ways, they are more sophisticated in navigating knowledge in the digital age than their teachers, so they can find the information they need much easily) and, instead, look forward to 'learning to be', seeking opportunities to experience the engineering practice as a real engineering trainee.

Universities will be pressed to no longer center institutions in college, where it is determined what to teach, whom to teach, how to teach, where to teach and when to teach. Instead, universities will likely evolve to be learner-centered institutions, where students have many more options and control over what, how, when, where and with whom to learn. This should not surprise us since, in an increasingly democratic and market-oriented world, the concerns of individuals and clients are extremely important.

Indeed, it is seen that clients have become the main focus in most successful organizations.

As we have already mentioned, at several years ago, the development of practical activities came to have a strong presence in educational projects and training courses for teachers in Brazil, having originated instructional materials that document this trend. At that time, the primary goal of teaching natural science was to allow the students to experience what is termed scientific method: from comments, they rose hypotheses that were tested and, finally, endorsed or refuted. Later, that was abandoned, which should give rise to new formulations continuing the search for a solution to the research problem.

The experimental lesson should not be seen only as a demonstration of the theory seen in the classroom. Actually, it is essential that the science teacher use it as an important tool to stimulate not only learning, but also the reasoning and teamwork, developing skills not ordinarily raised in a theoretical lecture.

The classroom in which observations and experimentations occur should be eminently interactive. In it, the student's participation occurs in potential states of knowledge presented by the teacher, and evolves the necessary openness to the diversity of opinions, instability and randomness of interest. In this environment, the student doesn't simply look, listen and copy, he thinks, modifies and constructs, thus, becoming coauthor of knowledge production.

The model has the following characteristics:

- context should satisfy the curiosity of the student before the observed phenomenon;
- the everyday experiences must be coupled with experiences in conducting;
- the activity is social because it is developed in groups, in general;
- practical activities should stimulate the interest and, possibly, the vocation of the student to the sciences;

- the student becomes the author of their learning.

This paradigm brings a new meaning to the pedagogical method, combining it with the scientific method. The didactic-pedagogic methodology is then provided with the requirements that have been identified as facilitators of learning by several authors, among them [9, 10, 11, 12].

The engineering colleges should create learning environments oriented to the discovery that take advantage of the power of new information, communication and visualization technologies [1]. However, limited time in the lab, in practices, prevail in science education. This has negative effects on the newly formed professionals: prejudicing their productivity, their ability to create and innovate, and, ultimately, limiting their opportunities of insertion in the professional environment.

Engineering schools have strong evidence of the efficacy presented by constructivist learning through results of several studies and competitive projects among students [13]. Educators should strive to create such immersive experiences for engineering students in an effort to teach them not only the 'how to', but, more importantly, the 'how to be' [7].

## II.A ICT and the classroom

According to Alves [3], the possibilities of access to information and systematized knowledge, as well as the interactions between different educational subjects, have expanded significantly. The use of information and communication technology (ICT) is changing the model of social life drastically. New forms of organization, production of goods, trade, leisure, education and learning are emerging.

The requirements to form citizens capable of acting critically in contemporary society have also changed. A true technological arsenal is available and has been incorporated into the daily activities of people, regardless of social class and age. Consequently, the educational system has been compelled to modify, yielding numerous challenges for education professionals that seek to exploit modern technology in their teaching, although, in general, ICT just represent new ways to perform tasks that already found in classes.

Without depreciating these innovations, which can raise the interest and motivation of the student, ICT can reformulate the strategies of teaching and learning, exploring, in particular, the immediate access to communication and information. There is a current debate about resources that present great potential and that are increasingly more accessible to teachers and students, in education, research institutions and in their homes. The proper use of ICT can result in quantitative and qualitative enhancement in school work - for teachers and students - and in academic environments, provided that excesses and minutiae, as well as problems raised by the use of equipment and digital processes, are handled accordingly. As noted by Pelgrum and Law [14], the diversification of educational resources and the integration of ICTs in education lie in teachers highlighting the importance of

their development and knowing how to exploit these new tools in the best way possible.

In this paper, we describe some activities in which ICT is applied to a basic-cycle engineering class, in this case, a physics one. That allows changes in a school's pedagogical proposal, reconfigured by digital technology.

## III. THE PROPOSED METHODOLOGY

The method suggested here is not exactly a novelty, since practice and computer simulation classes are well known by the greater part of educators. However, few of them use any of these resources in their engineering classes. It should be clarified that this methodology is not targeted for training scientists, or performing a precise scientific measurement, but for exploring accessible teaching resources (as stimulators), reaching the conceptualization of the phenomenon being studied. The difference in this suggestion is revisiting the scientific method and the reframing of ICT, as they cease to be new ways to perform old activities and become tools that, in addition to accessing to information, facilitate conducting experiments at times it is not possible to use a lab. Such approach creates an interactive lesson, using new tools and bringing to reality a new didactic-pedagogic model, no longer restricted to merely "bookish" education.

The experiment makes it possible for individuals to manipulate objects and ideas, discuss their meanings with peers and with the teacher during class and share knowledge in the discussion of the observations and results. The scientific methodology allows the development of capacity and autonomy of thinking. Scientific behavior enables activities that require adapting, modifying, reordering, exchanging ideas and situations and, finally, overcoming obstacles, transcending mere impressions.

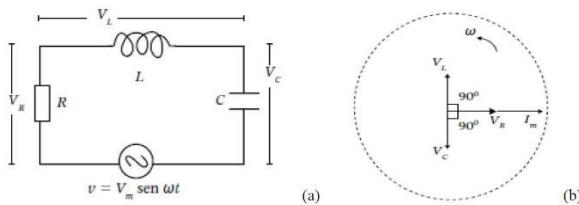
Many ICT are able to model human cognitive functions.

As noted by [15], these 'intellectual technologies' favor new forms of accessing information and new styles of reasoning and knowledge, such as simulations, a kind of experiment derived from the experience, belonging neither to logical deduction nor induction. The simulation comes to occupy a prominent place in teaching and learning because the manipulation of different parameters allows you to try different variables in real-world situations, providing commands that help establishing relations in proportion, time, voltage, current, and other critical concepts to a better comprehension and the use of language of physical engineering aspects. For example, a RLC circuit with AC source is represented in Figure 1.

The theoretical concepts are amply addressed either in printed form or in virtual form, see, for example, [16]; and only necessary elements in order to illustrate their practical application and the simulation are presented.

The total instantaneous voltage over the passive elements is equal to the source voltage at that instant. For convenience, it is assumed that the applied voltage is that shown in Fig. 1(a), while Fig. 1(b) shows the phase relationships for the circuit, with  $I_m$  representing the

current.



**FIGURE 1.** RLC circuit with AC source (a), and phase relationships (b).

Through those relations, we can express the instantaneous voltage drop on the circuit elements as:

$$v_R = I_m R \sin(\omega t), \quad (1)$$

$$v_C = -V_C \cos(\omega t), \quad (2)$$

$$v_L = V_L \cos(\omega t). \quad (3)$$

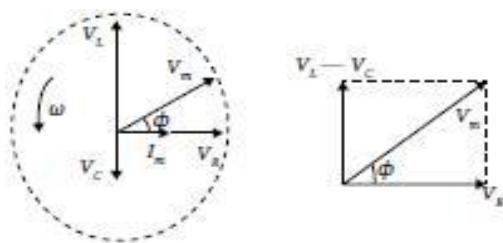
Where the following relationships between phasor voltage and phasor current were used:

$$V_R = I_m R, \quad (4)$$

$$V_C = I_m X_C, \quad (4)$$

$$V_L = I_m X_L. \quad (4)$$

We can obtain the resulting phasor diagram combining the three phasors as depicted in Fig. 2.



**FIGURE 2.** Phasor Diagram and the resulting voltage.

From Figure 2, we can see that the vector sum of the amplitudes of the voltages  $V_R$ ,  $V_C$ , and  $V_L$  is equal to the phasor with maximum applied voltage,  $V_m$ , and angle  $\phi$  in relation to the phasor current  $I_m$ . Note that the phasor voltage  $V_L$  and  $V_C$  are collinear, and, therefore, we can determine the difference phasor  $V_L - V_C$ , which is perpendicular to the phasor  $V_R$ . Besides, we see that

$$V_m = I_m \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}, \quad (5)$$

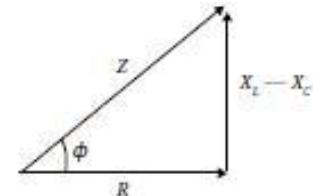
where  $X_L = \omega L$  and  $X_C = \omega C$ . Since the phasor voltage equals to the impedance ( $Z$ ) multiplied by the phasor current, we have  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ .

Finally, to determine  $\phi$ , we can construct the impedance triangle as in Fig. 3, and then, find that the phase angle is given by:

$$\phi = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right). \quad (6)$$

From Figure 3, we can note that if  $X_L > X_C$ , the phase angle is positive, implying that the current lags behind the applied voltage. Now, if  $X_L < X_C$ , the phase angle is negative, then the current is advanced in relation to applied voltage. Finally, when  $X_L = X_C$ , the phase angle is zero, the impedance equals the resistance and the current has its maximum value, given by  $V_m/R$ .

The frequency at which this happens is called ‘resonant frequency’. Resonant circuits are part of the basic-cycle program.



**FIGURE 3.** Initial cycles for the angular velocity  $\omega$  showing a non-harmonic movement.

Resonant circuits are usually subject of laboratory classes in basic cycles. The need for exploratory discussion of circuits’ materials, as oscilloscopes, signal generators, inductors, capacitors and resistors, is also useful in these laboratories. In general, the students raise their resonance curves and observe the transient on the oscilloscope.

In an interactive lecture, several questions may arise, and various topics can be discussed, such as what happens to the current amplitude by changing the value of a parameter ( $R$ ,  $L$  or  $C$ ) or what the response to an arbitrary function from the generator is. At the same time, many topics can be discussed, such as cutoff frequency, bandwidth, quality factor (merit), resonant filters, band-pass and band-reject filters and tuning radio and television and skin effect in the circuit. The limit of the experience is the curiosity of the students and the class duration that, in such an environment, always goes too fast.

### III.A The simulation - RLC

Simulations are representations of reality from mathematical models, with which, through a user-friendly interface shown in Figure 4, the individual settings may be changed or modified to meet general or specific objectives, either in the comprehension of concepts, or the relation between magnitudes using graphs and references. A

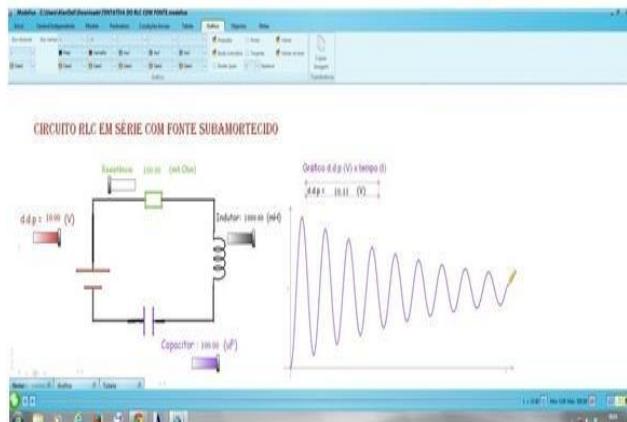
mathematical model is a simplification of reality that seeks to understand a real situation; it is a metaphor that constructs underlying meanings for natural phenomena. The rigor and the level of realism of graphical representations from the use of simulations, minimizes the effort of abstraction inherent to some content of science subjects. The possibility of developing new situations betters interaction because, from the manipulation of parameters, one can set different values to variables in real world situations and interact with the system. The individual is encouraged to interact with the environment created in the experiment.

To simulate the RLC circuit, we have used a freeware called "Modellus" (although Matlab could have been used [16] in order to calculate the current and voltage

Trying to represent dynamic models through static pictures (as in the books, and most of the classes) requires the viewer a great capacity for abstraction, what most students do not have, and whose absence leads to uninterested students and, possibly, to rote learning [17].

Therefore, the simulations are powerful teaching tools when combined with the explanation of phenomena, making the process of learning more effective. The student doesn't need to imagine the phenomenon's dynamics, since he observes the event, resulting in a meaningful learning [18].

The model may be applied in the simulation at different levels. For example, it may include non-linear effects, the signal propagation delay, the study of skin effect in the circuit, and so on. This whole set of information provides tremendous flexibility for lesson content, and it can all be performed in real time, in the virtual lab.



**FIGURE 4.** Simulation.

The software is also very useful for the student.

Because Modellus is freeware, it may be installed elsewhere, such as in a library, study room, computer room or at the student's home, exempt of any charge.

That favors the interaction between colleagues and between students and teacher, shortening distances. It certainly expands the possibilities of undertaking dynamic and interesting classes, promoting better performances both

from the teacher in the teaching process and from the student in the learning one.

#### IV. CONCLUDING REMARKS

Educational resources used in most schools are textbooks and copybooks, despite all limitations they may present. As a matter of fact, several studies claim that the most used didactic materials are still the written ones, in print type [19], although they no longer arouse interest among the participants [3]. On the other hand, other investigations show the interest of students in certain educational resources, such as computers [4], and practical and experimental classes [11].

Encouraging individuals is a challenge among the changes required by a new instructional design. Therefore, providing socially-referenced and meaningful learning in the knowledge era, is (or should be) the goal of education.

Indeed, there is an urgent need for education revolution.

The resumption of the scientific method for teaching and pedagogical activities is aimed to rescue the practice of experimentation, nowadays enriched by the possibility of computer simulation. The use of ICT-related activities, which were organized according to the scientific method, is a response to the demands of a society framed by the technological, scientific and sociocultural evolution. This new paradigm should be represented in educational projects and research projects, particularly in scientific research projects, through which it is possible to achieve the critical mass that will lead improvements in the social model that is currently being discussed and that bothers many today [20-22].

In a globalized world, where information and scientific knowledge circulate freely and quickly through the network, it provides a deeper development of the individual ability of deciding or choosing, from select routes and paths, one which best fits their learning.

The new contextualization of scientific method in its assumptions and its use in teaching practice is a proposal focusing on the implementation of the experimental and practical activities and use of ICT. This methodology allows the discussion of content to explain the world and give opportunities to the individual to acquire and develop capabilities to operate in this world. Although the original subject was engineering, discussions supported by a critical and reflective attitude apply to most (if not all) human experiences.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

This research was supported in part by: Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo, à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro-FAPERJ, Brasil.

## REFERENCES

- [1] NSB, *Moving forward to improve engineering education, ad hoc Task Group on Engineering Education*, Committee on Education and Human Resources, Draft Report, July 23, 2007, (National Science Foundation, Washington, 2007).
- [2] Bordogna, J. et al., *Engineering Education: Innovation through integration*, Journal of Engineering Education **38** (1993).
- [3] Alves, G., *A produção da escola pública contemporânea*, (Autores Associados, Campinas, 2006).
- [4] Marchesi, A. & Martín, E., *Tecnología e aprendizaje*, (Editorial SM, Madrid, 2003).
- [5] Gil A. & Kalhil, J. B., *Ensino de Física com abordagem CTS através de jogos educativos*, Latin-American Journal of Physics Education **7**, 83 (2013).
- [6] Duderstadt, J. J. et al., *Cyberinfrastructure*, A Special Issue of Issues in Science and Technology **22**, (National Academies Press, Washington, 2005).
- [7] Brown, J. S., *New Learning Environments in the 21st Century*, Futures Forum, Aspen, CO: Futures Project, 2005; also MIT Symposium on iCampus, December, (2006).
- [8] Simões, D., *Linguagem e expressão no ensino de Física*, Caderno Seminal **14**, 109-124 (2002).
- [9] Abbott, J., *We are a small group species*, Available in: 21st Century Learning Initiative: <http://changelearning.ca/articles/we-are-small-group-species> (2004).
- [10] Kohn, A., *The schools our children deserve: moving beyond traditional classrooms and tougher standards*, Available in: <<http://changelearning.ca/books/schools-our-children-deserve-moving-beyond-traditional-classrooms-and-tougher-standards>> (1999).
- [11] Dweck, C., et al., *Implicit theories of intelligence predict achievement across an adolescent transition: a longitudinal study and an intervention*, Child Development, **78**, 246-263 (2007).
- [12] Moran, J. M., Especialista em projetos inovadores na educação presencial e a distância. In: J. M. Moran, *Novas tecnologias e mediação pedagógica*, 15<sup>a</sup> Ed. (Papirus, São Paulo, 2009).
- [13] Prince, M., *Does Active Learning Work? A review of the research*, Journal of Engineering Education **93**, 223-231 (2004).
- [14] Pelgrum, W. & Law, N., *ICT in education around the world: trends, problems and prospects*, (UNESCOIIEP, Paris, 2003).
- [15] Levy, P., *Cibercultura*, (Editora 34, São Paulo, 1999).
- [16] Silva, C. E., Santiago, A. J., Machado, A. F. & Assis, A. S., *Eletromagnetismo: fundamentos e simulações*, (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2014).
- [17] Simões, D. & García, F. (Orgs.), *A pesquisa científica como linguagem e práxis*, (Dialogarts, Rio de Janeiro, 2014).
- [18] Moreira, M. A., *Aprendizagem significativa*, (Editora Universidade de Brasília, Brasília, 1999).
- [19] Ricoy, M. C., *Utilización de los recursos y factores que rodean el empleo de la prensa en la educación de jóvenes y adultos*, Revista de Estudios de Comunicación (2009).
- [20] Krasilchik, M., *O professor e o currículo das ciências*, (Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1987).
- [21] Kantrowitz, B., *Living up to Early Promise. How teachers will have to adapt to today's new technology*, Newsweek, p. 26 (1994).
- [22] Hargreaves, A., *Teaching in the Knowledge Society: education in the age of insecurity*, (College Press, New York, 2003).

# A dramatização na formação de futuros professores de Física



**Micaías Andrade Rodrigues**

*Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino. Centro de Ciências da Educação. Universidade Federal do Piauí. Campus Universitário Ministro Petrônio Portella-Bairro Ininga-Teresina-PI. CEP: 64049-550, Brasil.*

**E-mail:** micaias@ufpi.edu.br

(Received 28 July 2014, accepted 13 January 2015)

## Resumo

Este artigo aborda uma forma pouco usual de se trabalhar a Física na escola: a dramatização. A atividade aqui descrita ocorreu em turmas de licenciatura em Física da Universidade Federal do Piauí, na disciplina Metodologia do Ensino de Física. O assunto abordado foi acerca da concepção do movimentos dos corpos celestes, no modelo geocêntrico de Ptolomeu e o modelo heliocêntrico de Copérnico. A atividade consistiu em dividir cada turma em dois grupos e pedir para que cada grupo representasse, por meio de dramatização, o modelo selecionado (cada grupo ficou com um). Como resultado nós podemos perceber que o assunto abordado, embora parecesse simples para os licenciandos, mas mostraram-se com muitos detalhes que nunca haviam pensado, tais como a ordem dos astros no modelo geocêntrico ou o movimento dos epiciclos. De acordo com o observado, concluímos que o teatro pode ser uma boa forma de se aprofundar assuntos diversos na física e que funciona também como um incentivador à pesquisa e uma forma de tornar a física mais atrativa para os alunos.

**Palavras chave:** Ensino de Física, Dramatização, Formação de professores, Metodologia do ensino.

## Abstract

This article discusses an unusual way of working the Physics at school: dramatization. The activity described here occurred in classes of degree in Physics at Universidade Federal do Piauí, in the course Methodology of Physics Teaching. The subject was approached about conceptions of the movements of celestial bodies in the Ptolemy's geocentric model and the Copernicus' heliocentric model. The activity occurred by division each class into two groups and ask each group to represent by dramatization, the selected model (each group got one). As a result we can see that the subject matter, though it seemed simpler for undergraduates, but showed up with many details that had never thought of, such as the order of the stars in the geocentric model or the movement of epicycles. According to the observed, we conclude that the theater can be a good way of developing various subjects in physics and also works as an incentive for research and a way to become the physics more attractive to students.

**Keywords:** Physics teaching, Dramatization, Teacher training, Teaching methodology.

**PACS:** 01.40.-d, 01.40.J-.eg, 01.40.gb

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUÇÃO

Várias pesquisas comentam que os alunos do Ensino Médio (EM) entram em contato com a disciplina física através de imensas listas de exercícios, memorização de fórmulas e descontextualizado da sua realidade [1-7]. Desta forma, este ensino não faz nenhum sentido aos alunos e nem lhes é atrativo.

Se este ensino não é atrativo e nem faz sentido, pelo menos na disciplina de Física o EM não cumpre uma das suas finalidades, que de acordo com a Lei 9394/1996 [8], a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB, que é a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática.

Corroborando com isto, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - DCNEM [9] afirma em seu artigo 5º que, entre outros, o EM baseia-se na:

- I - formação integral do estudante;
- II - trabalho e pesquisa como princípios educativos e pedagógicos, respectivamente; [...]
- V - indissociabilidade entre educação e prática social, considerando-se a historicidade dos conhecimentos e dos sujeitos do processo educativo, bem como entre teoria e prática no processo de ensino-aprendizagem;
- VI - integração de conhecimentos gerais e, quando for o caso, técnico-profissionais realizada na perspectiva da interdisciplinaridade e da contextualização; [...]

VIII - integração entre educação e as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura como base da proposta e do desenvolvimento curricular.

Assim, este documento (*idem*) deixa claro a importância de apresentar em sala de aula o processo histórico ocorrido no desenvolvimento do conhecimento, bem como a contextualização do mesmo de maneira interdisciplinar.

Enfatiza também, no seu artigo 8º que o currículo do EM deve evidenciar a contextualização e a interdisciplinaridade ou outras formas de interação e articulação entre diferentes campos de saberes específicos.

Para que isto ocorra, as DCNEM [9] afirmam que devem ser adotadas metodologias de ensino e de avaliação de aprendizagem que estimulem a iniciativa dos estudantes e que os conteúdos, metodologias e formas de avaliação devem ser de tal forma organizados que, ao final do EM o estudante demonstre domínio dos princípios científicos e tecnológicos e conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. Uma forma interessante, porém, desafiadora, para que isto ocorra é através do teatro, ou dramatização.

## **II. A DRAMATIZAÇÃO COMO METODOLOGIA DE ENSINO**

A dramatização (ou desempenho de papéis ou ainda teatro) é o procedimento de ensino que visa a representação de uma situação do cotidiano, fato ou fenômeno social, pelos alunos [10]. Segundo Reverbel [11], o teatro aplicado à educação possui o papel de mobilização de todas as capacidades criadoras e o aprimoramento da relação vital do indivíduo com o mundo; as atividades dramáticas liberam a criatividade e humanizam o indivíduo pois o aluno é capaz de aplicar e integrar o conhecimento adquirido nas demais disciplinas da escola e, principalmente, na vida. Isso significa o desenvolvimento gradativo na área cognitiva e também afetiva do ser humano.

Desta forma fica claro o potencial que este método de ensino tem para a educação. No ensino de Física, nossa área de atuação, esta atividade já vem sendo utilizada com sucesso, especialmente para tratar de eventos históricos como a construção da bomba atômica [12] e a vida do cientista Galileu Galilei [13]. Outras áreas também têm feito o uso deste método de ensino, como a matemática [14] e a enfermagem [15].

Tonin e Martins [16] afirmaram que o teatro é uma área de conhecimento que tem como uma das principais características a relação dialógica, e, por isso mesmo, proporciona a discussão reflexiva sobre variados assuntos e temas sociais. Existem duas modalidades de dramatização: a espontânea e a planejada. Na primeira os alunos preparam a encenação, elaborando personagens e discutindo os papéis que irão representar; na segunda, participam sem elaboração prévia das situações encenadas [10]. Carlini [10] elenca alguns dos objetivos que a dramatização, como procedimento de ensino possibilita: caracterizar e analisar de forma abrangente as situações do cotidiano; expressar-se

com clareza, expondo ideias, sentimentos e percepções, em linguagem verbal e não verbal; desenvolver a observação e a criatividade; desenvolver empatia e a solidariedade, no desempenho de papéis sociais e profissionais diferentes; analisar conflitos e disputa, trabalhando com valores; e envolver-se ativamente no processo de construção de novos conhecimentos.

Com isto percebemos que a utilização de dramatização em aulas de Física pode trazer excelentes resultados. Na seção abaixo descreveremos a atividade que utilizou este procedimento de ensino para trabalhar conteúdos sobre o sistema solar em uma turma de Metodologia do ensino de Física da Universidade Federal do Piauí (UFPI).

## **III. TRABALHANDO COM OS SISTEMAS GEOCÉNTRICO E HELIOCÉNTRICO**

Como dito anteriormente, esta atividade foi realizada com licenciandos em Física de duas turmas de Metodologia do Ensino de Física da UFPI, sendo a primeira no primeiro semestre de 2013 (25 alunos) e a segunda no segundo semestre de 2013 (21 alunos). A atividade consistia na representação teatral dos modelos geocêntrico de Ptolomeu e heliocêntrico de Copérnico.

Para que esta atividade ocorresse as turmas foram divididas em dois grupos e para cada grupo foi repassado um texto contendo a explicação de um dos modelos citados.

Cada grupo teria que ler o texto e explicar, em forma de dramatização o posicionamento e movimento dos astros celestes. Os grupos teriam liberdade para representar como achassem melhor. O professor da disciplina intervinha de forma pontual nos grupos explicando melhor cada um dos modelos e algumas outras dúvidas que surgissem.

Para colher os dados para este artigo foi utilizado um diário de campo, no qual foram sendo anotados os principais acontecimentos. A observação foi do tipo participante, pois o professor intervinha diretamente de forma a tornar as representações e/ou explicações mais claras para os ouvintes [17]. Os resultados desta atividade encontram-se compilados na seção abaixo.

## **IV. ALGUNS RESULTADOS**

Nas duas turmas, a princípio, os alunos não queriam participar, ficaram envergonhados. Porém, quando os textos foram sendo lidos e as ideias começaram a surgir, todos, sem exceção, interagiram de forma bastante positiva. Todos os quatro grupos (dos dois semestres somados) utilizaram de uma espécie de "narrador-professor". Este nome deve-se ao fato de que, além de explicar o movimento dos astros, ainda se utilizaram do quadro para representar de forma esquemática, buscando clarear mais a sua explicação.

As representações partiram do princípio de que astro seria o centro do Universo em cada modelo, a Terra no modelo geocêntrico e o Sol, no heliocêntrico. Definido isto, uma pessoa seria escolhida para representar este astro e os

demais se dividiam nos outros astros e corpos celestes conhecidos da época (Lua, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter, Saturno, estrelas, cometas, asteroides, etc).

Separados os papéis, a discussão se dava em torno de como se dava o movimento dos astros ao redor do centro do Universo. No modelo ptolomaico o Sol, a Lua, as estrelas, os cometas e asteroides orbitam circularmente ao redor da Terra, já os errantes (tradução literal do termo grego que deu origem à palavra planeta. Este nome se deve ao fato do

*A dramatização na formação de futuros professores...*  
movimento irregular destes astros que pareciam voltar um pouco nas suas órbitas de vez em quando, não sendo um movimento circular perfeito como os dos demais corpos celestes) orbitavam através dos epiciclos, que eram a junção de duas órbitas circulares, na qual uma órbita maior circundava a Terra (deferente) e orbitando em torno desta órbita, através de um epiciclo, um errante, conforme figura abaixo:

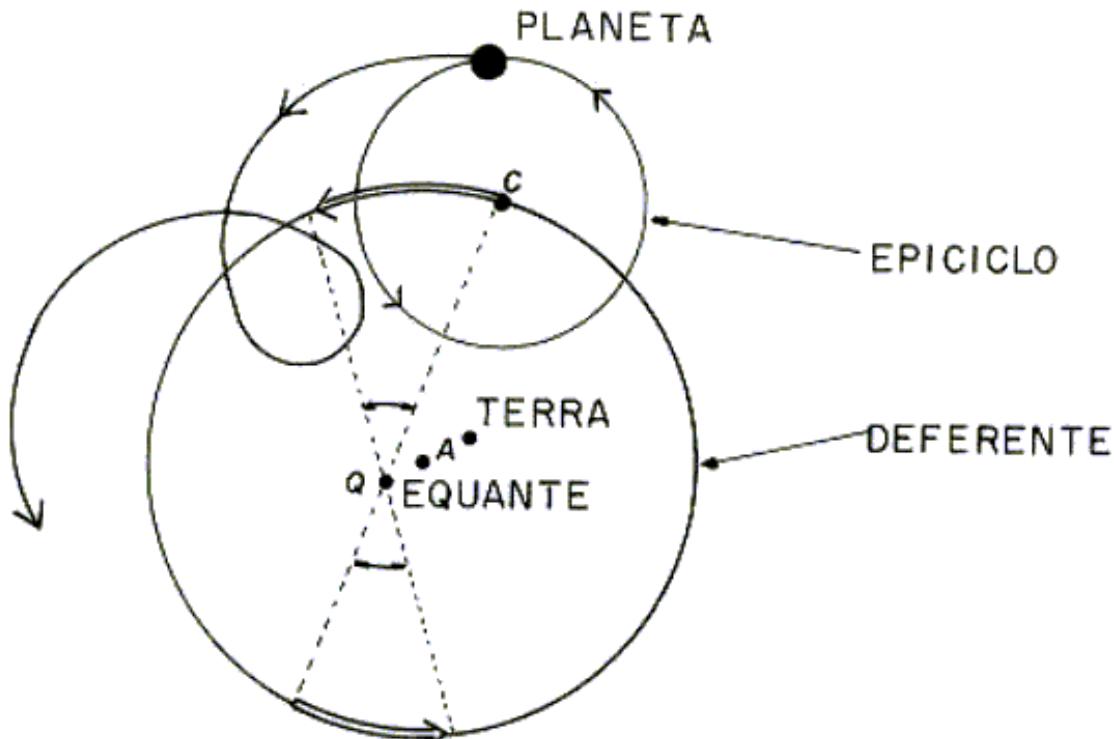


FIGURA 1. Os movimentos dos planetas (errantes), segundo Ptolomeu [18].

Podemos perceber na figura que o movimento realizado pelos errantes em torno da Terra é uma espécie de espiral, por isto esta impressão de voltar às vezes na sua órbita.

Quando os grupos que pegaram este modelo precisaram representá-lo, tiveram muita dificuldade, sendo necessárias várias intervenções do professor de forma aclarear bem a visão ptolomaica.

O modelo heliocêntrico, por sua vez, foi bem mais simples a compreensão e representação, visto que o Sol é o centro e os demais astros orbitam de forma circular ao redor deles.

Ficou evidente nas discussões dos grupos o pouco conhecimento que os licenciandos têm acerca desta temática, visto que o conhecimento acerca disto é oriundo do Ensino Médio, uma vez que tal temática não é trabalhada na universidade. Desta forma, este método também serviu como um incentivador à pesquisa, visto que os licenciandos não tinham subsídios necessários para fazer as representações dramáticos nos dois modelos.

As representações foram bem proveitosa, pois demonstraram algumas coisas que os licenciandos (pelo

menos a sua maioria) não sabia, como, por exemplo: o movimento dos epiciclos; o movimento de rotação de Vênus em torno do seu eixo é um sentido horário, enquanto os demais planetas giram em sentido anti-horário; embora não seja o planeta mais próximo do Sol, mas Vênus têm a maior temperatura de todos os planetas, devido à sua atmosfera rica em gás carbônico; apenas cinco planetas (mais a Terra) eram conhecidos na época que estas teorias foram desenvolvidas.

Ao final da atividade, todos os licenciandos estavam satisfeitos com o resultado e com o aprendizado que este método de ensino propiciou. Comentaram que nunca haviam pensado em trabalhar Física desta forma, mas que gostaram muito. Foi questionado se outras atividades poderiam ser desenvolvidas utilizando-se a dramatização no ensino de Física e foram elencados momentos diversos da vida de cientistas, o movimento da corrente elétrica, explicações sobre densidade, etc.

## V. UM MÉTODO PROMISSOR, PORÉM POUCO EXPLORADO

Com base nas atividades realizadas, podemos verificar que a dramatização é um método que, se bem elaborado e dadas as condições para o seu desenvolvimento, apresenta bons resultados. O papel do professor é primordial, tanto no sentido de oferecer os subsídios e informações necessárias para as representações, tanto no papel de direcionar e motivar aos grupos.

Acreditamos que uma atividade para ser ministrada em sala de aula, deve (pelo menos na maioria dos casos!) ter sido vivenciada pelo seu professor. Então, ao realizarmos esta atividade com os futuros professores de Física, estamos proporcionando aos mesmos outras opções de ações docentes, superando as aulas expositivas, descontextualizadas da realidade e recheadas de listas de exercício.

A Física, no nosso entendimento, para ser compreendida em sua totalidade, deve ser vista não apenas de forma algébrica, mas de forma conceitual, aproximando-se da realidade do aluno. Não faz sentido que uma ciência que existe para explicar fenômenos que nos cercam não seja compreendida pelos alunos pois a mesma é vista apenas matematicamente.

Enfatizamos que não é o uso de dramatizações que solucionará o problema do ensino de Física e gerará interesse pela disciplina. Nenhuma metodologia de forma isolada apresenta um bom resultado. A dramatização deve ser somada a aula expositiva, o uso de experimentos, o estudo do meio, entre outros métodos, que, de acordo com o assunto, a turma e o momento podem motivar os alunos (e também os seus professores!) e fazê-los compreender melhor a Física, levando-a para a sua vivência.

É esta a educação que acreditamos: a que o aluno incorpora e a utiliza na sua vivência e não aquela decorativa e que meses ou semanas após ser estudada em sala de aula é esquecida, por não fazer nenhum sentido!

## REFERÊNCIAS

- [1] Andrade, C. R. & Maia Junior, M. S., *Ensino da Física e o cotidiano: a percepção do aluno de Licenciatura em Física da Universidade Federal de Sergipe*, Scientia Plena **4** (2008).
- [2] Bezerra, D. P., Gomes, E. C. S., Melo, E. S. N. & Souza, T. C., *A evolução do Ensino da Física-perspectiva docente*, Scientia Plena **5** (2009).

- [3] Cavalcante, D. C. M., Souza, T. C., Silva, S. A. & Melo, E. S. N., *A representação social construída por licenciandos acerca do curso de física*, Scientia Plena **5** (2009).
- [4] Lestinge, S. & Sorrentino, M., *As contribuições a partir do olhar atento: estudos do meio e a educação para a vida*, Ciência & Educação **14**, 601-619 (2008).
- [5] Monteiro, M. A. A. & Teixeira, O. P. B., *O ensino de física nas séries iniciais do ensino fundamental: Um estudo das influências das experiências docentes em sua prática em sala de aula*, Investigações em Ensino de Ciências **9**, 7-25 (2004).
- [6] Reis, E. M. & Linhares, M. P., *Integrando o espaço virtual de aprendizagem “Eva” à formação de professores: Estudo de caso sobre o currículo de Física no Ensino Médio*, Ensaio **10**, 1-22 (2008).
- [7] Teixeira, P. M. M., *A educação científica sob a perspectiva da pedagogia histórico-crítica e do movimento C. T. S. no ensino de ciências*, Ciência & Educação **9**, 177-190 (2003).
- [8] Brasil, Governo, *Lei 9.394*, (Brasília, 1996). Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil/LEIS/L9394.htm>. Acesso em: 05/08/2008.
- [9] Brasil, Diário Oficial da União, *Resolução CNE/CEB 2/2012*, 31 de janeiro de 2012, Seção **1**, 20 (2012).
- [10] Carlini, A. L., *Procedimentos de ensino: Escolher e decidir*, In: Scarpato, M. (Org.), *Os procedimentos de ensino fazem a aula acontecer* (Avercamp, São Paulo, 2004).
- [11] Reverbel, O., *O Teatro na Sala de Aula*, 2<sup>a</sup> Ed. (J. Olympio, Rio de Janeiro, 1979).
- 12. Samagaia, R. & Peduzzi, L. O. Q., *Uma experiência com o Projeto Manhattan no ensino fundamental*, Ciência & Educação **10** (2004).
- [13] FAPEMIG, *Minas Faz Ciência* **40**, dez-fev (2010).
- [14] Silva, F. L., Mateatro. Um método diferenciado de ensinar matemática, In: SBEM. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, Curitiba, Brasil (2013).
- [15] Soares, S. M., Silva, L. B. & Silva, P. A. B., *O teatro em foco: Estratégia lúdica para o trabalho educativo na saúde da família*, Esc Anna Nery **15**, 818-824 (2011).
- [16] Tonin, J. & Martins, G. S. L., *O ensino do teatro e as múltiplas identificações de gênero e sexualidade*, O Mosaico: R. Pesq. Artes **8**, 136-147 (2012).
- [17] Marconi, M. A. & Lakatos, E. M., *Fundamentos de metodologia científica*, (Atlas, São Paulo, 2007).
- [18] Martins, R. A., *Sistema Ptolomaico*. Disponível em: <http://www.ghtc.usp.br/server/Sites-HF/Geraldo/Ptolemaico.htm>. Acesso em: 19/05/2014.

# Determinación de la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por el estallido de las popcorn



Díaz, Albert, Montilla, Yomber, González, Juan, Díaz, Cruz

Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Barquisimeto  
“Luis Beltrán Prieto Figueroa”, Barquisimeto Estado Lara, República Bolivariana de Venezuela.

E-mail: albertjdiaz\_19@hotmail.com

(Recibido el 1 de agosto de 2014, aceptado el 24 de febrero de 2015)

## Resumen

Este trabajo de investigación tiene como propósito determinar la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por los estallidos de las popcorn o Cotufas (*Zea mays everta Sturt*). Para tal efecto, se realizaron mediciones del tiempo en que estallan los granos, se obtuvieron las curvas experimentales para cada una de las muestras utilizadas haciendo uso de sistemas asistidos por computador (CAS), y se aproximó una expresión matemática que al ser graficada se ajustara a los resultados experimentales (Curva teórica). La función que se ajusta, tiene la forma  $N(t)=No/(e^{(1/\lambda(t-\bar{t}))}+1)$ , donde  $N(t)$  es el número de granos sin estallar,  $No$  es la muestra inicial de granos,  $t$  representa cada uno de los tiempos en que se producen los estallidos,  $\bar{t}$  es el promedio del tiempo y  $\lambda$  es la probabilidad de que los granos estallen en un intervalo de tiempo  $t$  a una temperatura  $T$ , experimentalmente se obtuvo que su valor es  $\lambda=(\Delta t/\Delta T)^\circ C$ .

**Palabras clave:** *Zea mays everta Sturt*, Curva experimental, Curva teórica.

## Abstract

Does this investigation work have as purpose to determine the distribution function associated to the sound picks caused by the explosions of the popcorn or cotufas (*Zea mays everta Sturt*). For such an effect, were they carried out mensuration of the time in that the grains explode, were the experimental curves obtained for each one of the used samples making use of systems attended by computer (CAS), and did she approach a mathematical expression that was adjusted to the experimental results (Curve theoretical). Does The function that is adjusted, have the form  $N(t)=No/(e^{(1/\lambda(t-\bar{t}))}+1)$ , where  $N(t)$  is the number of grain unexploded,  $No$  is the initial sample of grains,  $t$  does each one of the times represent in that the explosions take place,  $\bar{t}$  it is the average of the time and  $\lambda$  is it the probability that the grains explode in an interval of time  $t$  to a temperature  $T$ , experimentally it was obtained that their value is  $\lambda=(\Delta t/\Delta T)^\circ C$ .

**Keywords:** *Zea mays everta Sturt*, Curve experimental, Curve theoretical.

**PACS:** 01.50.Lc, 07.05.-t, 07.05.Fb, 07.05.Hd.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Muchos de los tópicos que se estudian en las diversas ramas de la física suelen resultar muy complejos y poco comprendidos. El motivo principal para que esto ocurra, es el hecho de que pocas veces se logra establecer la relación existente entre los fenómenos estudiados y la cotidianidad de los involucrados en el proceso de investigación. El estudio de la física por ser una ciencia factica, conlleva a la combinación de la teoría, en las que se exponen los conceptos y leyes fundamentales; y las actividades de laboratorio que acercan al investigador a la experimentación y contrastación de dichas leyes.

En la actualidad, es muy común estudiar los fenómenos naturales desde dos perspectivas diferentes pero complementarias entre sí; la combinación de los instrumentos de laboratorio convencionales con medios

informáticos, propicia el establecimiento de analogías entre los resultados obtenidos virtualmente y los que se suelen obtener vivencialmente. Con respecto a lo antes mencionado, Velasco, Arellano y Martínez [1], manifiestan que:

*“Una de las alternativas para la enseñanza práctica es el uso de laboratorios virtuales, los cuales se crean por medio de computadora y contienen una serie de elementos que ayudan al alumno a apropiarse del conocimiento teórico y desarrollar las habilidades concernientes al conocimiento adquirido”.*

Los laboratorios virtuales representan “una contribución a la educación por parte de las TIC, lo que ha ampliado la disponibilidad de laboratorios y la oportunidad de obtener un conocimiento práctico”. Los softwares educativos diseñados específicamente para reproducir experimentos de laboratorio (por ejemplo, Physics Education Technology

"PhET"), les permiten a sus usuarios estudiar el comportamiento de algún fenómeno de su interés virtualmente, pero con ciertas restricciones que limitan su utilidad desde el punto de vista científico.

De igual forma, la otra modalidad que se puede adoptar dentro de los medios informáticos, está representada por los diferentes Sistemas Asistidos por Computador (CAS), por ejemplo, Microsoft Excel, Maple, entre otros; que en conjunto con programas de edición de imágenes, sonidos u otro aspecto similar; representan una herramienta de suma importancia para realizar estudios científicos sobre cualquier fenómeno natural, incluyendo los de características aleatorias; permitiéndole al investigador saber el cuándo, el cómo y el por qué se desarrollan.

En este orden de ideas, Melgarejo y otros [2], señalan que:

*"Los sistemas asistidos por computador (CAS) han sido utilizados durante décadas, actualmente hacen parte del proceso de enseñanza y aprendizaje en las aulas; con los CAS los estudiantes se concentran en los conceptos y técnicas involucradas en la solución de problemas".*

Además agrega que:

*"La vida moderna va ligada a la computación, así, la ciencia, ingeniería, economía, sociología, medicina entre otras ramas del saber, están siendo soportadas por las herramientas que entrega el software".*

En esta oportunidad, se hace uso de los CAS para determinar la función de distribución asociada a los picos sonoros ocasionados por el estallido de las popcorn.

Aprovechando la familiaridad del objeto de estudio (popcorn o cotufas), se demostrará que fenómenos de esta índole pueden utilizarse desde el punto de vista académico para ejemplificar contenidos concernientes a estadística, graficado e incluso al modelado de curvas e interpretación de resultados.

Para desarrollar la investigación, se trabaja con un software editor de sonidos denominado "Cool Edit Pro2.1", encargado de registrar la señal que produce cada uno de los estallidos de las popcorn en función del tiempo, y para el análisis de datos se utiliza Microsoft Excel y Maple. Se tomaron como objeto de estudio las popcorn por ser su proceso de cocción un fenómeno natural de carácter aleatorio y probabilístico; y los software antes mencionados por poseer las características necesarias para cumplir con el objetivo planteado, además de ser de fácil adquisición.

## II. ANTECEDENTES

El comportamiento de las popcorn aunque aparenta ser muy sencillo, engloba una serie de fenómenos físicos que han sido objeto de estudio en diversos trabajos de investigación; especialmente desde el punto de vista aleatorio y probabilístico. Entre estos, destaca el realizado por Struthers y otros [3], quien realizó un trabajo de investigación que tenía por objetivo determinar si se distribuyen normalmente los estallidos de un conjunto de popcorn; diseñando un experimento que le permitiera a los estudiantes de ciencias matemáticas de la Michigan

Technological University relacionar el contenido impartido teóricamente con un hecho tan común en la vida cotidiana.

Dicho autor utilizó programas computarizados (no especificados), para registrar el tiempo en el que estallan las popcorn y en base a ello obtuvo la curva experimental que describe su comportamiento. Realizó dos tipos de pruebas; la primera empleando una cocina eléctrica como mecanismo para elevar la temperatura de granos comunes de popcorn y la segunda usando un microondas y granos especiales para microondas de distribución comercial. Despues de comparar los resultados de los dos tipos de pruebas señaló que eran tan similares que podían tratarse como un dato único; concluyendo además, que la función de distribución asociada a las popcorn no es normal, debido entre otras cosas a que la distribución de huecos (intervalos cronometrados entre los estallidos sucesivos) muestra muchos intervalos más cortos de lo que se esperaría de una distribución del normal.

De igual forma, Mayntz M. [4], diseñó una práctica de laboratorio denominada "NUCLEAR popcorn". La misma tenía por objetivo: Determinar si la función de distribución asociada a las popcorn podía ser comparada con el decaimiento radiactivo. La actividad de laboratorio consistía en síntesis en tomar una muestra de 128 granos de maíz para popcorn, colocarlos dentro de un envase y suministrarle calor hasta que se produzca el estallido de todos los granos. El registro de los intervalos de tiempo entre los estallidos se realizó por medio de programas computarizados (No especificados).

Se estudiaron siete intervalos de tiempo sucesivos que representan las vidas medias del elemento radiactivo, que como se mencionó, estaba representado por una muestra de 128 granos (por lo que la cantidad de granos que se espera permanezca sin estallar en la muestra por cada vida media es: 1ra=64, 2da=32, 3ra=16, 4ta=8, 5ta=4, 6ta=2, 7ma=1), y se establecieron comparaciones entre la cantidad de granos que se espera permanezcan sin estallar en la muestra y la cantidad de granos que realmente permanecían sin estallar en la misma.

Como se puede evidenciar ambos autores coinciden en utilizar las popcorn como elemento para describir fenómenos físicos de carácter aleatorio a través de actividades de laboratorio. Éste trabajo posee gran similitud con el realizado por Struthers y otros; sin embargo, es más profundo ya que además de obtener la curva experimental que describe el comportamiento de las popcorn define una función que al ser graficada se ajusta a la misma. Así mismo, partiendo de la función obtenida se demuestra teóricamente que el proceso de cocción de las popcorn puede ser comparado con el decaimiento radiactivo si y solo si, se ejecuta el experimento que más adelante será descrito a temperatura constante; esto con relación a la práctica de laboratorio planteada por Mayntz M.

## III. SOBRE EL MAÍZ PARA POPCORN

El maíz palomero, al igual que los otros seis tipos de maíz, es un cereal de grano y se origina a partir de una hierba salvaje. Su nombre científico es *Zea mays everta* Sturt [5].

#### IV.A Fase I: Diagnóstica

En esta fase se seleccionan los implementos evaluando la factibilidad de utilizar cada uno de los mismos, de acuerdo con la función que deben cumplir dentro del proceso de investigación. Los implementos o materiales seleccionados se muestran a continuación:

*-Materiales (proceso de cocción de las popcorn):*

Hornilla eléctrica de 1000W, recipiente metálico del mismo diámetro de la hornilla (olla), maíz para popcorn (1 Kg, marca: El Maizal), aceite comestible.

*-Implementos (determinar las características propias de los granos de popcorn y del proceso de elevación de temperatura):*

Balanza con apreciación 0.001 gr (determinar la masa promedio de los granos), termómetro digital (sensor infrarrojo).

*-Implementos computacionales (detección de las señales producidas por el estallido de las popcorn, análisis de los resultados, estudio matemático, entre otros):*

PC, micrófono para PC, software Cool Edit Pro 2.1, Microsoft Excel, Maple 15.

#### IV.B Fase II: Ejecución

El desarrollo de la actividad experimental se sintetiza en lo siguiente:

Para comenzar se procede a colocar dentro de la olla muestras de granos de maíz palomero (El número de granos no es un factor determinante, sin embargo en este caso se utilizaron muestras de 32, 64, 128 y 256), de manera que queden ubicados uniformemente; es decir, que ningún grano quede sobre otro y que todos estén en el fondo de la misma (en el mismo plano), con la finalidad de que reciban la misma cantidad de calor por unidad de tiempo sin importar su ubicación.

La hornilla eléctrica se coloca en su nivel máximo y se deja calentar hasta que alcance su potencia máxima (aproximadamente 5 minutos), en este punto, la misma alcanza una temperatura de 500 °C.

Una vez alcanzada la potencia máxima de la hornilla se coloca la olla sobre ella; es necesario resaltar que la potencia suministrada por la hornilla permanece constante durante todo el proceso, por lo que se tiene una distribución de temperatura con el mismo valor en toda la olla.

Para registrar el tiempo en el que estallan los granos se utiliza un micrófono para PC dotado con un filtro para disminuir su sensibilidad y evitar ruidos ajenos al proceso de estallido de las popcorn, por ejemplo, cuando los granos que estallan colisionan con las paredes del recipiente; éste se ubica a 10cm aproximadamente encima de la olla.

La señal es capturada por el software Cool Edit Pro 2.1, el estallido de cada una de las popcorn es expresado en el software como un pico con la especificación exacta del tiempo en que ocurre.

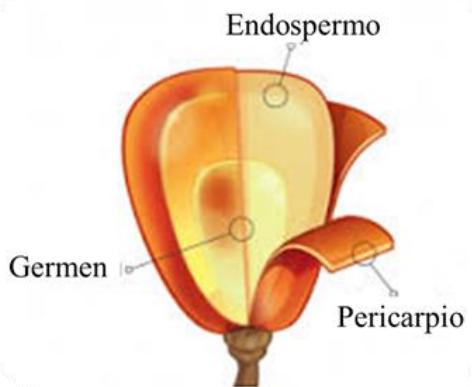


FIGURA 1. Morfología de un grano de maíz palomero.

El endospermo se compone de almidón y en él se almacena la humedad, es siempre de color blanco o amarillo y es un carbohidrato. La función del almidón es proveer energía para la parte viva del grano, más comúnmente conocido como germen o embrión. La parte exterior del grano es el pericarpio, el cual está hecho de celulosas. El pericarpio o cáscara de este tipo de maíz es normalmente de color amarillo e impermeable (Es por ello que es el único tipo de maíz que puede estallar) [5].

Cada grano de maíz contiene pequeñas cantidades de agua almacenadas en el centro del almidón. Las popcorn necesitan entre 13.5% y 14% de humedad para reventar. El suave almidón está protegido por el pericarpio que es muy resistente [6].

A medida que el grano se calienta, el agua comienza a expandirse, cuando está alrededor de 100 grados centígrados, el agua se convierte en vapor y transforma el interior de cada grano en una caliente masa gelatinosa. El grano continúa calentándose hasta que alcanza un rango de temperatura que va desde 175 hasta 185 grados centígrados (En ese intervalo de temperatura los granos que contienen el porcentaje de humedad adecuado y no poseen orificios deben estallar). La presión dentro del grano puede llegar hasta 9 atm antes de que finalmente estalle la cáscara [6].

Cuando estalla, el vapor dentro del grano se libera. El almidón suave dentro de las palomitas de maíz se infla y se derrama, enfriándose inmediatamente y tomando la extraña forma que conocemos [6].

Como se evidencia este fenómeno tan común engloba una serie de procesos físicos que determinan su comportamiento.

## IV. METODOLOGÍA

A fin de cumplir con el propósito de esta investigación, el presente trabajo se desarrolla tomando en cuenta las siguientes fases:



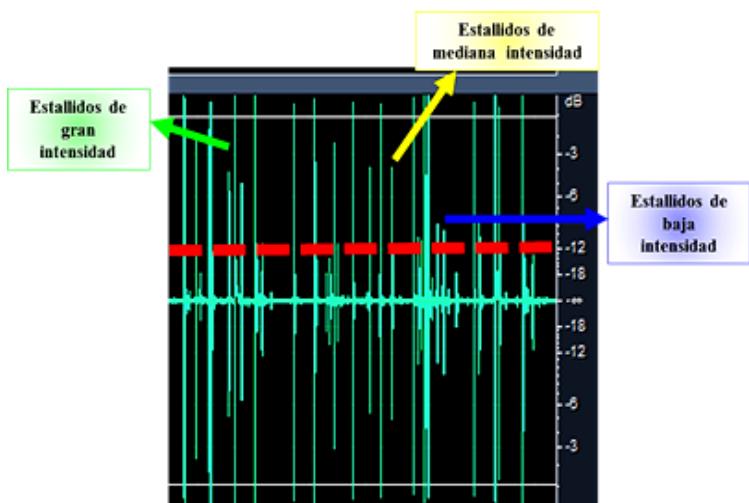
**FIGURA 2.** Se muestra la grabación realizada por el software editor de sonidos Coll Edit Pro 2.1. En este caso se trata de una muestra de 256 granos de maíz para popcorn; se especifica el tiempo exacto en el que se produce el primer estallido.

Una de las ventajas que ofrece este software es la posibilidad de realizar acercamientos (Zoom), por lo que el error en el registro del tiempo se puede considerar despreciable.



**FIGURA 3.** Se muestra una secuencia de zoom enfocada en un pico de la grabación. A) Zoom 20%, se separa el pico del resto de la grabación, B) Zoom 50%, se observa la perturbación ocasionada por el estallido, C) Zoom 80%, se hace énfasis en el máximo de la perturbación que representa el tiempo en el que se produce el estallido (tiempo a ser registrado).

Como se mencionó anteriormente, existen ruidos ajenos al proceso de estallido de las popcorn, que lamentablemente no se pueden evitar pero si diferenciar dentro de la grabación, puesto que los picos generados por estos ruidos son de menor intensidad que los que corresponden a los estallidos; esto se hizo evidente cuando calibro el software tomando como referencia las grabaciones del estallido de cuatro granos (se realizaron 20 grabaciones sucesivas), esto con la finalidad de calcular el máximo y el mínimo de la intensidad de los estallidos; ya que no todos los granos estallan con la misma energía. A continuación se muestra el rango en el que se puede considerar un pico como representación de un estallido.



**FIGURA 4.** Intensidad de la señal producida por el estallido de las popcorn y por ruidos ajenos al proceso. Por encima de la línea punteada se muestran los estallidos de baja, mediana y alta intensidad. Por debajo de la línea punteada se encuentran los ruidos ajenos al proceso.

Se realizan además, mediciones de la temperatura del sistema (olla, granos y aceite), en el momento en que estalla el primer y el ultimo grano; es decir, el intervalo de temperatura en el que se desarrolló el fenómeno. Esto con la finalidad de corroborar que el tiempo en el que estalla cada grano depende de la distribución de temperatura.

Una vez finalizado el proceso de grabación (estallido de todos los granos), se procede a realizar una tabla de datos en Microsoft Excel en donde se registra el tiempo específico en el que estalla cada grano, los intervalos de tiempo entre cada estallido y por último la diferencia de tiempo entre cada uno de los estallidos con respecto al primero.

Los resultados experimentales se procesan en Maple 15; se grafica el número de estallidos en función de la diferencia de tiempo entre cada uno de ellos con respecto al primero; estos datos generan la curva experimental.

A continuación se muestran las curvas experimentales de cuatro mediciones con diferente número de muestras:

Nro. de Pop

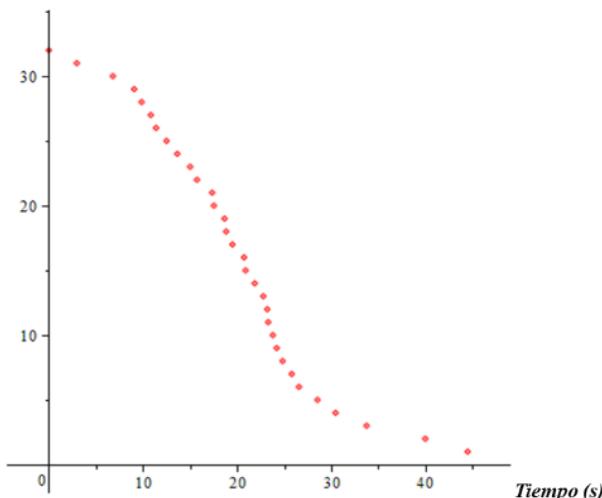


FIGURA 2. Curva experimental, muestra de 32 granos.

Nro. de Pop

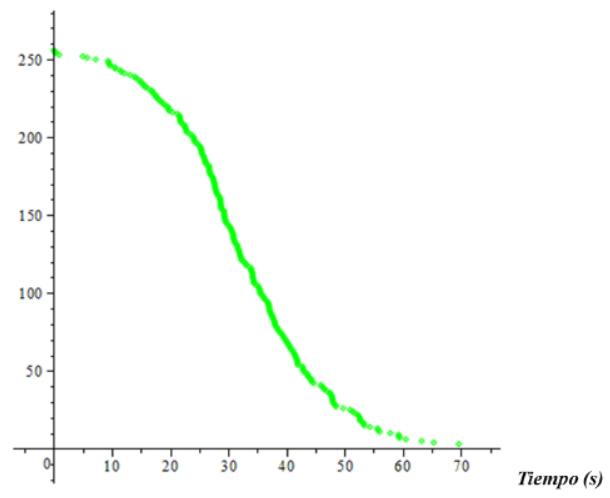


FIGURA 5. Curva experimental, muestra de 256 granos.

Nro. de Pop

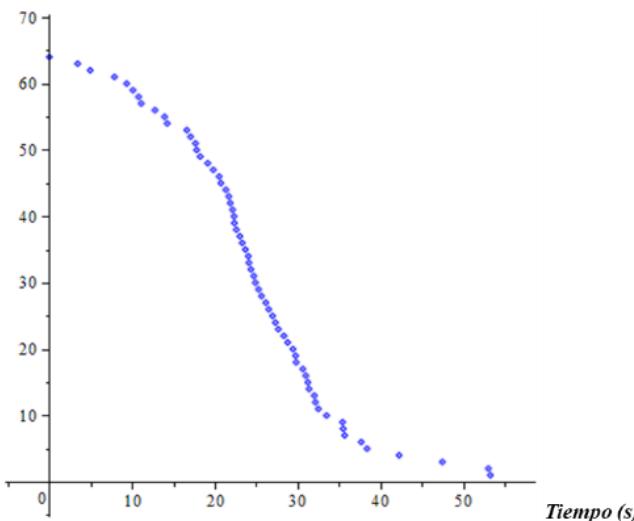


FIGURA 3. Curva experimental, muestra de 64 granos.

Nro. de Pop

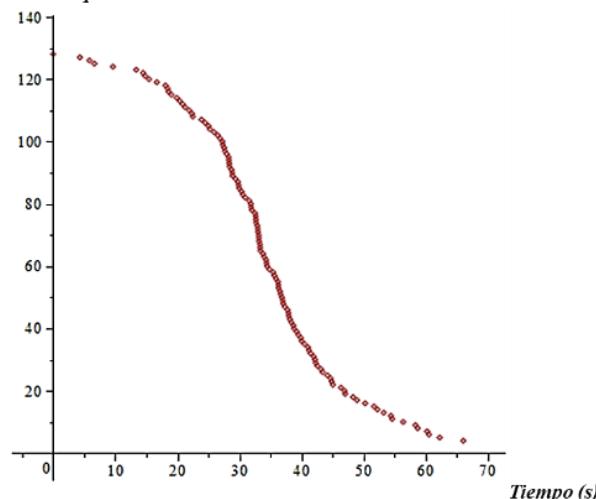


FIGURA 4. Curva experimental, muestra de 128 granos.

#### IV.C Fase III: Análisis de resultados

Luego de obtener las curvas experimentales se procede a construir la función que al ser graficada se ajuste a las mismas. Esta función tiene la forma:

$$N(t) = \frac{No}{e^{\lambda(t-\bar{t})} + 1}. \quad (1)$$

Donde  $N(t)$  es el número de granos sin estallar,  $No$  es la muestra inicial de granos,  $t$  representa cada uno de los tiempos en que se producen los estallidos de las popcorn,  $\bar{t}$  es el promedio del tiempo, es decir:

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{nt}. \quad (2)$$

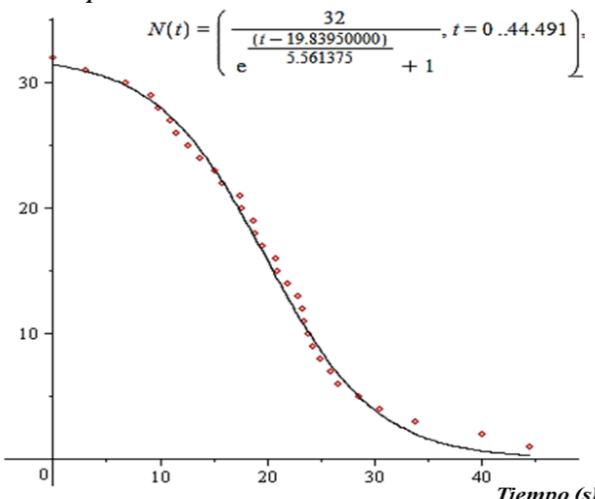
Donde  $nt$  es el número de medidas de tiempo y  $\lambda$  es la probabilidad por unidad de tiempo de que los granos estallen, siendo ésta probabilidad consecuencia de que el tiempo total  $t_T$  en estallar los  $No$  granos dependerá de la distribución de temperatura  $T$  que alcancen los mismos para estallar.

Experimentalmente se obtuvo que el valor de  $\lambda$  es el cociente entre la variación del tiempo y la variación de la Temperatura, multiplicado por  $^{\circ}\text{C}$ ; es decir:

$$\lambda = (\Delta t / \Delta T) ^{\circ}\text{C}. \quad (3)$$

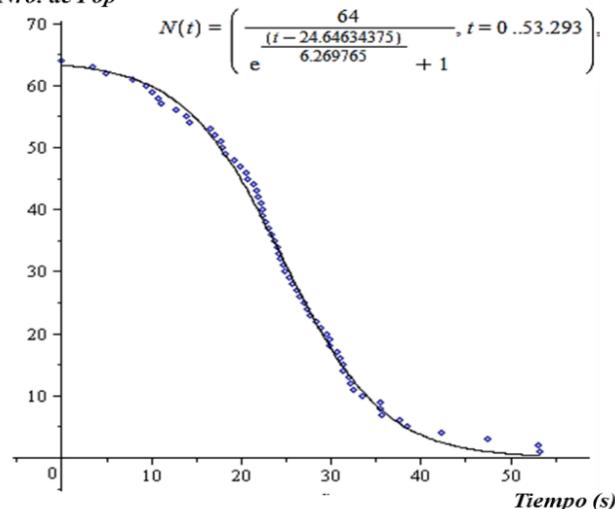
En las Figuras 6, 7, 8 y 9, se muestran las curvas experimentales, en conjunto con las curvas teóricas (negras), a la derecha de cada figura, se encuentra la función empírica con los valores correspondientes a cada caso.

Nro. de Pop



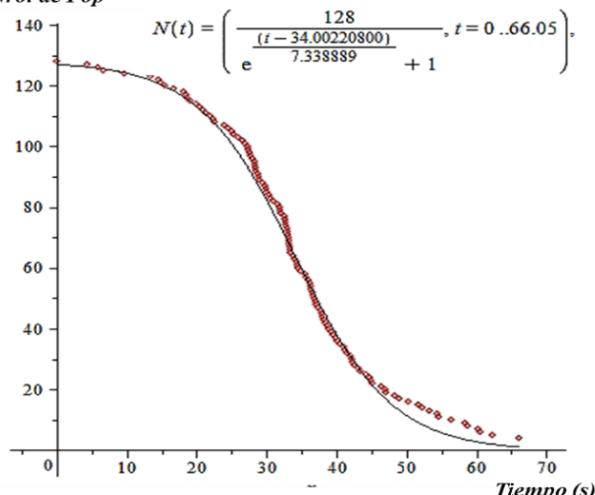
**FIGURA 6.** Muestra de 32 granos.

Nro. de Pop



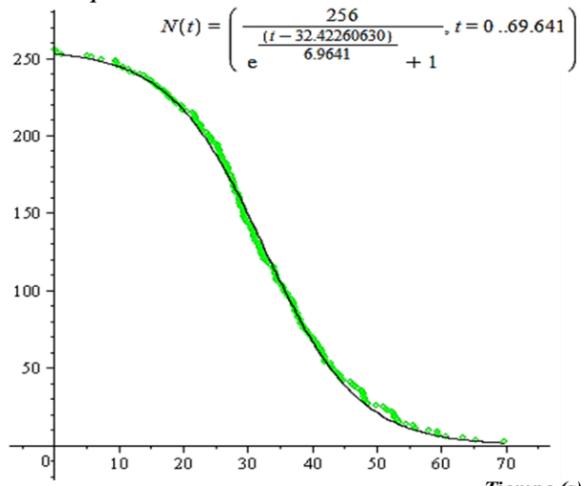
**FIGURA 7.** Muestra de 64 granos.

Nro. de Pop



**FIGURA 8.** Muestra de 128 granos.

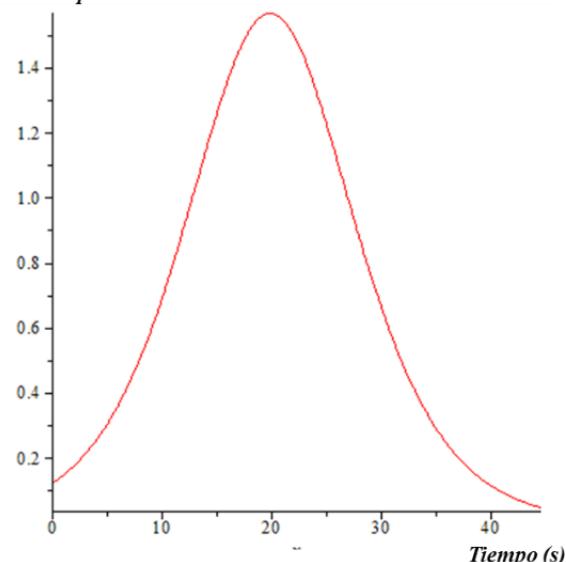
Nro. de Pop



**FIGURA 9.** Muestra de 256 granos.

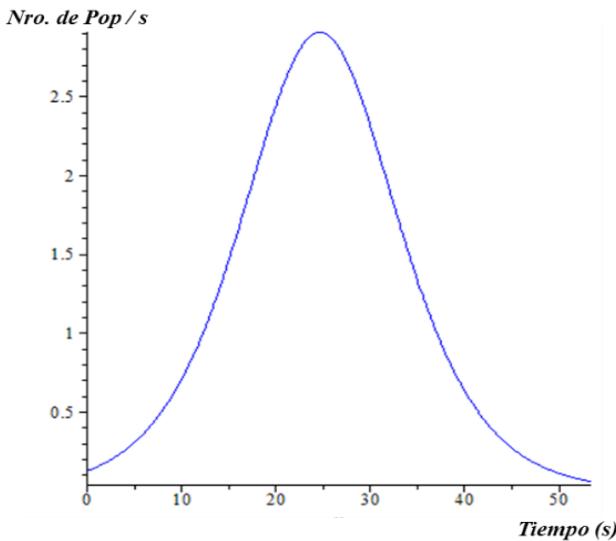
Además, si se deriva la función  $N(t)$  con respecto al tiempo, se obtiene la actividad o rapidez con la que estallan los granos para cada una de las muestras. A continuación se mostrarán las curvas de la rapidez con la que estallan los granos por unidad de tiempo.

Nro. de Pop / s

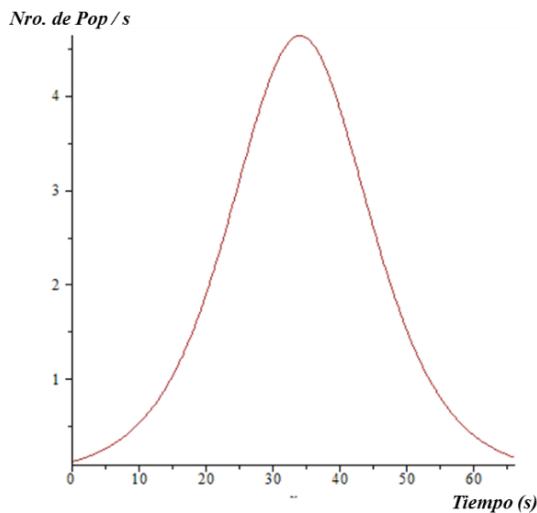


**FIGURA 10.** Rapidez de estallidos, muestra de 32 granos.

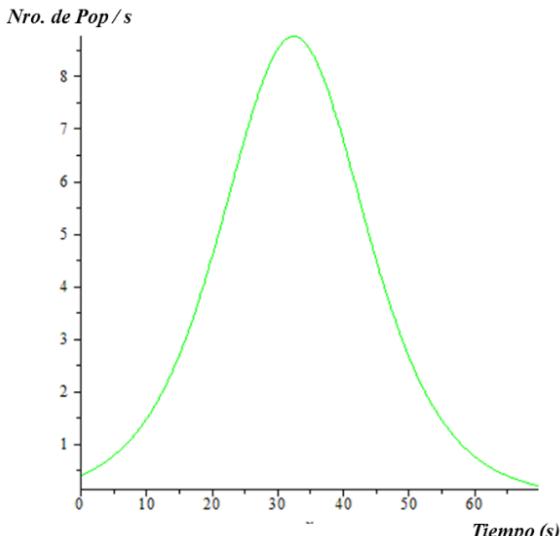
Como se puede apreciar, la rapidez con la que estallan los granos alcanza valores máximos para muestras iniciales más numerosas; esto tiene sentido, puesto que como se mencionó anteriormente los granos para popcorn tienen un intervalo de temperaturas bien definido en el cual deben estallar ( $175^{\circ}\text{C}$ - $185^{\circ}\text{C}$ ), es por ello que mientras más numerosa sea la muestra, mayor será la rapidez con la que estallen.



**FIGURA 11.** Rapidez de estallidos, muestra de 64 granos.



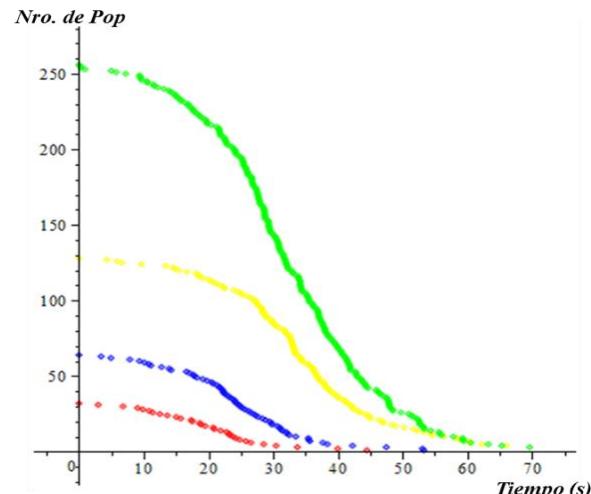
**FIGURA 12.** Rapidez de estallidos, muestra de 128 granos.



**FIGURA 13.** Rapidez de estallidos, muestra de 256 granos.

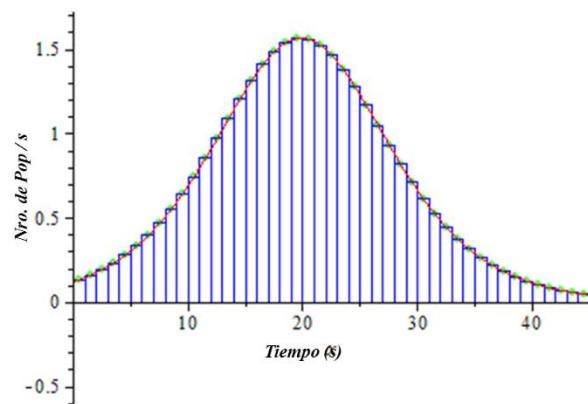
#### Determinación de la función de distribución asociada...

Para las condiciones en la que se realizó el trabajo de investigación, se pudo constatar que el tiempo total en el que se desarrolla el proceso para muestras mayores de 128 granos se encuentra en el intervalo de 65-70 segundos, que es el tiempo que ha de transcurrir para que los granos alcancen la temperatura crítica que les permita estallar. En la Figura 14, se puede observar que las curvas experimentales de color marrón y verde (muestras de 128 y 256 granos respectivamente), tienden a converger en el intervalo de tiempo arriba especificado.



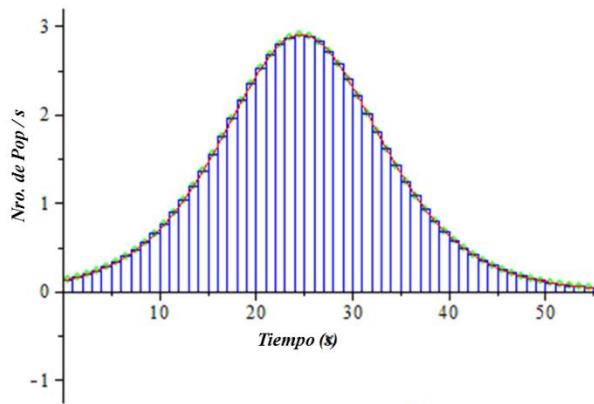
**FIGURA 14.** Curvas experimentales, muestras de 32, 64, 128 y 256 granos.

Realizando una partición discreta de las curvas correspondientes a  $dN(t)/dt$ , equivalente a  $\int dt dN(t)/dt$ , por consistencia se debe obtener la muestra de granos inicial  $No$ . Esto permite evaluar la confiabilidad de la función empírica. En las figuras, a continuación, se muestra que efectivamente se obtiene el resultado esperado en cada uno de los casos mostrados.

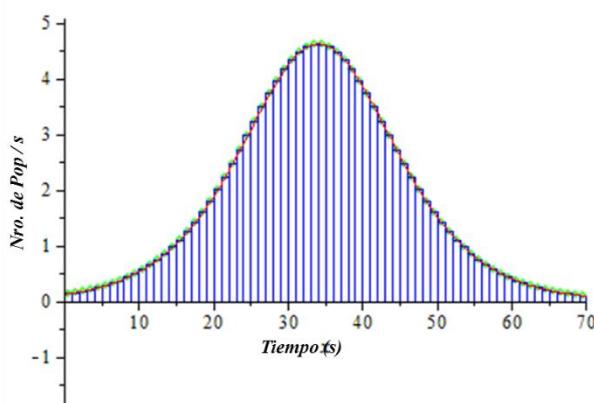


A midpoint Riemann sum approximation of  $\int_0^{45} f(x) dx$ , where  
 $f(x) = \frac{6.274509805 e^{0.1960784314x} - 3.890098040}{(e^{0.1960784314x} - 3.890098040 + 1)^2}$  and the partition is uniform. The approximate value of the integral is 31.13143436. Number of partitions used: 45.

**FIGURA 15.** Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 32 granos).



**FIGURA 16.** Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 64 granos).

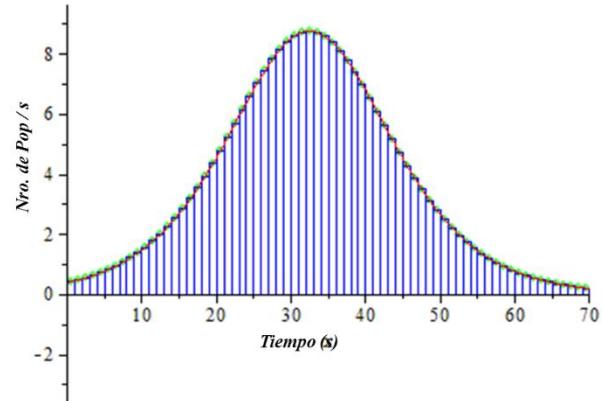


**FIGURA 17.** Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 128 granos).

## V. CONCLUSIONES

Una de las variantes dentro de la investigación consistió en realizar pruebas seleccionando granos con características semejantes (en cuanto a tamaño y masa promedio), y con granos tomados al azar (sin tomar en cuenta su tamaño y masa promedio); los resultados obtenidos nos permiten concluir que esas variables no afectan las deducciones planteadas, es decir, en ambos casos se obtienen datos experimentales muy semejantes.

De igual forma, se verificó que todos los granos reciben la misma cantidad de calor por unidad de tiempo (potencia), realizando mediciones de la temperatura en varias posiciones dentro de la olla en diversos momentos a lo largo del proceso y además se logró corroborar empíricamente que los granos estallan en puntos aleatorios; por lo tanto ésta no es una variable que afecte los resultados.



**FIGURA 18.** Rapidez de estallidos, aplicando el método de Riemann (muestra de 256 granos).

La variable que es de gran relevancia en el proceso de cocción de las popcorn y de la que depende su comportamiento es la humedad propia de cada grano; en general como se mencionó anteriormente, el grado de humedad ideal para que estallen las popcorn es 14%; sin embargo, la medición que se realiza en las empresas productoras de popcorn es un promedio de una cantidad considerable de granos. Es por ello que el comportamiento de las popcorn se hace aleatorio; los granos con mayor grado de humedad estallan antes de los que poseen el grado de humedad ideal y los de menor grado de humedad estallan al final del proceso o en el peor de los casos permanecen sin estallar; principalmente porque la presión interna del grano no alcanza las 9 atm que logra romper el pericarpio.

Bajo las condiciones en las que se desarrolló el trabajo de investigación el tiempo máximo en el que se desarrolla el proceso; es decir, el tiempo en el que los granos alcanzan la temperatura crítica que les permite estallar oscila entre 65 y 70 segundos.

Para muestras mayores de 128 granos bajo las condiciones experimentales planteadas, la variable  $\lambda$  tiende a poseer un valor constante que se aproxima a 7.

La rapidez con la que estallan los granos aumenta proporcionalmente a la cantidad de granos que se utilicen como muestra inicial; en las imágenes mostradas se aprecia que esta variable toma valores que van desde 1.5 estallidos por segundo para muestras de 32 granos, hasta

## VI. REFERENCIAS

- [1] Velasco, A., Arellano, J., Martínez, J. & Velasco, S. Disponible en: <[http://Volumen XXVI/Número 2/Revista La ciencia y el hombre /Universidad Veracruzana.htm](http://Volumen%20XXVI/N%C3%BAmero%202/Revista%20La%20ciencia%20y%20el%20hombre%20/Universidad%20Veracruzana.htm)>. Consultado el 12 de febrero de 2014.
- [2] Melgarejo, M., González, C. & Ramírez, C., *Solución de la ecuación diferencial parcial de una membrana vibrante mediante Maple y MatLab*, Latin American Journal of Physics Education **7**, 609-615 (2013).
- [3] Struthers, A., Clark, D., Edman, R. & Huff, A., Disponible en: <<http://archives.math.utk.edu/ICTCM/VOL16/S108/paper.pdf>>. Consultado el 15 de febrero de 2014.
- [4] Mayntz, M., Disponible en: <<http://www.nuclearscienceweek.org/images/uploadsNuclear-Popcorn.pdf>>. Consultado el 15 de Febrero de 2014.
- [5] Gutiérrez, C., <[http://La Ciencia de la Vida Cotidiana Web Oficial de Cayetano Gutiérrez Pérez Catedrático de Física y Química y Divulgador Científico.htm](http://La%20Ciencia%20de%20la%20Vida%20Cotidiana%20Web%20Oficial%20de%20Cayetano%20Guti%C3%A9rrez%20P%C3%A9rez%20Catedr%C3%A1tico%20de%20F%C3%ADsica%20y%20Qu%C3%ADmica%20y%20Divulgador%20Cient%C3%ADfico.htm)>. Consultado el 2 de Febrero de 2014.
- [6] Popcorn! USA., <[http://Popcorn! USA/Palomitas de maíz2.htm](http://Popcorn!%20USA/Palomitas%20de%20ma%C3%ADz2.htm)>. Consultado el 2 de Febrero de 2014.

aproximadamente 9 estallidos por segundo para muestras de 256 granos.

La función empírica obtenida se ajusta de muy buena forma a las curvas experimentales propias de cada muestra; la consistencia de la misma se hace evidente cuando se realiza una partición discreta de la actividad o rapidez con la que estallan los granos, puesto que el valor del área bajo la curva se aproxima a la muestra inicial de granos que fueron utilizados.

Teóricamente se puede constatar que si la temperatura  $T$  permanece constante el valor de  $1/\lambda$  es igual a  $\Delta T / \Delta t$  °C=0, por lo que la exponencial poseerá el valor de la unidad. La cantidad de granos que han de estallar en este caso es  $No/2$ .

Este resultado permite comparar el proceso de cocción de las popcorn con el decaimiento radiactivo, debido a que se estaría representando la primera vida media de la muestra utilizada.

# Understanding the stationary and transient state of a solar array: Model and simulation



Carlos D. Rodríguez Gallegos<sup>1</sup>, Manuel S. Alvarez Alvarado<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut für Energiewandlung und Energiespeicherung, Universität Ulm, Helmholtzstraße 18, 89081 Ulm, Germany.

<sup>2</sup>Department of Electrical and Computer Engineering, New Jersey Institute of Technology University Heights Newark, 07102 New Jersey, United States of America.

E-mail: carlos.rodriguez@uni-ulm.de

(Received 22 October 2014, accepted 19 February 2015)

## Abstract

The simulation of a solar array behavior is shown in this paper. In order to do this we first provide an overview of the physical processes that occur in a solar cell for the photovoltaic effect to take place, its equivalent electrical circuit is determined with an explanation of its components (photovoltaic current, diode, series and parallel resistance, capacitance). The next step involves the design of the mathematical model of a solar array, this one will be simulated in Simulink (from MATLAB) and the data we can obtain from it (currents, voltages, fill factor, power, efficiency, among others) along with its comportment under different conditions (the I-V curves of series, parallel and combined solar cells interconnections, the dependence with the intensity of the solar irradiance and the transient response considering different technologies) will be shown and discussed. From this paper the reader will obtain a high level in order to understand the operational principle of a solar array together with a practical notion of its electrical performance.

**Keywords:** Solar Array, Mathematical Model, Simulation, Stationary and Transient State.

## Resumen

La simulación del comportamiento de un panel solar se muestra en este documento. Con el fin de hacer esto, primero mostramos una visión general de los procesos físicos que ocurren en una célula solar para que ocurra el efecto fotovoltaico, su circuito eléctrico equivalente se determina con una explicación de sus componentes (corriente fotovoltaica, diodos, series y resistencias en paralelo, capacitancia). El siguiente paso consiste en el diseño del modelo matemático de un panel solar, éste se simulará en Simulink (de MATLAB). Se muestran y discuten los datos que se puedan obtener (corrientes, tensiones, factor de llenado, energía, eficiencia, entre otros) de su comportamiento en diferentes condiciones (las curvas IV de la serie, las interconexiones paralelas y combinadas de las células solares, la dependencia con la intensidad de la radiación solar, y la respuesta transitoria considerando diferentes tecnologías). Con este artículo, el lector obtendrá un alto nivel de entendimiento del principio de funcionamiento de un panel solar, además de una noción práctica de su rendimiento eléctrico.

**Palabras clave:** Matriz solar, Modelo matemático, Simulación, Estado estacionario y transitorio.

**PACS:** 88.40.jm, 88.40.jp, 07.05Qq.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

In our society, the amount of people is increasing in time, because of this we require more industries, houses and transport systems and as a result, a higher demand of electrical energy is needed [1], mostly of this demand is covered by means of non-renewable energy, nevertheless this has a limit and we might reach a moment in the future in which we would not be able to count with it; here comes the need of focus in the research and develop of different renewable energy systems [2].

Photovoltaic appears as a very popular way to generate energy with a big potential to have a high development in the future [3] because of the advantages it presents like for

example, it converts directly the energy from the light into electricity, it doesn't require any mechanical movement (like the eolic generators or in hydro plants) so there will not be losses due to friction, depending of our requirements we can have portable solar cells like in our bags or a small solar system in the roof of a home to provide energy to a house, or even a big one that could extend to kilometers to provide energy to a town (known as solar farms), due to this the solar cell production is increasing in time [4].

On this paper we describe how to get the mathematical model of a solar array considering different parameters of this system and then we will proceed to develop the simulation of this model in Simulink and explain the obtained results.

## II. ELECTRICAL MODEL OF A SOLAR CELL

A solar cell is an element in which the photovoltaic effect [5] is present; it means that it can generate electricity from light. In order to represent it with equations, is necessary to consider different characteristics that it has, for example, we consider the solar cell to be a semiconductor material [6] (like Silicon) divided in two regions, one region doped by an n-material (like Phosphorous) in order to provide free electrons and the other region doped by a p-material (like Boron) in order to provide free holes. As we can understand until this point, having a semiconductor with a p-n region means that we are dealing with a diode  $D$  [7].

When the photons impact the solar cell, if they have enough energy, they will release and generate an electron-hole pair that will contribute to the photovoltaic current  $I_{ph}$  (current produced inside the solar cell due to the photovoltaic effect), so this means that if we increase the number of photons with enough energy we will increase in the same proportion the photovoltaic current (if we assume an ideal case), hence we can consider that there is a direct relation between the solar irradiance and the photovoltaic current.

There are also resistivity losses, for instance we can consider the resistances at the metallic contacts (fingers and busbars) of the solar cell needed to transport the electrons from the solar cell to the external circuit; the resistances at the intersection between the semiconductor and the metallic contacts of the solar cell and also the resistances that are presented in the semiconductor (electrons need to flow through the solar cell); all these losses are represented as the series resistance  $R_s$ .

Another resistance that is important to represent is the shunt resistance  $R_p$ , this one takes into account for the losses in which part of the photovoltaic current is not able to flow through the external circuit, by the fact that those free carriers are recombined inside the solar cell (this normally is due to manufacturing defects).

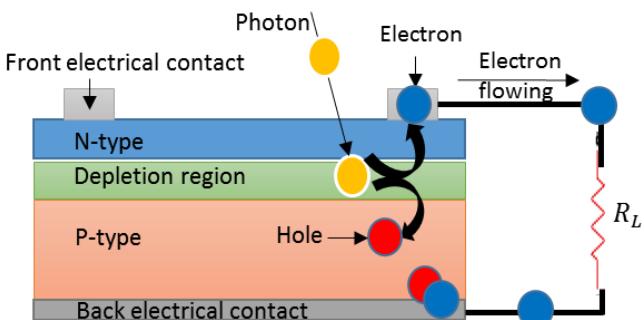


FIGURE 1. Schematic of photovoltaic effect.

As explained in the first paragraph of this section, the solar cell consist of a p and n region, at the junction between these two, we will find cations (positive ions found at the n side) and anions (negative ions found at the p side), this small region is named the “depletion region”, so we can understand that at the junction we have positive charges in one side and negative in the other, that for simplicity we

can consider are separated by an average distance of the depletion region, due to this we are having a capacitor with capacitance  $C$  (that can be described by the parallel plate capacitor). All these parameters explained are reflected in the following graph:

Hence, the electrical model of a solar cell is:

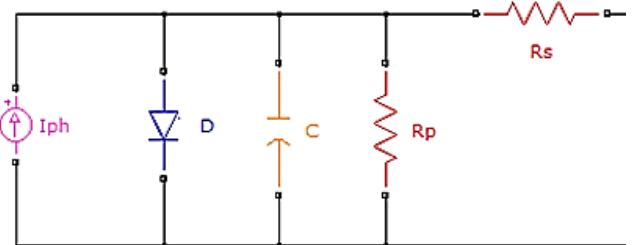


FIGURE 2. Electrical circuit of a solar cell.

## III. ELECTRICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF A SOLAR ARRAY

A solar array consists in a number of solar cells connected in series and/or parallel among them, from the electrical model of the solar cell it can easily be shown that the equivalent model of a solar array is (the output voltage and current will have exactly the same expression by using the following model or by using the previous model of a solar cell from section II and then connecting them in series and parallel to have the solar array):

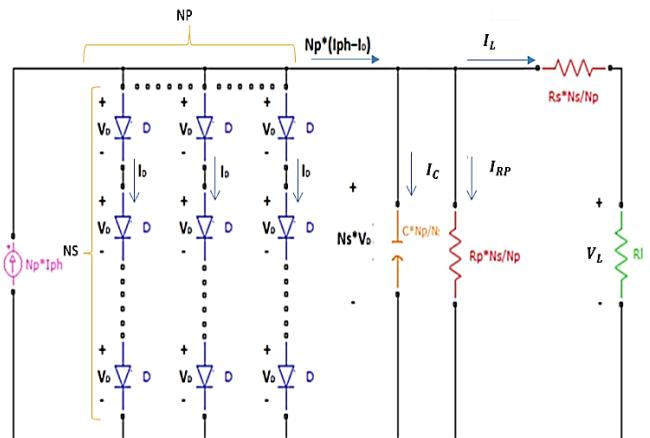


FIGURE 3. Electrical circuit of a solar array.

Where:

$N_s$ : Number of solar cells in series.

$N_p$ : Number of solar cells in parallel.

$V_D$ : Diode voltage.

$I_D$ : Current trough a diode.

$R_L$ : Load resistance.

$V_L$ : Load voltage (output voltage).

$I_L$ : Load current (output current).

$V_L$  is the voltage that the solar array will produce when connected to an external circuit (in this case the resistance  $R_L$ ), so in the following steps we will focus to find an

expression of this voltage in terms of  $R_L$ , from Figure 3 we can solve this electrical circuit.

We can notice that the total photovoltaic current is divided among the diodes, capacitor ( $I_C$ ), shunt resistance ( $I_{RP}$ ) and the load, so by using Kirchhoff Nodal rule we can get the equation:

$$N_p * I_{ph} = N_p * I_D + I_C + I_{RP} + I_L. \quad (1)$$

The relation between the current and voltage of a diode is expressed by the Shockley equation [8] with an extra factor known as the ideality factor “n” whose value reveals the kind of recombination mechanism that is imposing in the solar cell:

$$I_D = I_o * \left( e^{\frac{e^- * V_D}{n * K_B * T}} - 1 \right). \quad (2)$$

Where:

$I_o$ : dark saturation current (constant of a solar cell that depends on parameters such as the free carrier's diffusivity and the doping level).

$e^-$ : charge of the electron ( $1.602176565 \times 10^{-19}$  C).

$K_B$ : Boltzman constant ( $8.6173324 \times 10^{-5}$  eV/K).

$T$ : solar cell temperature.

The current of the capacitor  $I_C$  is related with its voltage  $V_C$  in the following way [9]:

$$I_C = \left( C * \frac{N_p}{N_s} \right) * \frac{d(V_C)}{dt} = \left( C * \frac{N_p}{N_s} \right) * \frac{d(N_s * V_D)}{dt}. \quad (3)$$

Note: keep in mind that the total capacitance of the capacitor from Fig. 3 is:  $C * \frac{N_p}{N_s}$ .

Using Ohm's law we can obtain the following relations:

$$I_{RP} = \frac{N_s * V_D}{N_s * R_p}, \quad (4)$$

$$I_L = \frac{V_L}{R_L}. \quad (5)$$

By replacing Eq. (2), (3), (4) and (5) in (1) we obtain, after arranging the equation:

$$N_p * I_{ph} = N_p * I_o * \left( e^{\frac{e^- * V_D}{n * K_B * T}} - 1 \right) + C * N_p * \frac{d(V_D)}{dt} + \frac{N_p * V_D}{R_p} + \frac{V_L}{R_L} \quad (6)$$

*Understanding the stationary and transient state of a solar array...*  
Equation (6) is only in term of  $V_L$  and the constants of the system except by  $V_D$  that is not a constant, so we need to get an expression for the diode voltage in term of the constants and  $V_L$ .

By relating the voltage of the diodes with the ones of the series resistance and load (using the Kirchhoff Voltage rule) we get:

$$N_s * V_D = \frac{N_s * R_S}{N_p} * I_L + V_L = \frac{N_s * R_S}{N_p} * \frac{V_L}{R_L} + V_L. \quad (7)$$

Solving Equation (7) for  $V_D$ :

$$V_D = \frac{V_L}{N_s} * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right). \quad (8)$$

Finally, by replacing Equation (8) in (6) and solving for  $V_L$  we obtain:

$$V_L = \frac{N_p * I_{ph} - N_p * I_o * \left( e^{\left[ \frac{e^- * V_L * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right)}{N_s * K_B * T} \right]} - 1 \right) - \frac{C * N_p * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right) * \frac{d(V_L)}{dt}}{\frac{N_p}{R_p * N_s} * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right) + \frac{1}{R_L}}}{\frac{N_p}{R_p * N_s} * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right) + \frac{1}{R_L}}. \quad (9)$$

The load voltage is in both sides of the Eq. (9), so in order to obtain its value, iterative methods in MATLAB are used.

The constants of the solar array that in this simulation belong to the typical range of values such as:

$$I_{ph} = 30 \frac{mA}{cell\ area\ in\ cm^2},$$

at a solar irradiance of  $1000 \frac{W}{m^2}$  ( $I_{ph}$  depends on the solar cell area because the bigger its area the more photons it can absorb and is proportional to the irradiance as explained in section II), solar cells with:

an area of  $239\ cm^2$ ,

$R_p=1000$  ohm,

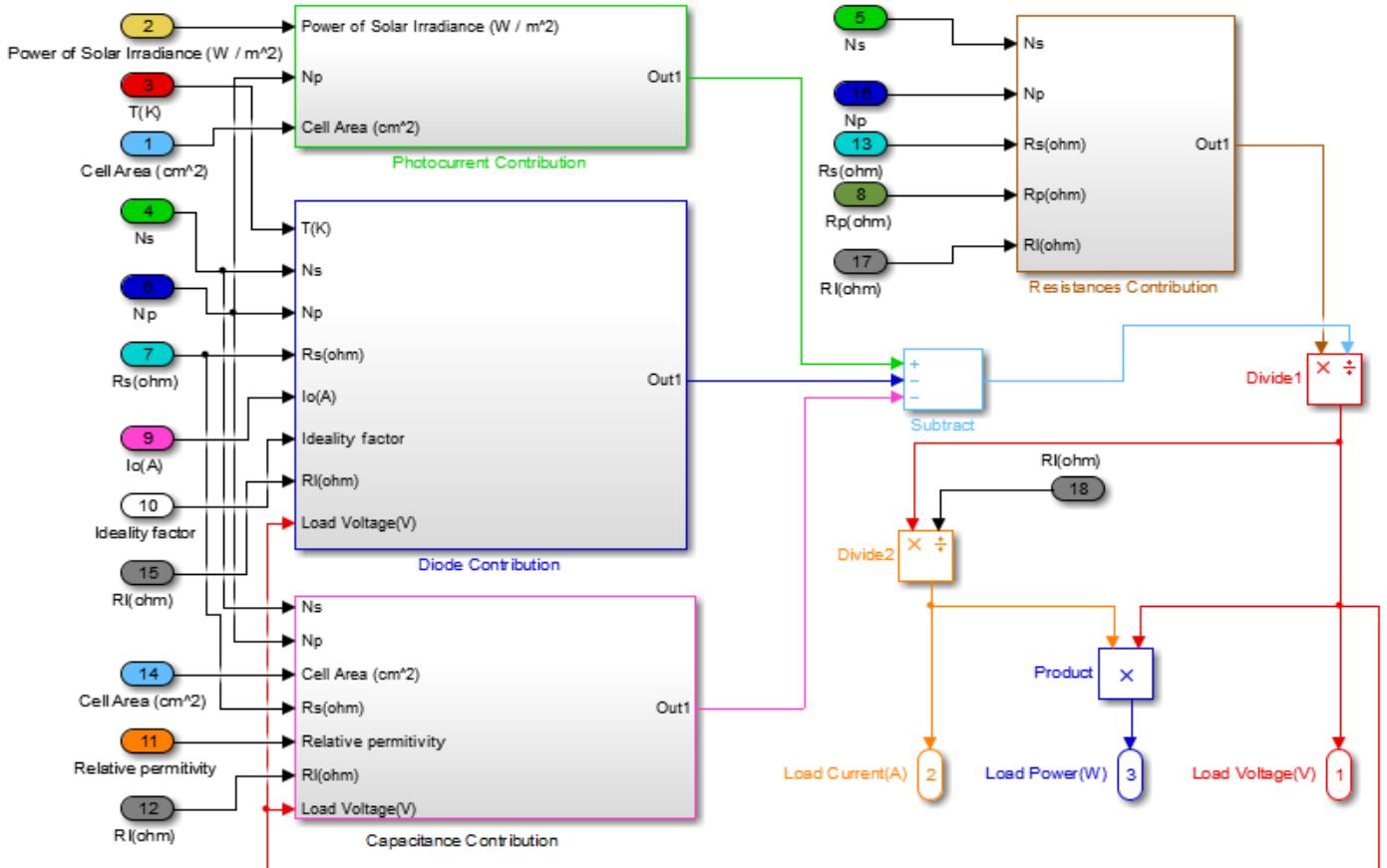
$R_s=0.01$  ohm,

$I_o=1 \times 10^{-10}$  A,

$T=298$  K (ambient temperature) will be considered.

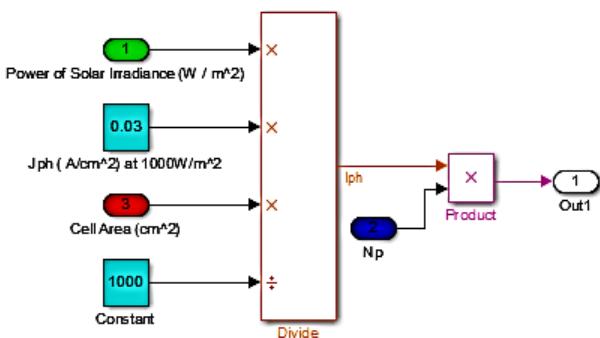
The values of “ $N_s$ ”, “ $N_p$ ” and “ $C$ ” will depend on the considerations for each simulation.

With this, we can present the model created in Simulink:



**FIGURE 4.** Solar array implemented in Simulink.

The Figure 4 represents in principle Equation (9), we can observe that there are four important blocks, the first block named “Photocurrent Contribution” corresponds to the first term of the numerator of Eq. (9), and it provides the relation between  $I_{ph}$  with the Power of Solar Irradiance (as explained in the last section):



**FIGURE 5.** Relation between  $I_{ph}$  and the Solar Irradiance.

The second block named “Diode contribution” ( $D_{ic}$ ) corresponds to the second term of the numerator of Eq. (9):

$$D_{ic} = N_p * I_o * \left( \exp\left(\frac{e^{-\frac{V_L}{N_S}} \left(1 + \frac{N_S * R_S}{N_p * R_L}\right)}{K_B * T}\right) - 1 \right). \quad (10)$$

The third block named “Capacitance contribution” ( $C_{ac}$ ) corresponds to the third term of the numerator of Eq. (9):

$$C_{ac} = \frac{C * N_p}{N_s} * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right) * \frac{d(V_L)}{dt}. \quad (11)$$

The fourth block named “Resistances contribution” ( $R_{ec}$ ) corresponds to the denominator of Eq. (9):

$$R_{ec} = \frac{N_p}{R_p * N_s} * \left( 1 + \frac{N_s * R_S}{N_p * R_L} \right) + \frac{1}{R_L}. \quad (12)$$

Thus, from these four blocks we can obtain the value for  $V_L$ .

At the end of the simulation, we divided this voltage by  $R_L$  in order to obtain  $I_L$  and then multiply  $V_L$  with  $I_L$  to obtain the load power  $P_L$ ; these are the three outputs we are interested to analyze from the solar system.

#### IV. SYSTEM SIMULATION

The results of the simulations given in the following pages can be separated into two categories, first we analyze only the stable state behavior of the solar array (no effect of the capacitor) and then we will simulate the system with a transient behavior including its capacitive effect to observe how much this one affect its response.

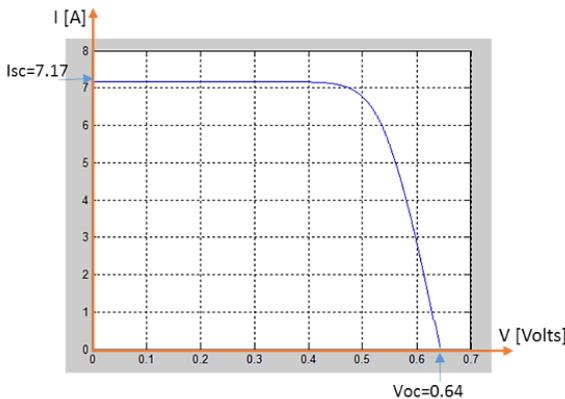
The parameters in the following simulations correspond to the ones indicated in section III.

#### IV.A Single solar cell behavior: stationary state

The simulations on this section correspond to a single solar cell and will provide a good understanding of how it works under different conditions.

##### IV.A.1 I-V Curve of a solar cell

Fig. 6 shows the behavior of a single solar cell, we can appreciate how it is formed from the contribution of the diode IV curve and the photovoltaic current [10]:



**FIGURE 6.** I-V curve of a single solar cell.

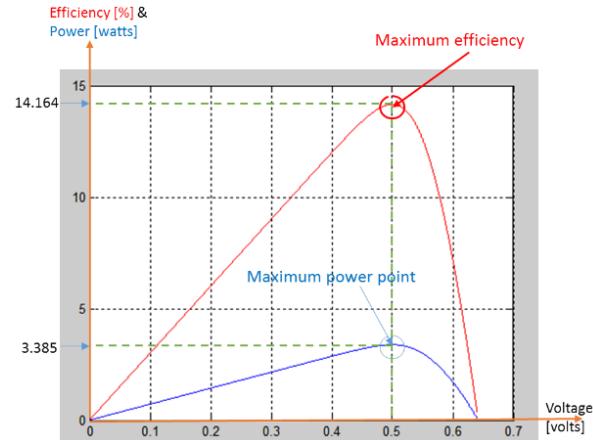
In the last figure, we can check two important parameters, the first one is the Open Circuit Voltage ( $V_{oc}$ ), voltage obtained from the solar cell when the external resistance is set to infinitive and the obtained value is 0.64 V. The second parameter is the Short Circuit Current ( $I_{sc}$ ), current generated at the output when the load is set to zero, 7.17 A is the value gotten in the simulation.

Notice how this value seems to be the same as the photovoltaic current ( $I_{ph} = 30 \frac{mA}{cm^2} * 239 cm^2$ ), however from the electrical circuit in Fig.2 we can understand that  $I_{ph}$  will be a little higher than  $I_{sc}$ , being  $R_s$  a factor that will determine how big is this difference (the bigger  $R_s$  the smaller the  $I_{sc}$  and viceversa); in this case we obtained the same value because the quantities are represented up to two decimals and the set value of  $R_s$  is very small.

#### IV.A.2 Efficiency and power curve of a solar cell

From Fig. 6 we can calculate the power at the external load by multiplying the external current into the external voltage obtaining the Power Vs Voltage curve as shown in Fig. 7.

Understanding the stationary and transient state of a solar array...



**FIGURE 7.** Efficiency and Power Curve of a Solar Cell.

By definition the efficiency is defined as the relation between the Output Power (the power calculated from the previous paragraph) with the Input Power (the power coming from the sun in the solar cell).

$$\eta = \frac{\text{OutPower}}{\text{Input Power}} * 100 = \frac{\text{Output Voltage} * \text{Output Current}}{1000 \frac{W}{m^2} * 239 m^2} * 100. \quad (13)$$

The behaviour of the solar cell efficiency vs the external voltage is also shown in Fig. 7.

We notice in both graphs, when there is no voltage or current produced at the output, the output power and efficiency are zero; this means that there is a point in which these values reach a maximum, in this case these are found at a load voltage of 0.50 V, then by looking at the graph we find that the Maximum Power Point (MPP) is 3.39 W and the Maximum Efficiency is 14.16%. By assuming in our simulation a better metallization quality, antireflection coating, passivation layers, among others [11], we would have obtained a higher efficiency; currently the highest efficiency of Si solar cells is reported to be 25.6 % [12] and the maximum theoretical one is about 30% [13].

An advantage of the photovoltaic system in comparison with other renewable energy systems (like the ones obtained from the eolic or hydroelectric power plants) is that the maximum power and efficiency are both at the same operational point, so in normal conditions the solar arrays are set to work at this point.

Another important parameter that can be find from this graph is the Fill Factor (FF), defined as:

$$FF = \frac{MPP}{Voc * Isc} * 100\%. \quad (14)$$

By replacing the values in the previous equation:

$$FF = \frac{3.39W}{0.64V * 7.17A} * 100\% = 73.88\%. \quad (15)$$

We are interested to have a high FF because it gives us the proportion of internal rectangle formed by the voltage and current at the maximum power point (color orange)

compared with the external rectangle formed by the  $V_{OC}$  and  $I_{SC}$  (colour green) as shown in the following image:

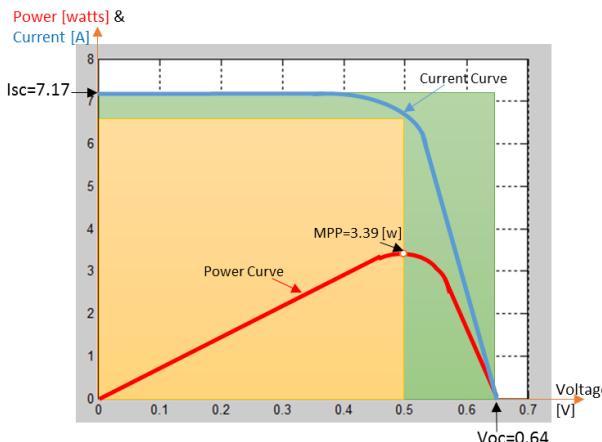


FIGURE 8. Rectangle proportion for Fill Factor.

#### IV.A.3 Irradiation dependence on a solar cell

As explained in section I, the amount of solar irradiance that the cell receives affects in a proportional way the  $I_{ph}$ , in the following graph the I-V curve of a solar cell is obtained from different values of solar irradiances of 600, 800, 1000 and 1200  $\frac{W}{m^2}$ :

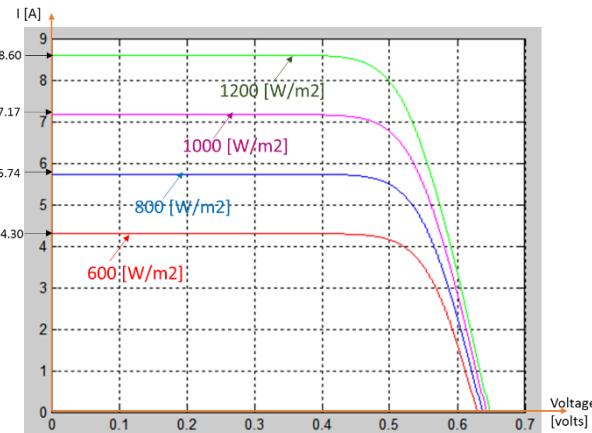


FIGURE 9. I-V curve at different irradiance level

By analysing the previous graph we observe that the proportion in which the power of the solar irradiance is increased, the  $I_{SC}$  increases in the same way. At this point we have to keep in mind what was explained in section i ( $I_{SC}$  is very similar that  $I_{ph}$ ).

Another interesting fact is that the  $V_{OC}$  has a small increase with the increase of the power of solar irradiance, but not in a linear way, because the relation of  $V_{OC}$  with the  $I_{ph}$  is a logarithmic one [14].

#### IV.B Multiple solar cells behavior: stationary state

From section A, we got an idea of how much power we can obtain from a single solar cell, so if our load demands a

higher power (like a TV, refrigerator, etc.) we need to use more solar cells that could be connected in series or in parallel depending on what we want to increase: the voltage, the current or both.

All solar cells will have the same parameters and will be identical among them (as we defined in section III).

##### IV.B.1 I-V Curve of solar cells in series

In mostly of the cases, solar panels are formed by solar cells that are connected in series, and the number of the solar cells will depend on how much power we are interested to generate with them.

The Fig. 10 shows the I-V behaviour of solar cells connected in series.

Note: for a single cell we declare 1SC, for 2 solar cells we declare 2SC, for 3 solar cells we declare 3SC, and so on.

Then if they are connected in series we declare first the number of solar cells followed by an S and finally we add SC. (For example if we want to connect 10 solar cells in series, we write 10S SC):

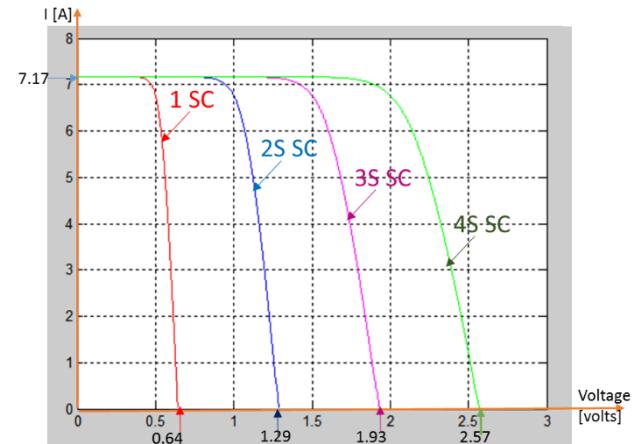


FIGURE 10. I-V curve of solar cells connected in series.

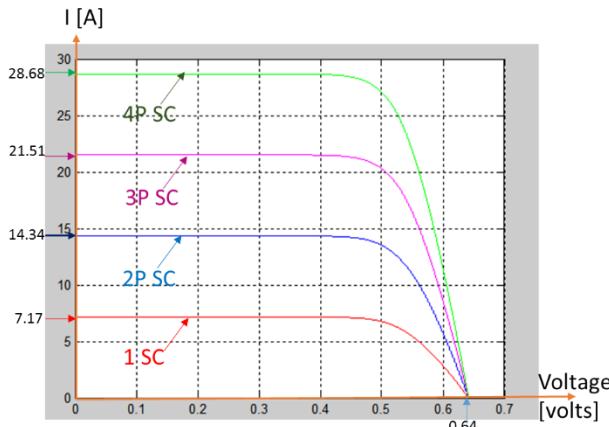
From Fig. 10 we can notice that regardless of the number of cells in series, the short circuit current ( $I_{SC}$ ) remains constant and with the same value found with a single solar cell; second, the number of cells in series is proportional to the increase of the open circuit voltage ( $V_{OC}$ ) of this system compared with the  $V_{OC}$  of one solar cell (ex: three solar cells in series will provide a  $V_{OC}$  three times higher than the one a solar cell).

Hence, we can understand that a series connection of solar cells increases to total power by increasing the external voltage.

##### IV.B.2 I-V Curve of solar cells in parallel

Connecting cells in parallel will generate an increase in the current of the total system, as is shown in Fig. 11.

Note: if the solar cells are connected in parallel we declare first the number of solar cells followed by a P and finally we add SC. (For example if we want to connect 10 solar cells in parallel, we write 10P SC):



**FIGURE 11.** I-V curve of solar cells connected in parallel.

Notice how the  $V_{oc}$  remains the same as the one from a single solar cell regardless of the amount of cells in parallel.

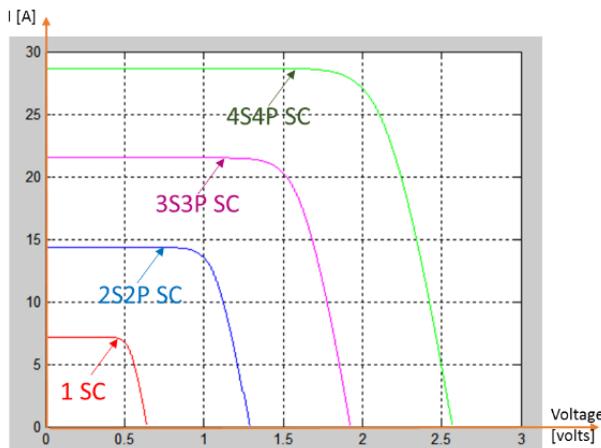
The number of the parallel resistances will indicate us how much the  $I_{sc}$  of the all system is increased (ex: three solar cells in parallel will provide a short circuit current three times higher than one solar cell).

#### IV.B.3 I-V Curve of solar cells connected in series and parallel

This simulation shows the behaviour of a system, which has both, parallel, and series connection.

Note: for a single solar cell we declare 1SC; for a system composed of 2 solar cells connected in series and 1 extra cell in parallel to each one we declare 2S2P SC having 4 cells in total; for a system composed of 3 solar cells in series and 2 extra cells in parallel to each one we declare 3S3P SC having 9 cells in total; for a system composed of 4 solar cells in series and 3 extra cells in parallel to each one we declare 4S4P SC having 16 cells in total; and so on.

As expected, our results in Fig. 12 shows the series and parallel contribution in which the system of 2S2P SC, 3S3P SC, 4S4P SC has two, three and four times respectively the  $V_{oc}$  and  $I_{sc}$  of a solar cell.



**FIGURE 12.** I-V curve of series-parallel solar cell.

In this section we analyse the capacitor effect of a solar cell that we find in the equivalent circuit from Fig. 2.

An abrupt change in the power of the solar irradiance (change from  $700 \frac{W}{m^2}$  to  $1000 \frac{W}{m^2}$  in less than 0.0001 seconds) will be used in order to observe how strong is the capacitive behaviour of the system (a high capacitive behaviour means that regardless of the increase in the power of the solar irradiance, the solar cell will try to oppose to the change in voltage as much as possible).

From section I, we obtained the reason why the capacitor is presented, in which this is modelled as a parallel plate capacitor with the equation [9]:

$$C = \frac{\epsilon_r * \epsilon_0 * A}{d} \quad (16)$$

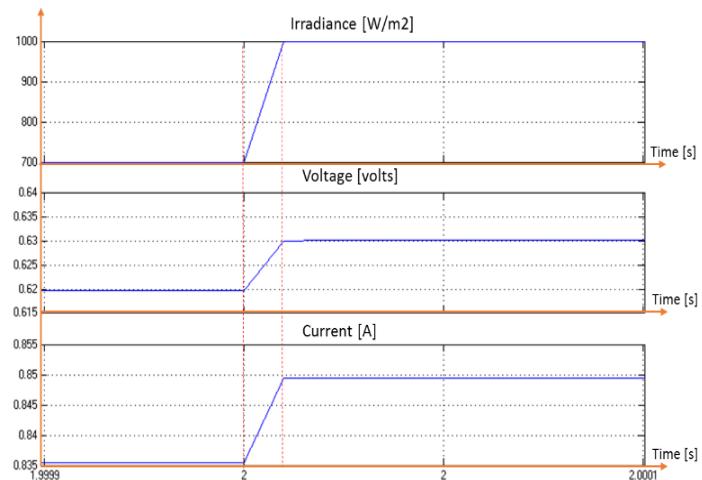
In which  $\epsilon_r$  represents the relative permittivity of the material (for silicon is 11.8),  $\epsilon_0$  the vacuum permittivity ( $8.85 * 10^{-12} \frac{F}{m}$ ),  $A$  is the area of the solar cell and  $d$  is the width of the depletion region.

Depending on the technology of the solar cell we are dealing with, the depletion region can have a different value on its width and because of this we will analyse two cases, crystalline silicon solar cells and thin film solar cells.

#### IV.C.1 Transient behaviour of a crystalline silicon solar cell

The standard silicon substrate thickness is in the range of  $200\mu m$ - $240\mu m$  [15] and we will consider a depletion width of  $0.35 \mu m$  for this simulation (this value was obtained by assuming a built in potential of  $0.75 \text{ ev}$ , acceptor concentration in the “p” material of  $10^{16} \text{ per cm}^3$  and donor concentration in the “n” material of  $10^{16} \text{ per cm}^3$ ) [16]. By using the eq. 16 we obtain a capacitance of  $7.13 \mu F$ .

Using the conditions explained before in the simulation, we present in the following graph the irradiance, output voltage and output current of this solar cell:



**FIGURE 13.** Crystalline Si solar cell transient behavior.

From Fig. 13 we can observe that the capacitor of the solar cell did not seem to oppose to the change in voltage because when the power of the solar irradiance is changing linearly, the voltage and the current were changing linearly and the same relation when it was constant.

#### IV.C.2 Transient behaviour of thin film technologies

Thin film technologies, as we can deduce from its name, is a technology thinner (can be less than 5  $\mu\text{m}$  [17]) compared with the crystalline silicon, this is why for our simulation we will assume a depletion width of 10 nanometers and by using eq. 16 we obtain a capacitance of 249.59  $\mu\text{F}$ . The simulation shows the following results:

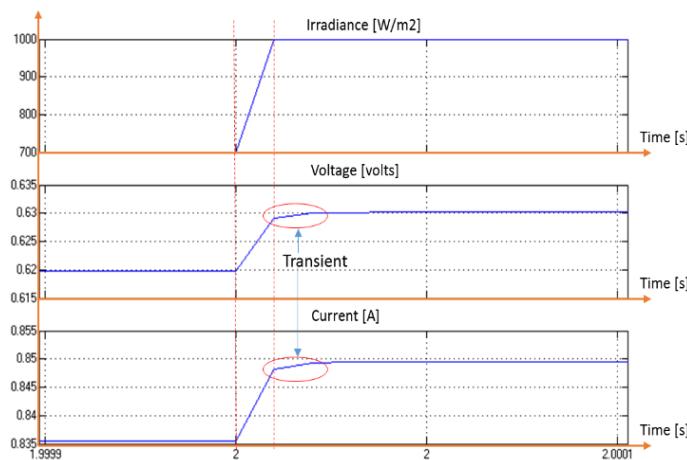


FIGURE 14. Thin film solar cell transient behavior.

In figure 14 we notice that just after the power of the solar irradiance reaches the  $1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  and stays constant, the output voltage and current are still changing on time (they require more time to stabilize as compared with the crystalline silicone solar cells), this means that the capacitance was high enough in order to appreciate in the simulation the transient behaviour.

#### V. CONCLUSIONS

1. A solar array has different power points depending on the value of the external resistance, for practical application this resistance has to be fixed in order to always work in the Maximum Power Point so that most of the solar energy is converted into useful electricity.
2. By connecting solar cells in series, a lineal increase in the  $\text{Voc}$  is obtained and a similar result is occurs by connecting them in parallel with respect of the  $\text{Isc}$ ; we also showed how the photovoltaic current is proportional to the light intensity.
3. If one of the cells connected in series cannot receive the same amount of light, for example an object might cause a shadow on the surface of the cell (known as the shadowing effect), this cell will not be able to absorb the same number of photons compared with the other

ones, due to this it will not generate the same current (will be lower), as a result the total current of the system is reduced and also the power, so this is why solar panels should not be installed in places where they could receive some shadows by threes or buildings.

4. If in a parallel connection one of the cells, due to a defect or a different quality level, cannot generate as much as voltage as the other ones, this cell will force the rest to reduce their generated voltage (in order all to have the same voltage as expected from elements connected in parallel) and by this to reduce the all power of the system.
5. The capacitance of the crystalline silicon solar cell is too small in order to show a big response to the abrupt change in the simulated irradiance.
6. Thin film solar cells with such a short depletion width have a higher transient response in the abruptly changes of the solar irradiance than the crystalline silicone solar cells.

#### REFERENCES

- [1] World Energy Council, *2007 Survey of Energy Resources*, (2007). ISBN: 0 946121 26 5, p. 2 (Section energy demand).
- [2] Mittal, S. et al., *Tapping the untapped: Renewing the nation*, Discussion paper, (CUTS CITEE, Jaipur, 2012).
- [3] Nelson, B. P., *The potential of photovoltaics*, NREL/CP-520-44105 (2008).
- [4] European Photovoltaic Industry Association, *Global Market Outlook for Photovoltaics until 2014*, (EPIA, Brussel, 2014).
- [5] Lehovec, K., *The photo-voltaic effect*, Phys. Rev. **74**, 463 (1948).
- [6] Kittel, C., *Introduction to solid state physics*, 7<sup>th</sup> Ed. (John Wiley & Sons, Hoboken, 1996).
- [7] Callister, W. D. Jr., *Materials science and engineering. An introduction*, 7<sup>th</sup> Ed. (John Wiley & Sons, Hoboken, 2007).
- [8] Chen, C. J., *Physics of solar energy*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2011).
- [9] Hambley, A. R., *Electrical engineering principles and applications*, 5<sup>th</sup> Ed. (Pearson, London, 2011).
- [10] Lindholm, F. A., Fossum, J. G. & Burgess, E. L., *Application of the superposition principle to solar-cell analysis*, IEEE Transactions on Electron Devices **26**, 165-171 (1979).
- [11] Neuhaus, D. -H. & Münzer, A., *Industrial silicon wafer solar cells*, Advances in Optoelectronics 1-15 (2007). doi: 10.1155/2007/24521.
- [12] Panasonic Corporation, *Panasonic HIT solar cell achieves world's highest energy conversion efficiency of 25.6% at research level* [on line]. Available in: [http://eu-solar.panasonic.net/fileadmin/user\\_upload/News\\_PDFs/140\\_410\\_Panasonic\\_HIT\\_E.pdf](http://eu-solar.panasonic.net/fileadmin/user_upload/News_PDFs/140_410_Panasonic_HIT_E.pdf)
- [13] Shockley, W. & Queisser, H. J., *Detailed balance limit of efficiency of p-n junction solar cells*, Journal of Applied Physics **32**, 510-519 (1961).

- [14] Markvart, T. & Castañer, L., *Practical handbook of photovoltaics fundamentals and applications* (Elsevier, London, 2003).
- [15] Saga, T., *Advances in crystalline silicon solar cell technology for industrial mass production*, NPG Asia Materials **2**, 96-102 (2010).
- Understanding the stationary and transient state of a solar array...*
- [16] Muhibbulah, M. et al., *An equation of the width of the depletion layer for a step heterojunction*, Trans. Mat. Res. Soc. Japan **37**, 405-408 (2012).
- [17] Saga, T., *Advances in crystalline silicon solar cell technology for industrial mass production*, NPG Asia Materials **2**, 96-102 (2010).

# Propuesta didáctica de las campanas de Franklin



L. Castro-A<sup>1</sup>, L. F. Isasi-S.<sup>1</sup>, L. M. Lozano-C.<sup>1</sup>, J. C. Campos-G.<sup>2</sup>,  
C. Figueroa-N.<sup>3</sup>, M. E. Molinar-T.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Sonora, Unidad Regional Sur. División de Ciencias e Ingeniería, Depto. de Física, Matemáticas e Ingeniería. Av. Lázaro Cárdenas No. 100, Col Francisco Villa, Navojoa Sonora, México.

<sup>2</sup>Universidad de Sonora, Campus Cajeme, División de Ciencias Biológicas y de la Salud, Cd. Obregón, Sonora, México.

<sup>3</sup>Universidad de Sonora, Unidad Regional Centro, División de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, Hermosillo, Sonora, México.

<sup>4</sup>Comisión Nacional del Agua, Organismo de Cuenca Noroeste, Hermosillo, Sonora, México.

E-mail: lcastro@navojoa.uson.mx

(Recibido el 25 de octubre de 2014, aceptado el 28 de febrero de 2015)

## Resumen

Un proyecto novedoso en el laboratorio de ciencias, y de alto riesgo, son las campanas de Franklin; es decir; descargas eléctricas de alto voltaje y corriente casi nulas. Inicialmente se publica en la literatura un Prototipo haciendo uso como fuente de alto voltaje, las cargas eléctricas producidas sobre una pantalla de un televisor, estas fueron concentradas en una lámina de aluminio de 20 x 30 cm adherida a la pantalla. El sistema consta de un esfera metálica atada a un hilo, que pende de un soporte aislante situado entre dos latas metálicas A y B, una de las cuales ésta conectada a la lámina de aluminio y recibe las descargas eléctricas, y la otra está conectada a tierra para su descarga. Su funcionamiento es sencillo: a la descarga del televisor sobre la lata A, hay una polarización de la esfera y la atracción hacia la lata, seguida de un proceso de transferencia y equilibrio de cargas y la repulsión hacia la placa B, para transferir una parte y su descarga final a tierra. El proceso carga-transferencia y descarga, produce el campaneo de la esfera al choque con las latas. Sin embargo dicho prototipo no resulta muy práctico y seguro para fines educativos en nuestros laboratorios. En este trabajo se propone un prototipo de madera que utiliza un circuito sencillo y dos pilas de 1.5 Volts que producen descargas de 600 Volts con una corriente pequeña, suficiente para demostrar los efectos originales, y con un menor riesgo. Para el diseño del circuito, se realizaron cálculos para determinar la corriente y el voltaje utilizando el software Multisim.

**Palabras clave:** Campanas de Franklin, Campos electricos, Circuitos.

## Abstract

A new project in the science lab and with a high risk, are the Franklin bells; i.e. electric discharges of high voltage and nearly null current. Initially is reported in literature a prototype that uses as a voltage source, the electric charges produced on the television screen, such charges were concentrated in an aluminum lamina of 20 x 30 cm adhered to the screen. The system consists of a metallic sphere attached to a thread, which hangs from an insulating support located between two metal cans A and B, one of which is connected to the aluminum lamina and receives the electric discharges, the other can is grounded. Its operation is simple: at the discharge of the television on the can A, there is a polarization of the sphere and the attraction into the can, followed by a process of transferring and equilibrium of charges, and the repulsion toward the can B, transferring a part of charge and a final discharge to ground. The process of charge and transference produces a chime when the sphere hits the cans. However the prototype is not very practical and secure for educative proposals in our labs. Because of this we proposed in our work a prototype that uses a simple circuit and two batteries of 1.5 Volts which produces discharges of 600 Volts and a low current, the prototype allows us to show the original effects with a minor risk. In the design of the circuit some calculations of current and voltage were performed using the software Multisim.

**Keywords:** Franklin bells, Electric field, Circuit.

PACS: 01.40.E-, 01.40.gb

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCCIÓN

Las campanas de Franklin (CF) fueron creadas por Benjamín Franklin en el siglo XVIII, y cuyo objetivo general en la detección del campo eléctrico producido por una descarga eléctrica generada por una nube, y crear un sonido [1, 2, 3, 4]. Consta de un par de campanas situadas a

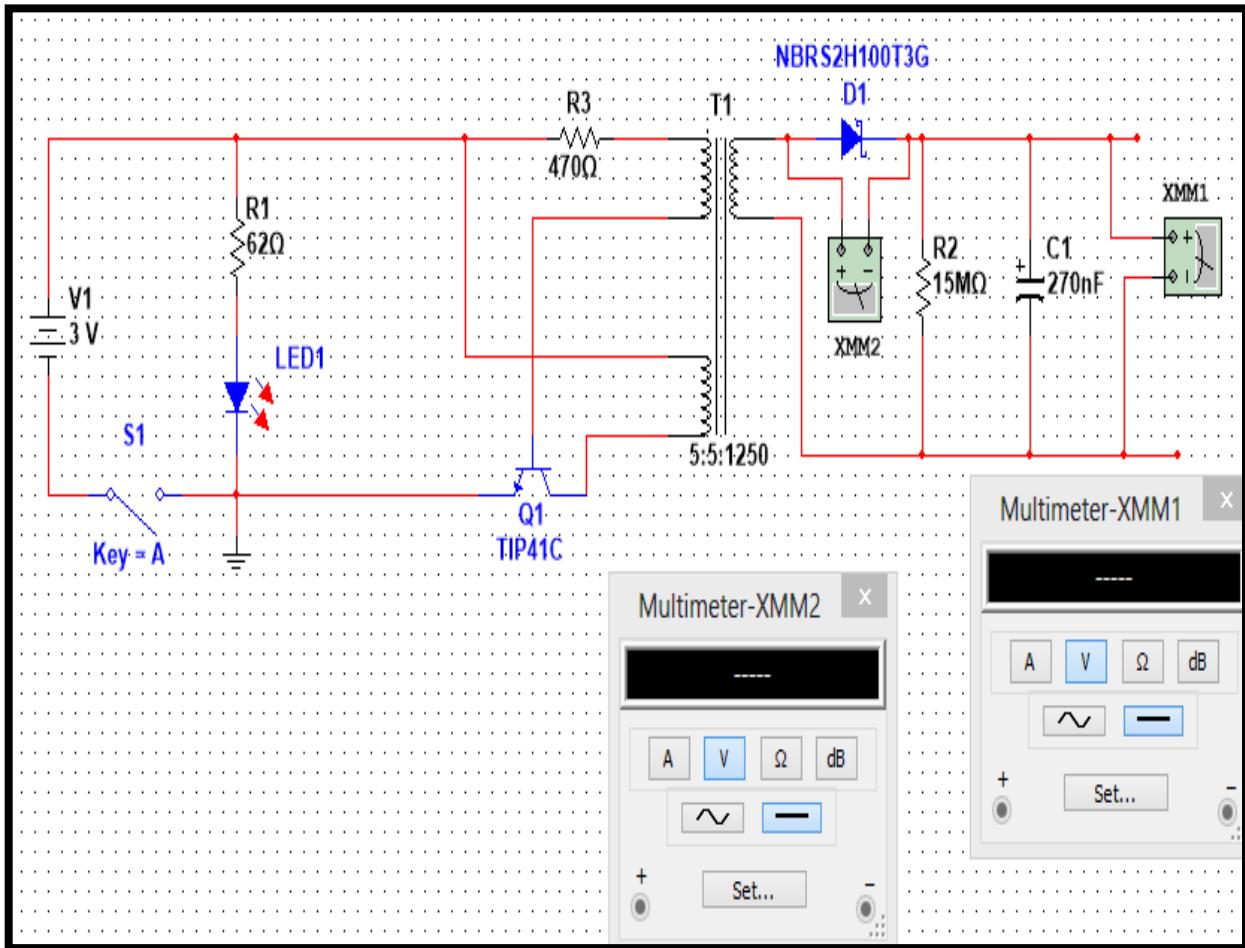
una distancia d, y una esfera conductora entre ellas que produce el campaneo, y su funcionamiento se da cuando una de ellas recibe la descarga eléctrica, y la otra tiene la función de conducirla a tierra. Así, cuando una nube pasa cargada eléctricamente, por encima del dispositivo y produce la descarga sobre la campana A, se presenta físicamente la separación de cargas de la esfera conductora y su atracción

coulombiana, seguida de la transferencia y equilibrio de cargas campana-esfera [1].

Después, la repulsión que la conduce a la campana B donde transfiere-equilibra su carga la cual es conducida por la campana a tierra.

Este proceso produce físicamente el campaneo y ruido de

los choques de la esfera metálica con las campanas con lo cual se observa la detección de grandes descargas eléctricas de las nubes en el trabajo presentado originalmente por Franklin.



**FIGURA 1.** La imagen muestra el circuito simulado y abierto el cual no se encuentra energizado, y se ve claramente los niveles de voltaje nulo o cero en la salida derecha del circuito.

La motivación para desarrollar este trabajo fue debido al diseño riesgoso utilizado en algunas instituciones educativas para mostrar los efectos eléctricos a través de un sistema [1, 2, 3, 4]: pantalla de televisión, hoja de aluminio, y dos latas de igual material, siendo este dispositivo calificado de alto grado de peligrosidad [8] al trabajar con nuestros estudiantes en un laboratorio de Ciencias Físicas.

En el modelo que se propone de las CF, se sustituyó al capacitor formado por el papel aluminio y la pantalla de TV por un circuito eléctrico que es capaz de elevar el voltaje y reducir la corriente casi a cero. Este utiliza dos pilas de 1.5 voltos y produce descargas discretas de 600 voltos, siendo suficientes para demostrar el efecto electrostático propuesto por Franklin y que no sea de alto riesgo. Para el cálculo y

diseño del circuito eléctrico, se hace uso de las bondades del software multisim.

Este circuito se conecta a un par de placas de aluminio que tienen colocadas entre sí una bolita de unicel forrada de aluminio.

El funcionamiento de las CF depende inicialmente de la descarga del circuito sobre la placa 1, que la esfera conductora sea polarizada y atraída por ésta, a la cual le transmite la mitad de su carga eléctrica, y produciendo la repulsión y salida hacia la placa 2, a la cual le transfiere de esta forma la mitad de su carga; siendo de nuevo repelida, y atraída por la placa 1, la cual en ese momento recibe una nueva descarga del circuito e inicio de un nuevo el ciclo de carga-descarga entre las placas, y así la esfera experimente un movimiento armónico continuo y de campaneo entre las placas.

Una ventaja de este nuevo diseño de CF, es que reduce el riesgo durante su uso al realizar actividades en el laboratorio de ciencias, ya que, las cargas electrostáticas se depositan en las placas, y son muy localizadas dentro del sistema. Aunque sí podría producir daños de quemadura a un estudiante al tocar las placas simultáneamente, o al acercar algún dispositivo electrónico o sistema inflamable a las placas durante su funcionamiento.

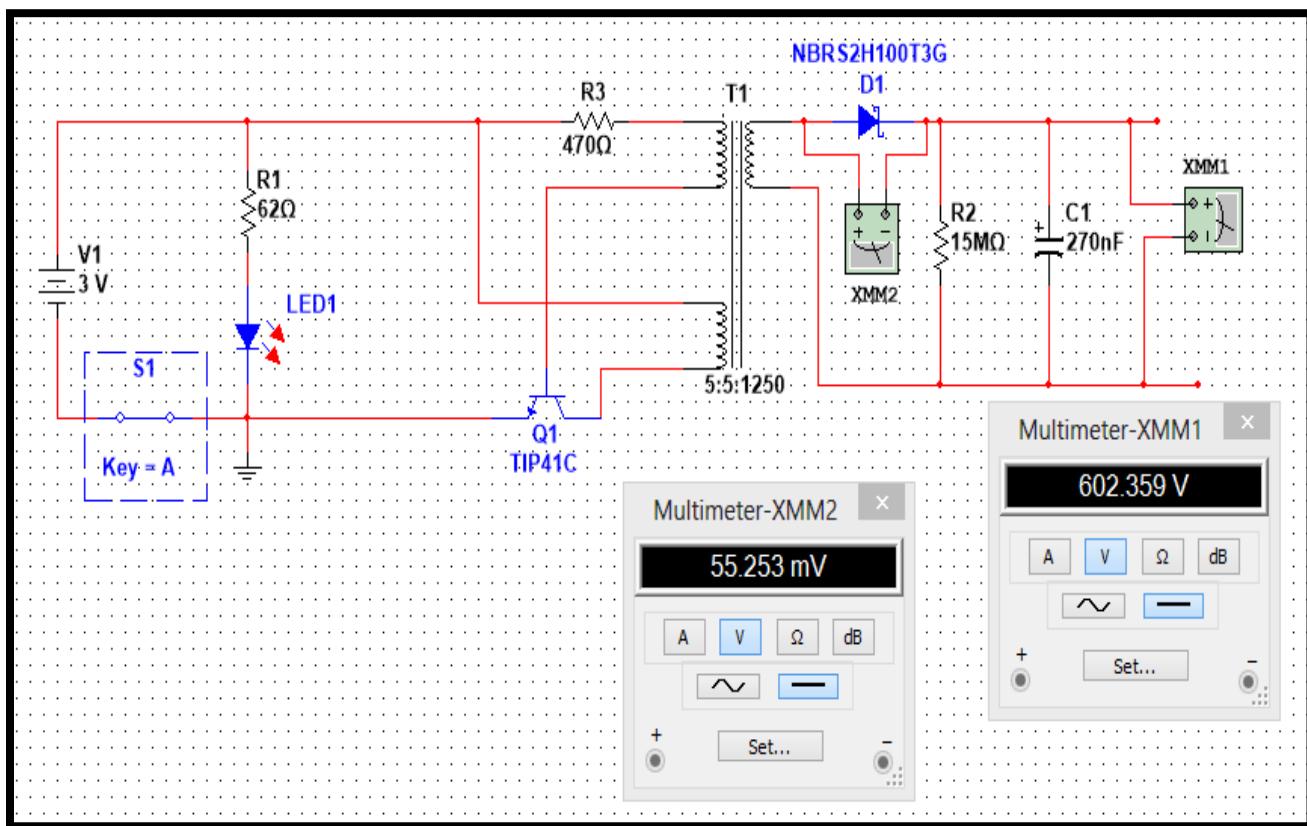
Cuando se realizan estudios sobre efectos electrostáticos en condiciones controladas se puede mejorar el estado de seguridad de los recursos humanos, así, como el funcionamiento de los equipos electrónicos, eléctricos y manejo de materiales peligrosos, que al contacto con campos eléctricos puede tener efectos desastrosos.

#### *Propuesta didáctica de las Campanas de Franklin*

El desarrollo del presente trabajo se describe un contenido en la sub sección I.A, donde se describe el diagrama del circuito eléctrico mediante el cual se obtiene calcular las descargas eléctricas que son la fuente de energía al prototipo.

En la sub sección I.B, se presenta una descripción del proceso físico carga-descarga. En la sección II, se describen los materiales y métodos que fueron utilizados para el desarrollo del de este proyecto.

En la sub sección II.A, se muestra explícitamente el procedimiento llevado a cabo en la construcción del prototipo. Finalmente, en la última sección se presentan las conclusiones del trabajo.



**FIGURA 2.** En esta imagen se muestra el circuito cerrado, con alimentación de 3 voltos de CD en el extremo izquierdo, se obtiene un voltaje terminal en el lado derecho donde está el medidor XMM1 de 602.359 voltios y una corriente de 55.253 mA.

#### I.A Circuito eléctrico para descargas eléctricas

El presente modelo propuesto de las CF utiliza un circuito, el cual permite asegurar un alto voltaje y una corriente casi nula, se aprovecha un sistema- software simulador de circuitos electrónicos (multisim) para su diseño.

En las Figuras (1, 2) se muestra el sistema calculado en este software, lo cual obtiene 602.359 voltos de salida con una alimentación de 3 voltos de CD.

#### I.B Proceso físico de carga-descarga

La fuerza electrostática creada por un campo eléctrico es utilizada para mover un péndulo que golpea dos placas metálicas. En la Figura 3, se presenta el sistema.

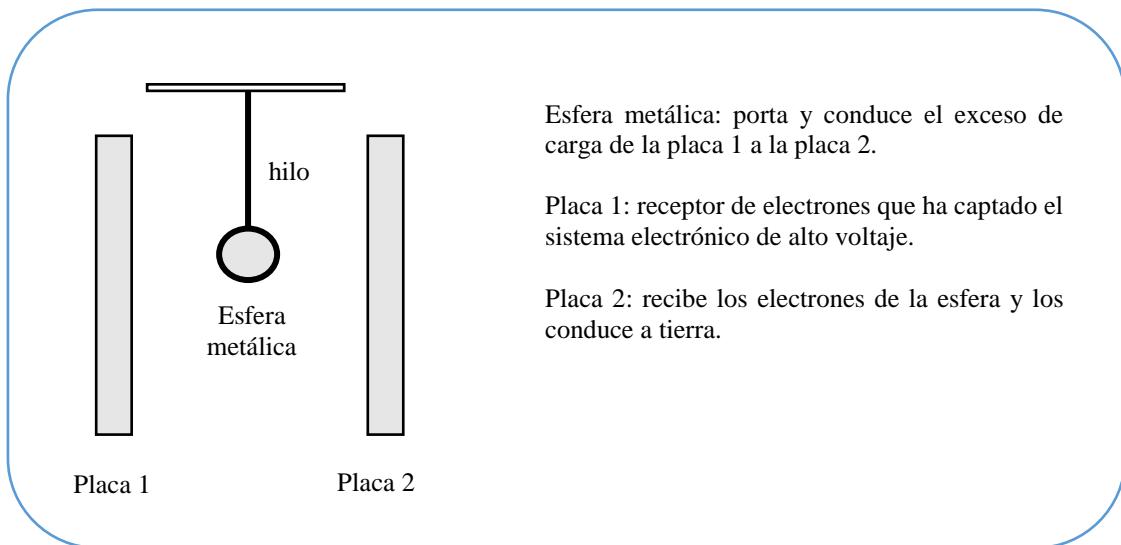
En este sistema se da prácticamente el proceso de transferencia de electrones de la descarga producida inicialmente en la placa 1, y conducida por la esfera hasta la placa 2 quien la conduce a tierra física. A continuación se describe en las Figuras 4a, 4b, 4c y 4d el proceso mismo a través de los siguientes pasos:

1. El circuito produce una descarga de alto voltaje sobre la

- Placa 1, adquiriendo una carga negativa. Por lo tanto, la esfera metálica se polariza y es atraída electrostáticamente por la placa 1.
2. Se da un proceso de transferencia de carga negativa de la placa 1 a la esfera, hasta alcanzar el equilibrio. En este estado, tienen igual carga negativa, y la repulsión de la esfera es dirigida hacia la placa 2.
  3. Proceso de descarga de la esfera con carga negativa a la

placa 2, hasta alcanzar el equilibrio. La placa 2 conduce la carga eléctrica a Tierra.

4. Llegan al equilibrio de cargas negativas de la esfera con la placa 2, provocando una repulsión. Entonces la esfera es redirigida hacia la placa 1.
5. La esfera impacta en placa 1, de nuevo existe un intercambio de energía, y repulsión respectivamente, para que el proceso se repita.



**FIGURA 3.** Sistema físico usado para explicar el funcionamiento del sistema propuesto equivalente a las campanas de Franklin, mediante el cual se desarrolla este trabajo. Consta de dos placas metálicas de aluminio y un péndulo con una esfera de unicel forrada de papel de aluminio.

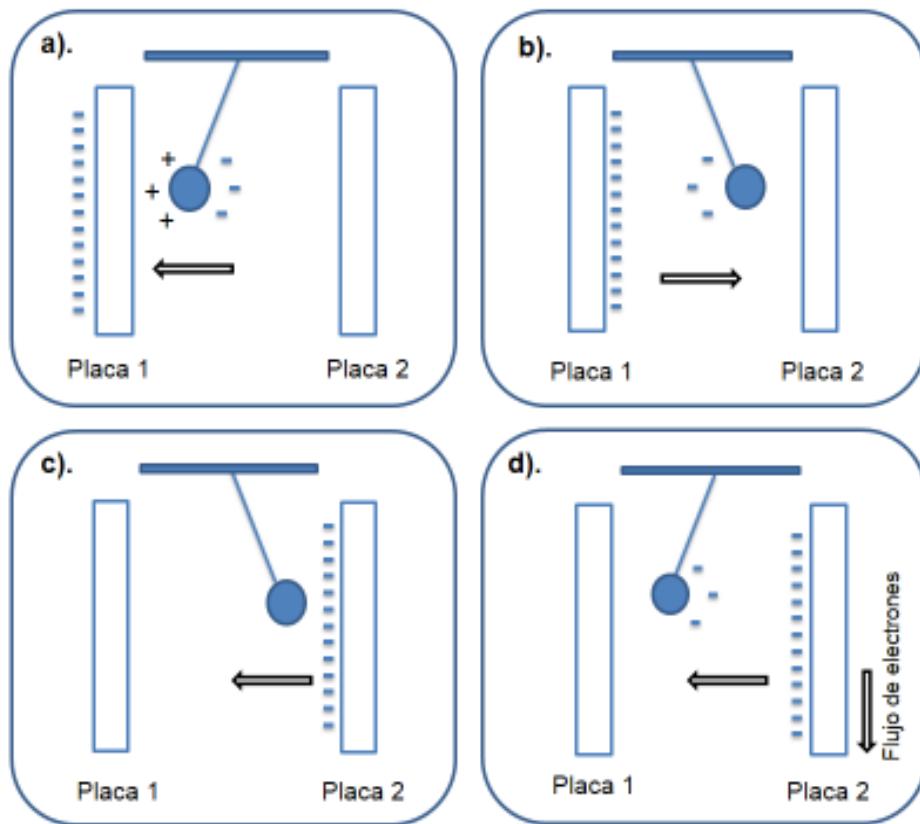
## II. MATERIALES Y MÉTODOS

### II.A Procedimiento

1. Hacer una base de madera con las especificaciones que se encuentran al finalizar este documento (carpintero).
2. Cortar dos placas de aluminio de 18 cm. de largo por 3.5 de ancho. Realizar a cada placa un doblez de 1.5 cm. en lo largo y dos orificios en la parte doblada (opción: herrero).
3. Diseñar el circuito electrónico.
4. Verificar la posición del LED, realizar con mucho cuidado este paso para no dañar la tarjeta electrónica.
5. Introducir las placas por las ranuras y asegurarlas con tornillos de  $\frac{1}{2}$  pulgada.
6. Aislar el LED con cinta, y pegarlo con silicona al igual que el botón. Soldar con los cables correspondientes el botón y LED cuidando la posición de este.
7. Cerrar el circuito, pegarlo con silicona y asegurarlo con cinta.
8. Los cables RCA que salen del circuito pegarlos por la orilla de la caja y hacer un nudo a la entrada de cada

orificio, seguido de esto pasar los cables por los orificios. (seguridad de que no puedan ser dañados por jalarlos fuerte).

9. Cortar dos cables de RCA de 10 cm. de largo y pelar las puntas. Desenroscar un conector (hembra), luego soldar el cable con conector RCA con ayuda del cautín. Después asegurarlos con silicona en los orificios correspondientes de la base de madera. Repetir este paso para el otro conector (hembra). Por último, soldar un cable a una placa de aluminio.
10. Los cables que salen del circuito pero que ya pasaron anteriormente hacia arriba. Cortarlos a una distancia necesaria para poder ser conectados, luego desenroscar el conector RCA (macho) pasar el capuchón por el cable, seguido esto soldar el cable con el conector y cerrarlo. Repetir este paso con el otro cable y conector.
11. Pasar el hilo (no conductor) por en medio de la bolita de unicel con ayuda de una aguja. Luego forrar la bolita de unicel con papel aluminio. Centrar la armella en el arco de la madera, una vez hecho esto sujetar el hilo a la armella de tal manera que la bolita quede en el centro de las placas de aluminio.



**FIGURA 4.** Etapas del proceso de carga-descarga de las campanas de Franklin: a) descarga de alto voltaje en la placa 1, polarizando a la esfera metálica y la atrae. b) transferencia-equilibrio de carga para finalizar en una fuerza repulsiva c) descarga-equilibrio de carga terminando en la repulsión de la esfera d) descarga a tierra de la placa 2, y surge una nueva descarga en placa 1.

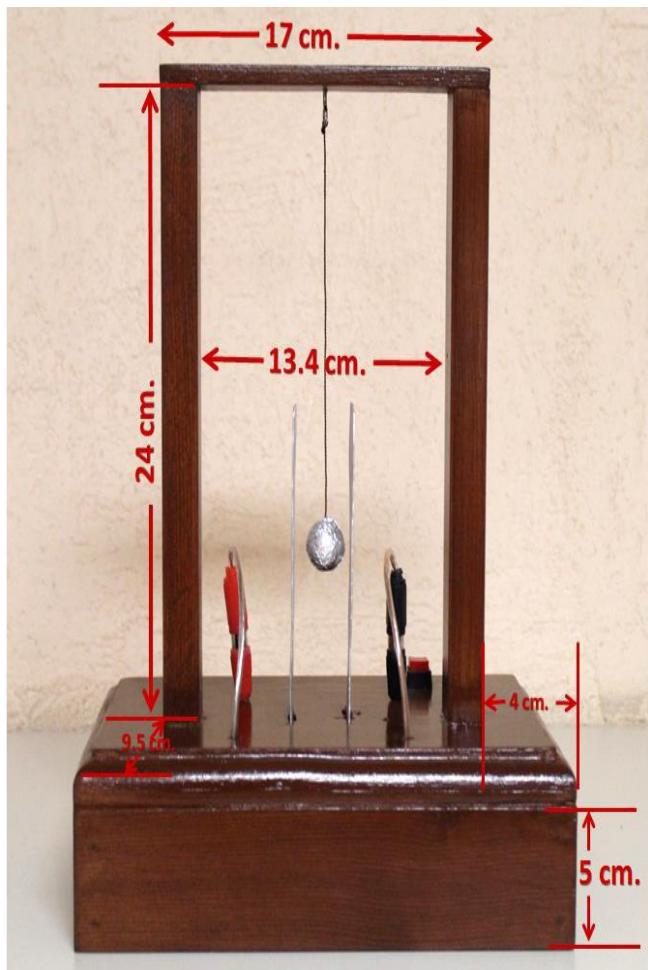
### III. CONCLUSIONES

Explicar los conceptos básicos de electricidad en el salón de clase, es importante por la gran cantidad de aplicaciones en el campo de ciencias e ingeniería, es por eso que en este trabajo se ha desarrollado un propuesta de modelo para las “campanas de Franklin” en una forma más compacta, buena calidad, funcional y sin riesgos durante su uso y sobre todo de bajo costo. Ahora, estaremos en posibilidades de que cualquier institución educativa pueda adquirirlo como material didáctico. La investigación se debe dirigir aplicando este modelo en la industria, y de ser posible poder utilizar la energía que se

descarga; en diversos procesos y maquinaria en el campo industrial.

En el salón de clase, el análisis del circuito de descarga, puede conducirse variándose los voltajes y corrientes de descarga, así como la física del sistema en sí. La corriente eléctrica, voltaje, área de carga, capacitancia, campo eléctrico y fuerza de Coulomb son algunos de los parámetros que se podrían considerar en la exposición de este prototipo.

Por otra parte, actualmente se está trabajando en la mejora del diseño del modelo y en la búsqueda de otras posibles aplicaciones del mismo en el campo industrial.



**FIGURA 5.** Modelo propuesto del prototipo de las campanas de Franklin el cual permite mostrar los efectos electrostáticos y de transferencia de carga en un Laboratorio de Ciencias.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la DES “Ciencia e Ingeniería” de la URS para la realización de este trabajo, y el cual fue realizado con apoyo del proyecto Interno URS-13-PI07.

## REFERENCIAS

- [1] Resnick, R., Halliday, D. & Krane, K. S., *Física*, 25<sup>a</sup> Ed. (CECSA, México, 2004).
- [2] Cogdell, J. R., *Fundamentos de circuitos eléctricos*, (Pearson-Prentice Hall, México, 2000).
- [3] Boylestad, R. L, *Introducción al análisis de circuitos eléctricos*, 10<sup>a</sup> Ed. (Pearson Educación-Prentice Hall, México, 2004).

[4] Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D. & Freedman R. A., *Física universitaria Vol. I y II*, 12<sup>a</sup> Ed. (Addison-Wesley-Longman/Pearson Education, México, 2009).

[5] Tipler, P. A., *Física para la ciencia y la tecnología Vol. I y II*, 5<sup>a</sup> Ed. (Reverté, Barcelona, 2005).

[6] Carlson A. B., *Teoría de circuitos*, (Thomson, México, 2002).

[7] Laiton, P. I., *¿Es posible desarrollar el pensamiento crítico a través de la resolución de problemas en física mecánica?*, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias **8**, 54-70 (2011).

[8] García, D., Domínguez, A. & Stipcich, S., *El modelo TPACk como encuadre para enseñar electrostática con simulaciones*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **8**, 81-90 (2014).

[9] Sandoval, M. & Mora C., *Modelos erróneos sobre la comprensión del campo eléctrico en estudiantes universitarios*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3**, 647-655 (2009).

# Change in teachers' practice through the elaboration and testing of an informed teaching proposal



Pilar Segarra<sup>1</sup>, María de los Ángeles Ortíz<sup>1</sup>, Virgen Huerta<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

<sup>2</sup>Escuela Nacional Preparatoria 7, Universidad Nacional Autónoma de México.

E-mail: psegarra@ciencias.unam.mx

(Received 25 November 2014, accepted 18 February 2015)

## Abstract

Educational research indicates that it is very difficult for experienced teachers, to modify their teaching approach, even after several disciplinary or educational courses. It is known that they, generally continue with the familiar methods used for years, remaining as the central figure that transmits knowledge, without fully considering the ideas, interests or knowledge of their students. We ask ourselves if a group of experienced teachers improve their pedagogical content knowledge (PCK) after attending an interdisciplinary training program, in which the elaborated teaching proposal is tested in the classroom. In order to investigate this, a questionnaire was applied to master degree graduates with such characteristics of co-construction and application of a teaching proposal. Contrary to the results of short courses, we have found that all the surveyed teachers had significant advance in their PCK.

**Keywords:** Teachers' training, Pedagogical content knowledge, High school Physics teaching.

## Resumen

La investigación educativa indica que es muy difícil para los profesores con experiencia para modificar su método de enseñanza, incluso después de varios cursos disciplinarios o educativos. Se sabe que por lo general continúan con los métodos habituales utilizados por años, manteniéndose como la figura central que transmite el conocimiento, sin examinar a fondo las ideas, los intereses o los conocimientos de sus alumnos. Nos preguntamos si un grupo de profesores con experiencia mejorarían su conocimiento del contenido pedagógico (PCK) después de asistir a un programa de entrenamiento interdisciplinario, en el que la propuesta didáctica elaborada se prueba en el aula. Para investigar esto, se aplicó un cuestionario a los graduados de maestría con características tales como co-construcción y aplicación de una propuesta de enseñanza. Contrariamente a los resultados de cursos de corta duración, se ha encontrado que todos los profesores encuestados tuvieron avance significativo en su PCK.

Palabras clave: Formación del profesorado, Conocimiento didáctico del contenido, Enseñanza de la Física en bachillerato.

PACS: 01.40a, 01.40.J

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

The greater population access to education has increased the concern of governments to improve its quality. It is now acknowledged that the teacher is the main key to the qualitative improvement of an educational system and determines the success or failure of whatever curricular reform or innovation it is intend to be implemented [1]. The European Commission EACEA states “high quality teaching is a prerequisite for high quality education and training” [2].

In many countries, high school teachers have a university education, but usually no attention is paid to training students in teaching at universities, since the common conception has been that teaching is “easy” and that to teach it is enough to have knowledge of the subject, common sense and innate personal qualities [3]. When university graduates

have no previous specific teaching training, they use their intuition and try to copy the teaching techniques of their good teachers, which often place the teacher as the central figure, and base their schooling on the transmission of conceptual knowledge and textbooks [4, 5, 6].

Most high school teachers over the world are subject specialists and they are required to have a university degree in the specialist subject. The initial teacher education for this level follows the consecutive model i.e. it is completed after the degree and it is done from short courses in theory and practice of teaching, to a postgraduate degree. In the European countries, teacher education programs for upper secondary level lasts between four to five years, but the compulsory minimum proportion of professional training only exceeds 30% in 6 countries. In the U.K., Ireland and

In order to enhance high school education, academic institutions over the world have promoted intensive pedagogical and disciplinary courses for in-service teachers, generally lasting one or two weeks and coached by a specialist. A lot of them are often structured as a summer workshop, with little attention to how the content may be used more successfully with students. Many times professional knowledge is placed in opposition to disciplinary knowledge, both domains of knowledge are considered separately and, yet, expected to converge in teacher behavior [9]. Teacher legends suggests that traditional in-service programs consist of outside experts with little knowledge of local conditions who present irrelevant, sometimes amusing, often boring information. It is argued that these experiences are irrelevant and teach teachers little, or at least little of worth [10].

As it may be seen in literature, these courses are not useful because teachers find it difficult to change. It is known that short programs do not really transform the way that science is taught. Teachers go on teaching in the way they are accustomed to do [11]. It is also recognized that individuals and organizations possess a natural tendency to maintain a steady state, so any changes that disrupt this status quo are viewed with caution and are only accepted when the perceived outcome adds value to the individuals and their organizations [12]. On the other hand, Gil *et al.* [3] claims that the personal pedagogical conceptions of teachers' own school experiences acquired naturally and not in a reflexive way, are an obstacle to training and teacher educational change. All these contribute to the poor effectiveness of the proposals transmitted by experts to the teachers [13].

As a rule, educational research rejects training models based on the overlapping of disciplinary knowledge of science and general psycho-pedagogical knowledge [14] but this is the usual way that high school teacher education is done. In summary "standard teacher preparation and in-service teaching experience is not sufficient to develop a high level of teaching expertise" [15]. Another aspect of the problem is the disciplinary knowledge of teachers. Some researchers have found serious problems with subject matter knowledge of preservice teachers, even of those who have completed majors in academic disciplines. Wilson, Floden, & Ferrini-Mundi [16], exemplify that in mathematics, preservice teachers' knowledge of procedures and rules may be sound, but their reasoning skills and knowledge of concepts is often weak. De Jong *et al.* [17] claim that "most of the studies reviewed show that teachers' subject matter knowledge needs improvement, not only because of deficiencies but also because of views deviate from scientific one". Cochran and Jones state [18] "students completing baccalaureate degrees show, at least to some extent, unorganized, superficial and inaccurate knowledge of subject matter areas". Research suggests that changes in teachers' subject matter preparation may be needed, and that the solution is more complicated than simply requiring a major or more subject matter courses [16].

Although teachers' knowledge can be influenced and improved by receptive learning, the most powerful changes result from experiences in practice. The process of change in teacher's practice has been the subject of many studies in educational research. In order to make any modification to the constructed knowledge, the learner must be able to apply the changed idea to new situations, receive feedback about the validity of the construct from other sources, and establish further connections to other elements in the new one [19].

According to Mellado [20] the training skills more able to be set into practice are the ones that are not "for" or "on" teachers, but those made "for" and "with" teachers in interdisciplinary teams between levels. There, the teacher is not a consumer of external knowledge, but a co-producer and an agent of change in the issues that really concern them in their classes. So, if we want to improve education we must begin to work together with high school teachers [21]. If teachers are engaged in a research project involving reflection on their practice and attend courses to support their project, then both contribute to the development of teachers' knowledge [22]. Evidence indicates that such in-service work is more effective when it is planned over 3, or more sequential years [23].

From the previous paragraphs, it can be seen that the initial and on-service high school teacher education problem exists long ago and may be considered an unresolved issue. There have been different ideas around the world but there is not yet a solution that can be applied anywhere.

In this work, we ask whether an integral and interdisciplinary teachers' training program can transform positively teachers' work. For this research we surveyed a sample of experienced teachers graduated from a Master in Teaching for High School Education (MADEMS) at Mexico City.

## II. REVIEW OF RELEVANT LITERATURE

Our approach to understand and study the process of change in teachers' practice is the theoretical construct "pedagogical content knowledge" (PCK) introduced by Shulman in 1986. PCK is a way of describing the particular form of content knowledge that exemplifies the aspects of content most relevant to its teaching abilities and that includes the ways of representing and formulating the subject that make it intelligible to others [24]. PCK is teachers' knowledge used to transform subject matter content into forms more comprehensible to students. Shulman [24] states, that it is important to be proficient on the core content and to comprehend general pedagogy, but when you sum up the two, you do not get a teacher.

It is teachers' understanding and performing the key to help a group of students interpret a specific subject matter using multiple instructional strategies, representations and assessments, while working within the contextual, cultural, and social limitations in the learning environment [25, 26]. Initially, Shulman [24] considered the three components of teacher knowledge as: content knowledge, PCK and curricular knowledge. PCK is the teacher knowing, the teacher doing and the reasons for the teacher's actions. It

*Change in teachers' practice* incorporates both teachers' understanding and its transformation of subject matter knowledge for teaching [25]. PCK can provide a useful conceptual framework to understanding the teacher progress.

Many researchers in the area of teacher education have already recognized PCK as a critical component of the professional status of teachers [27, 28, 29]. While it is generally accepted that PCK is an essential knowledge base for science teachers, educational researchers are not clear on how it develops but have suggested that classroom practice may play a significant role [30, 31, 32].

Shulman [33] affirms that the development of PCK involves a dramatic shift in teachers' understanding. This goes from being able to comprehend themselves subject matter, become able to clarify subject matter in new ways, reorganize and partition it, grasp it in activities and emotions, in metaphors and exercises, and in examples and demonstrations, so students can grip it.

According to this author, the difference between novice teachers and expert ones is the capacity of a teacher to transform the content knowledge that he or she possesses into forms that are pedagogically powerful and yet adapted to the variations, the abilities and the backgrounds presented by students. This means that teacher educators should work with them in the development of this transformation capacity, helping teachers in acquiring the underlying theoretical elements, and accompanying them on the continuous reflection needed to improve their teaching. PCK development incorporates knowledge acquisition and knowledge use. It is unlikely that teachers acquire PCK first, and then apply it. Rather, knowledge acquisition and knowledge use are interwoven within the context of instructional practices. Although teachers' knowledge can be influenced and improved by receptive learning, the most powerful changes result from experiences in practice. Teachers are knowledge producers, not knowledge receivers.

This characteristic is essential to recognize teachers as true professionals [25, 34]. Student-teachers need opportunities to reflect on, and develop their understanding of the structure of science knowledge, as well as opportunities to apply these understandings in classroom practice [35].

As noted by Day [36] change is a matter of brains and at the same time a matter of heart. It hardly develops if it does not make up emotionally, and helps provide more personal satisfaction at work and a sense of achievement. Change is to recognize that something can be done better than before, and to feel empowered to make such modifications. Therefore, allowing the teachers to propose themselves the adjustments they are willing to do, or to try new strategies, ensures a long-lasting transformation [21].

To what extent do science teachers' theories correspond to their practices? There is still a lot of debate on whether pedagogical knowledge and views influence actions, or these ones affect pedagogical interpretations [37, 38, 39]. Hanley *et al.* [12] states that a variety of research evidence has shown that teachers' beliefs about teaching and science learning impact their teaching practices. Instead of one clearly preceding the other, changing teachers' beliefs and changing their classroom practice is more of a cycle, where

each one reinforces and provides impetus for the other. Developers thus need to consider how to create, or co-construct, such cycles as part of a continuous professional development (CPD) process.

Mansour [39] brings up that teachers' pedagogical views are significant indicators of the behaviors that will be present in the classroom. Of course, they are restricted by teachers' knowledge of the subject matter and his view of the same, which have also been found to influence the day-to-day decisions about what to teach, what to skip, and how much class time needs to be assigned to a particular topic.

However, based on other research, the same author points out that teacher performance is not always consistent with their beliefs, and indicates that the relationship between teachers' theories and their practices are not very strong.

### III. METHODOLOGY

This research was developed with 14 high school teachers in Mexico City, who have graduated in the last six years of MADEMS-Physics (Master in Teaching for High School Education), over a population of 32. The participants were seven males and seven females. The ages of this sample ranged from 35 to 48.

This Master in Teaching was designed for future and in-service high school teachers in three learning areas:

- a) Socio-Ethical-Education, which aims to train students fully in the spirit and practice of social and education purposes of high school education, so that they can understand and use educational models and projects, as well as plans and programs of study to contextualize their educational practices;
- b) Psychopedagogic-Education, its purpose is to familiarize future teachers with the characteristics of the psychological development of young high school students (cognitive, social, emotional, moral and sexual) and to analyze the various theoretical concepts underlying the processes of teaching and learning.
- c) Disciplinary; it allows advanced understanding of the contents in a field of knowledge and its teaching, so that subject matter knowledge may be presented into a suitable form for use with pupils [40]. The incorporation of the three areas is done both in teaching practices and in the development of the thesis. The degree seeks that the students use and apply what is learned in the three areas.

The intention of this Master's degree is that each high school teacher finds its own way into classroom work, based on the three knowledge areas. They must design a teaching proposal in a specific physics topic. The proof of the teaching proposal takes place over some weeks, for three consecutive semesters with regular high school groups in Mexico City, allowing teachers to improve and adjust teaching and learning strategies. There are four semesters of courses and an additional semester to prepare the dissertation.

The survey was done using a written questionnaire (annex) with 7 open questions that allow us to know how

they currently work in their classroom. All the interviewed teachers entered their degree studies motivated primarily by a desire for self-development, namely: improving their skills, picking up new ideas and gaining an opportunity to reflect on their practice. They wanted physics to be more useful and applicable to students.

According to Park & Oliver [25] assessment of PCK requires a combination of approaches that can collect information about what teachers know, what they believe, what they do, and the reasons for their actions. We know that a single instrument cannot capture the complexity of teachers' knowledge, but the questionnaire is a good start to detect if the results point to changes [41].

In the analysis we use Fox's [42] suggestions about the way in which teachers answer. If the surveyed uses terms like 'imparting knowledge', 'conveying information', 'giving the facts', or 'putting over ideas' he/she is considering in the transmission mode. If teachers made a vivid description of their actions in the classroom, it is consider that their PCK had changed to be more student-centered. Besides, if they simply repeated the knowledge, we considered that they have not change [37, 43] since Waggett [44] stresses that verbalization of best practice does not guarantee that teacher will do as they say".

#### IV. RESULTS

In all surveyed teachers, the development of their pedagogical knowledge is evident. All of them report transformations, most in the disciplinary aspect, some in learning about teenagers, ways of assessment and development of practical activities. Those who graduated early reflect a greater integration of the elements of PCK, as mentioned by Park *et al.* [25] and Peme-Aranega *et al.* [34] that the most powerful change results from experiences in practice.

Considering the questionnaire, the most significant change is that if teachers focus on students, then they have to change the form of assessment, teaching and learning strategies, experimental activities, use of Information and Communication Technologies (ICT), etc.

Teachers showed awareness that they needed to develop their subject matter knowledge into a suitable form for use with pupils. All the teachers showed evidence that their general pedagogical knowledge (GPK) was developing as they reflected on pedagogical approaches which they had tried and adapted.

There are five main changes that can be deduced from the questionnaires and are illustrated with a few phrases of teachers:

1. The educational process is no longer centered on the teacher; they now consider the interests and knowledge of students. Judged by their answers, they have more educational and discipline elements to plan. In some cases they enjoy the new way of working. Now they have taken the students into account understanding that students are teenagers. Teachers foster deeper knowledge, being aware that students do not just repeat information without understanding.

"I now consider what interests the students and their previous ideas".

"I am more sensitive to high school students, understanding that they are teenagers, so I am more tolerant. I stopped being the main actor; I use more tools, such as rubrics, videos and science projects. As I have more elements, I plan better classes and became more organized".

"I search the activities thinking in the usefulness of each one and in the possible application of them. Students work in groups, both in theory and in the laboratory and develop their own research projects".

"The best way for students to learn is that they work by themselves, discuss and draw conclusions from the problems and experiments proposed by the teacher".

2. Teachers' recognized solid knowledge of the content as essential. They can now change from using only textbook, to now employing a variety of teaching and learning strategies.

"To be able to modify the classes, I need a change of view and ask myself what I really want students to learn. After MADEMS I believe that students should ask themselves questions and raise their own challenges".

"I previously used a text book as a guide, now I use several sources of information, different ways of teaching".

"Before, I thought of the topics of the day for 10 minutes and began to teach. Now, I invest more time, not only thinking of the topics in more detail but also in how to involve the whole class, the appropriate activities to be implemented. I also want to see the applicability of physics in life".

"Now I seek greater participation of students in class: talking, solving exercises, writing, communicating among themselves, in order to develop skills that will be useful not only in physics, but for life".

"Classes were prepared with few materials and I gave little importance to pedagogical issues".

"Now, learning activities are quite varied, and done by the students and me; the class is interactive".

"Before I simply developed a list of topics and thought in the most consistent way to lecture on them, so that students may solve numerical exercises from the end of the chapter. Now, I think in the students' skills, their interests and how the specific topics may be related with daily life to develop the lesson plan".

3. Assessment is in accordance with the strategies employed, to evaluate what is taught and what is learned.

"Before MADEMS, I usually explained and at the end of the class asked if there were questions. Now during the session I ask students questions, give them time to think and answer; I use some of their ideas to explain further. As students' ideas are taken into account, their participation increases".

"I promote the evaluation beyond traditional examinations, looking at assessment methods that promote more analysis of physical situation than of solving exercises".

"I have adopted the use of portfolio in order to facilitate peer assessment and self-assessment".

#### *Change in teachers' practice through the elaboration and testing of an informed teaching proposal*

*"I am starting to explore learning experiences where students can look at their answers and those of their peers. Then I request them to amend any errors in dialogue with their classmates. This is a form of self-assessment".*

*"At the moment I am satisfied that students may apply the new learning, but I would like that they are capable of analyzing them."*

4. The importance of practical work in and out of the laboratory is acknowledged.

*"I became more aware of the importance of practical work to achieve meaningful learning. I applied this to my teaching practice, which was at least 50% based on experiments conducted by students. I got very good results."*

*"I strive that students recognize that physics is applied in daily life, and its knowledge is useful. Several experiments were performed to surprises and trap students."*

*"Now some experimental activities are conducted in the classroom with accessible materials taken by the students. Some experiments are also performed outside the laboratory. As students like these activities, they work better."*

*"I give students small experimental challenges and encourage them to answer certain related questions and that they try to explain the phenomena".*

5. Surveyed teachers are in a process, they are aware of their change and recognize the need to change more. Sometimes they come back to what was done before, but know they should continue trying new strategies to get better learnings.

*"I am still in a conflict because I have not developed specific assessments when I am teaching. I have been implementing some, but I still need to continue with this work. I felt many times in traditional evaluation".*

In MADEMS, teachers change to improve their classes and to achieve that their students learn effectively. In the answers to the survey, all teachers demonstrate change in the assessment and in the activities performed in the classroom, as in the disciplinary aspect. Change takes place within a nonlinear process with ups and downs. Teachers are clear that it is not enough to repeat what they did in their thesis, but that they need to advance and apply the proposal to different themes with the groups they are attending now.

The main changes found by us are consistent with descriptions in the literature of the evolution in teachers' PCK. In the answers to the questionnaire we found that teachers were able to transform the subject matter knowledge, to subject matter in new ways so that it can be grasped by students. Findlay & Bryce [43] in 2012, studied the development of 6 teachers' PCK, from the beginning of their training one-year professional development graduate diploma till four and a half years later. The most significant change found by them was the teachers' change of focus from teaching the discipline to teaching children. Teachers showed evidence that their general pedagogic knowledge was developing as they reflect and tried different pedagogical approaches, considered the impact of their teaching on their pupils and were conscious that the pupils

understood what was being taught. Our results have a high relationship with these findings. On the other hand, Park *et al.* [25] found that PCK was developed mainly through the action reflection cycle within instructional contexts. They proposed 5 components<sup>1</sup> of PCK and supposed that the development of each component may simultaneously encourage the development of the others and that the development of a single component may not be sufficient to stimulate change in practice.

In addition to the questionnaire, we have information of the professional activity of several MADEMS-Physics teachers. Most of them are involved in their improvement and understand that this is a long live process; they recognize that the work during the master degree was only the beginning of their transformation. Some of them are collaborating in programs' modification or developing educational materials for students. Their products are presented in national and international conferences on physics education. Some are also subject coordinators at high school; one of them is the academic leader in a K-12 school.

The most relevant result is that three of the surveyed teachers are now participating as teachers in this master's program on teachers' education, where they enrich the courses with their experience as active high school teachers, more near to high school classroom reality.

## **V. DISCUSSION AND CONCLUSIONS**

In this work we investigated whether a graduate program of two and a half years, which includes a design and implementation of a teaching proposal to work in the classroom, has a positive impact on teachers' work.

Obtained results are very encouraging. It is still missing to document the actual students' learning; nevertheless teachers' opinions are enthusiastic.

It is considered that the positive results obtained in this survey may be due that all participants in the degree program enrolled in it with a very high initial motivation to become better teachers. Change begins when teachers have to raise a teaching proposal that takes into account the age and interests of students, as well as the different forms of learning that implies a use of varied teaching strategies. The degree studies provided them with the space to reflect on the work in their classrooms and gave them the interdisciplinary tools to pose the teaching project. The proposal is tested over three consecutive semesters, with the advice of an experienced teacher. Changes in the project are suggested in the evaluations of each cycle: reflection-action-reflection.

When graduate teachers apply the new way of work and see the results, they really begin to appropriate this new teaching approach; it is recognized that the work based on teaching practice is absolutely essential.

Derived from this study we think that in order to improve teachers' PCK they need:

1. To increase knowledge of the taught subjects. Many studies point out that there are difficulties in discipline knowledge.

2. To be aware of the interests of their students and have the elements to plan appropriate classes for them.
3. The necessary tools to modify teaching and learning strategies in the specific discipline.
4. A space where they can reflect on their teaching, propose changes and prove them.
5. Awareness of the need for continuing professional development.

It is likely that this action reflection cycle continues working throughout the professional teachers' career, if they have the support of a professional association or learning group, so that the work is not done alone. Effective science teaching is more than knowing science content and some teaching strategies.

**Note:**

1. (a) Orientations to science teaching, b) knowledge of students' understanding in science, (c) knowledge of science curriculum, (d) knowledge of instructional strategies and representations for teaching science, and (e) knowledge of assessments of science learning [25].

## REFERENCES

- [1] Mellado, V., Bermejo, M. L., Blanco, L., The classroom practice of a prospective secondary biology teacher and his conceptions of the nature of science and of teaching and learning science, *International Journal of Science and Mathematics Education* **6**, 37-62 (2007).
- [2] EACEA, *Teacher Education curricula in the EU*, Final report, University of Jyväskylä, Finnish Institute for Educational Research, Jyväskylä, Finland (2009). [http://ec.europa.eu/education/policy/school/doc/teacherreport\\_en.pdf](http://ec.europa.eu/education/policy/school/doc/teacherreport_en.pdf)
- [3] Gil, D., Beléndez, A., Martín, A. & Martínez, J., *La formación del profesorado universitario de materias científicas: Contra algunas ideas y comportamientos de «sentido común»*, Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado **12**, 43-48 (1991).
- [4] Vázquez-Bernal, B., Mellado, V., Jiménez-Pérez, R. & Taboada, M. C., *The process of change in a science teacher's professional development: A case study based on the types of problems in the classroom*, Science Education **96**, 337-363 (2012).
- [5] Akerson, V., Cullen, T. & Hanson, D., *Experienced Teachers' strategies for assessing nature of science conceptions in the elementary classroom*, Journal of Science Teacher Education **21**, 723-745 (2010).
- [6] Zabala, G., Alarcón, H. & Benegas, J., *Innovative training of in-service teachers for active learning: A short teacher development course based on Physics education research*, Journal of Science Teacher Education **18**, 559-572 (2007).
- [7] EURYDICE & CEDEFOP, *Structures of the education and initial training systems in the European Union*, 2<sup>nd</sup> Ed. (Office for Official Publications of the European Communities, Luxemburg, 1995).
- [8] EACEA, EURYDICE & EUROSTAR, *Key data on education in Europe 200*. (Eurydice, Belgium, 2009). DOI 10.2797/1715.
- [9] Fischer, H. E., Klemm, K., Leutner, D., Sumfleth, E., Tiemann, R. & Wirth, J., *Framework for empirical research on science teaching and learning*, Journal of Science Teacher Education **16**, 309-349 (2005).
- [10] Yager, R. E., *Toward need reforms in Science Teacher Education*, Journal of Science Teacher Education **16**, 89-93 (2005a).
- [11] Pintó, R., Courso, D. & Gutiérrez, R., *Using research on teachers' transformations of innovations to inform teacher education. The case of energy degradation*, Science Education **89**, 38-55 (2004).
- [12] Hanley, P., Maringe, F. & Ratcliffe, M., Evaluation of professional development: Deploying a process-focused model, *International Journal of Science Education*, **30**, 711-725 (2008).
- [13] Barojas, J., López, R. & Martínez, M., *Dificultades para cambiar y oportunidades para mejorar en educación: La formación de profesores de Física para el bachillerato*, Revista Iberoamericana de Educación **55**, 1-10 (2011). Consulted: 10 September 2013, Available in: <http://www.rieoei.org/expe/4018Barojas.pdf>
- [14] Shulman, L. S., *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, Educational Researcher **15**, 4-14 (1986).
- [15] Wells, M., Hestenes, D. & Swackhamer, G., *A modeling method for high school physics instruction*, Am. J. of Physics **63**, 606-619 (1995).
- [16] Wilson, S. M., Floden, R. E. & Ferrini-Mundi, J., *Teacher preparation research: Current knowledge, gaps and recommendations*, Research Report prepared for the U. S. Department of Education, (CTP Michigan State University- CTP University of Washington, USA, 2001). Available: <http://depts.washington.edu/ctpmail/Study14.html>.
- [17] De Jong, O., Korthagen, F. & Wubbels, T., Research on Science teacher education in Europe: Teacher thinking and conceptual change, In: Fraser, B. J. & Tobin, K. J. (Eds.), *International Handbook of Science*, (Kluwer, London, 1998), pp. 745-758.
- [18] Cochran, K. F. & Jones, L. L., The subject matter knowledge of preservice Science teachers, In: Fraser, B. J. & Tobin, K. J. (Eds.), *International Handbook of Science Education*, (Kluwer, London, 1998), pp. 707-718.
- [19] Baviskar, S., Hartle, R. T. & Whitney, T., Essential criteria to characterize constructivist teaching: Derived from a review of the literature and applied to five constructivist-teaching method articles, *International Journal of Science Education* **31**, 541-550 (2009).
- [20] Mellado, V., Cambio didáctico del profesorado de Ciencias Experimentales y Filosofía de la ciencia, *Enseñanza de las Ciencias* **21**, 343-358 (2003).
- [21] Jiménez, E. & Segarra, P., Ideas de los profesores de física sobre la enseñanza y la solución de problemas en el bachillerato, *XX Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales*, Universidad de La Laguna, España, pp. 164-172 (2002).
- [22] Justi, R. & Van Driel, J., *The development of science teachers' knowledge on models and modelling: Promoting, characterizing, and understanding the process*, International Journal of Science Education **27**, 549-573 (2005).
- [23] Yager, R. E., *Accomplishing the vision for professional development of teachers advocated in the National Science*

- Change in teachers' practice through the elaboration and testing of an informed teaching proposal*
- Education Standards*, Journal of Science Teacher Education **16**, 95-102 (2005b).
- [24] Shulman, L. S., *Appreciating good teaching: A conversation with Lee Shulman by Carol Tell*, Educational Leadership **58**, 6-11 (2001).
- [25] Park, S. & Oliver, J. S., *Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals*, Research in Science Education **38**, 261-284 (2008).
- [26] Berry, A., Loughran, J. & Van Driel, J. H., Revisiting the roots of pedagogical content knowledge, *International Journal of Science Education* **30**, 1271-1279 (2008).
- [27] Seymour, J. R., Lehrer, R., Tracing the evolution of pedagogical content knowledge as the development of interanimated discourses, *Journal of the Learning Sciences* **15**, 549-582 (2006).
- [28] Lee, E. & Luft, J. A., *Experienced secondary science teachers' representation of pedagogical content knowledge*, International Journal of Science Education **30**, 1343-1363 (2008).
- [29] Loughran, J., *Pedagogy: Making sense of the complex relationship between teaching and learning*, Curriculum Inquiry **43**, 118-142 (2013).
- [30] Shulman, L. S. & Foreword. In: J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications*, (Kluwer, Netherlands, 1999).
- [31] Lee, E., Brown, M., Luft, J. & Roehring, G., *Assessing beginning secondary science teachers' PCK: Pilot year results*, School Science and Mathematics **107**, 52-60 (2007).
- [32] Loughran, J., Berry, A. & Mulhall, P., *Understanding and developing science teachers' pedagogical content knowledge*, 2<sup>nd</sup> Ed., (Sense Publishers, Netherlands, 2012).
- [33] Shulman, L. S., *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. Harvard Educational Review **57**, 1-22 (1987).
- [34] Peme-Aranaga, C., Mellado, V., De Longhi, A. L., Argañaraz, M. R. & Ruiz, C., *El proceso de reflexión orientado como una estrategia de investigación y formación: Estudio longitudinal de caso*, Tecné, Episteme y Didaxis **24**, 75-98 (2008), Consulted: 10 September 2013, <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/ted/article/view/394>
- [35] Loughran, J., Mulhall, P., Berry, A., *Exploring pedagogical content knowledge in Science teacher education*, International Journal of Science Education **30**, 1301-1320 (2008).
- [36] Day, Ch., *Pasión por enseñar. La identidad personal y profesional del docente y sus valores*, (Narcea, España, 2006).
- [37] Fang, Z., *A review of research on teacher beliefs and practices*, Educational Research **38**, 47-64 (1996).
- [38] Friedrichsen, P., Van Driel, J. & Abell, S., *Taking a closer look at science teaching orientations*, Science Education **95**, 358-376 (2011).
- [39] Mansour, N., *Consistencies and inconsistencies between science teachers' beliefs and practices*, International Journal of Science Education **35**, 1230-1275 (2013).
- [40] MADEMS, *Proyecto de creación del programa de la Maestría en docencia para la Educación Media Superior*, (UNAM, México, 2003). Consulted 18 September, 2014, Available in: <http://www.posgrado.unam.mx/madems/plan.pdf>
- [41] Loughran, J., Mulhall, P. & Berry, A., *In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice*, Journal of Research in Science Teaching **41**, 370-391 (2004).
- [42] Fox, D., *Personal theories of teaching*, Studies in higher Education **8**, 151-163 (1983).
- [43] Findlay, M. & Bryce, T. G., *From teaching physics to teaching children: Beginning teachers learning from pupils*, International Journal of Science Education **34**, 2727-2750 (2012).
- [44] Waggett, D., Secondary Science Teacher Candidates' Beliefs and Practices. In: Rubba, P. A., Rye, J. A. & Crawford, B. A. (Eds.), *Proceedings of the 2001 Annual Conference of the AETS*, ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 963-1014 (2001). Consulted: 18 September 2014, Available: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED453083.pdf#page=981>.

## APPENDIX

### Questionnaire applied to teachers

We request support to accomplish a research on the impact of MADEMS in the way of teaching of graduates. Please answer the following questions briefly.

1. Mention the three or four main areas in which you have modified your teaching practice after MADEMS
2. Do you think that the knowledge gained in the three axes influences your current practice? If so, please explain why.
3. How did you prepare your classes before and how do you prepare them now?
4. Has the dynamics and development of your classes changed after MADEMS? If so, please justify.
5. Do you use different strategies in your courses now? Which are those and how do you use them now?
6. Did your assessment method changed after MADEMS? Which type of learning do you promote with it?
7. Explain how you motivate your students.

# Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente a partir de estudios históricos sobre la variación



Luis Arturo Serna Martínez, Apolo Castañeda

Programa de Matemática Educativa, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria. Instituto Politécnico Nacional.

E-mail: acastane@ipn.mx

(Recibido el 10 de octubre de 2014, aceptado el 28 de febrero de 2015)

## Resumen

La enseñanza del cálculo diferencial centrada en manejo algorítmico provee de un eficiente dominio procedural, sin embargo, de acuerdo a diversos estudios, los estudiantes enfrentan dificultades cuando resuelven problemas y tienen que visualizar y explicar comportamientos gráficos. Esto nos condujo a problematizar la actual configuración de la matemática escolar, analizando su estructura epistemológica, cuestionando el enfoque didáctico así como las características del discurso matemático. Particularmente nos enfocamos en la recta tangente, la cual es un concepto relevante en la definición de derivada, y proporciona un vínculo al estudio de la variación sobre la curva de una función. Para este estudio se realizó una investigación histórica en la que se analizaron fuentes documentales originales, con el propósito de observar el tratamiento matemático, conceptos relevantes, problemas y situaciones particularmente referidos al concepto de tangente variacional. Esta investigación ofrece reflexiones sobre las contribuciones de la historia en el desarrollo de secuencias didácticas, así como las oportunidades didácticas en la clase de matemáticas.

**Palabras clave:** Tangente variacional, estudios históricos, diseño de secuencias didácticas.

## Abstract

The teaching of differential calculus focused on algorithmic management provides an efficient procedural rule, however, according to various studies, students face difficulties when solving problems and have to display graphics and explain behavior. This led us to problematize the current configuration of school mathematics, analyzing their epistemological structure, questioning the didactic approach and the characteristics of mathematical discourse. In particular we focus on the tangent line, which is an important concept in the definition of derivative, and provides a link to the study of the variation on the curve of a function. For this study was realized a historical research in which original documentary sources were analyzed for the purpose of observing the mathematical treatment, relevant concepts, problems and situations particularly in relation to the concept of variational tangent was performed. This research offers reflections on the contributions of history in developing teaching sequences, as well as teaching opportunities in math class.

**Keywords:** Variational tangent, Historical studies, Design sequences.

PACS: 01.40.J-, 01.40.-d, 01.65.+g

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCCIÓN

En las investigaciones de Biza y Zachariades [1], Biza, Christou y Zachariades [2], Dolores [3] y Parra [4] se documenta que: el estudio del concepto de derivada en clase está basado en un fuerte trabajo algorítmico, el cual conduce a la memorización de definiciones y procedimientos, sin la posibilidad de problematizar su estructura y forma. En este modelo de enseñanza, el profesor se limita a exponer los conceptos, explicar procedimientos y resolver problemas; y el estudiante debe *atender a la explicación*, concentrarse para poder repetir los pasos y resolver ejercicios similares [5]. De esta forma, los estudiantes llegan a nivel superior dominando las reglas algorítmicas, pero sin habilidades para hacer

interpretaciones numéricas, gráficas o físicas [6].

Esta apreciación coincide con los resultados que señala Artigue [7], al puntualizar que los estudiantes desarrollan una aproximación procedural de la matemática y enfrentan serias dificultades cuando se les cuestiona la parte conceptual y los significados asociados. A su vez, este enfoque de enseñanza motiva una evaluación que valora aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es *lo algorítmico*. Los estudiantes construyen poco a poco una idea sobre lo que es *esencial para la clase de matemáticas*, la cual está arraigada en el dominio de métodos y memorización de procedimientos; de tal forma que su ruptura es compleja ya que estudiantes se sienten cómodos con este modelo de aprendizaje y evaluación. De acuerdo con el estudio de Muñoz [8] sobre la dinámica de clase, se

observó que el 88.9% de los estudiantes de nivel superior prefieren que la secuencia de la clase sea teoría-ejemplo-ejercicios. En este reporte, también se evidencia que los alumnos no son proclives a la resolución de problemas en donde tengan que utilizar sus habilidades para la resolución de los mismos. La secuencia teoría-ejemplo-ejercicios supone certidumbre, ya que no hay mucho margen para reflexionar o cuestionar, dado que únicamente se requiere repetir y reafirmar procedimientos.

Es usual que la introducción escolar de la derivada se base en la identificación de la recta tangente como el límite de familia de rectas secantes. Además de que este modelo geométrico de la derivada ha sido reportado en varios estudios como generador de grandes dificultades entre los estudiantes [2, 1], es común que en etapas más avanzadas de un curso no se vuelva a retomar ni a reflexionar sobre este modelo [9].

#### A. Primera exploración

Con el propósito de establecer un punto de partida a la investigación, se les planteó a tres profesores de nivel bachillerato las siguientes preguntas:

- (q1) ¿Para qué se estudia la tangente en cálculo diferencial?  
(q2) ¿Consideras fundamental el estudio de la tangente en cálculo? Si o no. Favor de justificar la respuesta.

Profesor A (q1). *Podemos empezar con la definición de tangente:...toda recta que toca a la circunferencia en un solo punto, a este punto se le conoce como punto de tangencia. Al derivar una función, la derivada de una función en el punto x no es otra cosa que la pendiente de la tangente a la curva.*

Profesor A (q2). *Si, considero que en todo fenómeno donde haya una razón de cambio, existen curvas en las funciones, donde siempre existirán tangentes a dichas curvas, donde la gráfica expuesta anteriormente lo justifica.*

Profesor B (q1). *El concepto fundamental para el estudio del cálculo diferencial es precisamente la derivada, y esta tiene varias definiciones, pero en la mayoría de las escuelas de nivel bachillerato el concepto que más se llega a manejar es desde un punto de vista meramente geométrico, a la cual la define como la pendiente de la recta tangente en un punto determinado de la curva. De esta forma, dependiendo de la recta tangente en un punto de la curva, podemos predecir características de suma importancia en la curva; por esta razón el estudio de la recta tangente se vuelve indispensable para la compresión de la derivada y del cálculo diferencial.*

Profesor B (q2). *En la forma en que vienen planteados los programas de nivel bachillerato para el estudio del cálculo diferencial, y también porque no decirlo, mucho tiene que ver la formación académica que recibimos en nuestra época de estudiantes y el como nosotros mismos (profesores) definimos el concepto de la derivada. Definitivamente, creo que si es fundamental el estudio de la recta tangente. Al alumno se le enseña a manejar las razones de cambio promedio, con apoyo de rectas secantes se logra determinar una aproximación del*

*comportamiento de la curva, posteriormente se manejan razones de cambio instantáneas con el apoyo de una sucesión de rectas secantes hasta encontrar la recta tangente, y de esta forma se llega explicación de la derivada de una función. Por otro lado, creo de una forma muy personal, que no es esencial el estudio de la recta tangente, pero para ello deberíamos romper ciertos paradigmas de la forma de enseñar actualmente el cálculo diferencial; deberíamos conocer los orígenes del cálculo diferencial. El mismo Newton –hasta donde he leído– no se basaba en un manejo geométrico (y por ende de la recta tangente) para el desarrollo de la derivada de una función.*

Profesor C (q1). *Desde mi punto de vista, creo que es fundamental que se vea la tangente, ya que esta es una herramienta que nos permite dar una explicación geométrica de lo que es la derivada, es decir, el cambio en la variable, y cuando la variable x experimenta un cambio infinitesimal (pendiente de la tangente).*

El profesor C no contestó (q2). Los tres profesores relacionan a la tangente con una explicación geométrica. El profesor A menciona que la recta tangente toca a la curva en un solo punto, sin embargo, esto no es necesariamente cierto, pero es una idea que se encuentra presente en los estudiantes y en algunos profesores –tal y como es reportado en Cantoral [10]–. Observamos también que el profesor da una respuesta en forma de definición, no explica el motivo por el cual se estudia la recta tangente en cálculo diferencial. Esta respuesta coincide con lo señalado por Gascón [11], el cual menciona que se puede encontrar entre los profesores un modelo clásico docente que él denomina *teoricismo*, que consiste en una enseñanza (en el sentido de mostrar) una teoría cristalizada que se manifiesta a través de los conceptos. El profesor B reconoce que se pueden predecir características importantes de la curva a través de la variación de la tangente, señala que es fundamental el estudio de la recta tangente en los actuales programas de estudio, aunque comenta que no debería ser esencial su estudio ya que, erróneamente explica, que en el origen del concepto, no se utilizaban métodos geométricos para estudiar el cálculo. El profesor C, menciona que el estudio de la recta tangente es importante, porque permite dar explicaciones geométricas e introducir una explicación a la razón instantánea de cambio.

## II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para profundizar en la naturaleza variacional de la tangente, y su relación con los conceptos del cálculo, se realizó una investigación histórica sobre su origen.

En este estudio se propone analizar las ideas, argumentos, definiciones del pasado, reconociendo el contexto donde se desarrollaron [12, 10] con el fin de utilizarlos en la didáctica actual [13]. Esto debido a que, asumimos que los planteamientos matemáticos en su origen ofrecen un tratamiento menos abstracto, emplean formas menos rigurosas, y se pueden recuperar situaciones, planteamientos y problemas, que ofrecen la oportunidad de

*Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente a partir de estudios históricos sobre la variación*  
desarrollar diseños didácticos donde se tenga cabida a las ideas intuitivas, y a que se puedan promover exploraciones informales.

La investigación histórica se enfocó en el estudio de los problemas geométricos en la matemática de los siglos XVI, XVII, algunos de ellos inspirados por los fenómenos de la naturaleza sobre la variación y el cambio, tal como lo señala Dolores [3]: *...en gran parte se debieron a que los matemáticos pensaron intuitivamente, a que usaron frecuentemente los argumentos físicos ... los esquemas geométricos y las generalizaciones a las que llegaron fueron apoyados en casos particulares conocidos que les permitieron llegar a conclusiones correctas.*

La historia nos permite reconocer otros momentos en el desarrollo del conocimiento que puedan ser consideradas como recursos para el aprendizaje de los conceptos y que, de hecho, formen parte de su propia naturaleza y razón de ser.

Existen significados asociados a los objetos matemáticos que no se encuentran presentes en el actual discurso escolar, esto se debe a que, cuando los objetos matemáticos son introducidos a la escuela, se manifiesta una transposición que hace que el conocimiento pierda sus significados de origen.

Por ejemplo, como señala Dolores [3], la forma en cómo es tratada la derivada en el actual discurso escolar oculta sus significaciones iniciales, particularmente nos referimos a la variación y el cambio.

Los conceptos en el discurso escolar no reflejan el punto de arranque de cómo estos se construyeron y, en ese sentido, la historia sirve como marco para reconocer en ellos significaciones distintas. También, el uso de la historia nos permite reconocer la *historicidad* de un concepto, es decir, reconocer el conocimiento como algo dinámico, cambiante, y que su construcción depende de múltiples factores que se encuentran en la comunidad donde nace el conocimiento [14]. También contribuye el hacer un estudio sobre la forma en que eran tratados los objetos matemáticos en distintas etapas de la historia. Esto nos permite identificar ideas germinales, desarrollos científicos y tecnológicos, procesos de transmisión de conocimiento en algunas obras de difusión, así como procesos de formalización.

#### A. Epistemología de la tangente

En el trabajo de Castañeda [15], se presenta una amplia descripción de la definición de *diferencia* en la obra de L'Hospital. Esta revisión muestra que, este concepto se fundamenta en la idea de comparación de estados próximos.

Por ejemplo, la comparación de dos ordenadas que se encuentran infinitamente cercana una de otra, permite cuantificar las variaciones o cambios que presenta el fenómeno. El análisis realizado por Castañeda [15] a las obras de L'Hospital y Agnesi, muestra que las diferencias posibilitan la definición de la recta tangente al construirse triángulos infinitamente pequeños, conformados por tres magnitudes: el valor del incremento de abscisa, la diferencia de la ordenada y la hipotenusa –esta última al

prolongarla se convierte en tangente-. De acuerdo al modelo de L'Hospital, es posible establecer para cada par de ordenadas infinitamente próximas, un triángulo característico donde se define una tangente. Esta idea permite establecer o anticipar el estado futuro para cada punto en la curva, lo cual sustenta la posibilidad de predecir comportamientos a partir del estudio local de la curva.

De acuerdo con Dolores [3] *el movimiento es la propiedad esencial de la materia, el cual es incorporado a la matemática en forma de variables.*

Este estrecho vínculo se manifiesta en una relación dialéctica entre la física y las matemáticas del s. XVII como lo señala Cantoral [10]: Los fenómenos de cambio, y en particular el concepto de diferencia es un elemento sumamente importante; ya que la diferencia fundamental  $p(a + da) - p(a)$  sirve para el estudio de la naturaleza de la variación local y para extraer el comportamiento global de los fenómenos de flujo, pues *la idea básica a la que nos referimos consiste en la asunción de que con la predicción de los fenómenos de flujo continuo en la naturaleza, es posible anunciar, anticipar su estado ulterior. Conociendo ciertos valores iniciales de un sistema en evolución, sabremos la forma en que este progresará* [10].

*La diferencia fundamental:  $p(a + da) - p(a)$  mide el desequilibrio en la naturaleza, su reconocimiento permite anunciar la presencia de flujos, así como también da cuenta de los procesos de acumulación de lo que fluye* [10].

Observamos que la noción de diferencia es una útil herramienta para cuantificar cambios y describir la evolución completa del sistema, prediciendo el estado ulterior del fenómeno de flujo. Este caso expuesto por Cantoral [10], muestra la estrecha relación entre la física y la matemática en el periodo de formación del cálculo diferencial. Para la investigación, retomamos estas evidencias que permiten sustentar la posibilidad de crear escenarios didácticos basados en situaciones variacionales, con discusiones y conjeturas, tal como se presentaron en la antigüedad.

En el cálculo infinitesimal del siglo XVII se usó ampliamente la geometría, tanto para representar situaciones variacionales, como para explicar relaciones infinitesimales de las cantidades. De acuerdo con el análisis realizado por Castañeda [15] a las obras de L'Hospital y Agnesi, las gráficas expresaban situaciones variacionales, las cuales se constatan con las descripciones dadas por los autores, en las que aparecen expresiones como el flujo de un punto, que hacen referencia a la variación del estado inicial de un fenómeno. Por otra parte, las gráficas muestran relaciones infinitesimales de magnitud, que aunque en estricto sentido no podrían tener dimensiones, se emplearon para describir las relaciones de los segmentos. Por ejemplo, se puede considerar que un punto en la curva es un segmento infinitamente pequeño, y consecuentemente toda la curva puede ser considerada como el ensamblaje de un conjunto infinito de pequeños segmentos infinitesimales. Esta idea es importante para la investigación ya que es un modelo para explicar la naturaleza de la curva y el origen de la recta tangente, entendida ésta como: la extensión en ambos sentidos de uno de estos pequeños segmentos

En esta investigación se profundizó en el estudio de los conceptos matemáticos del siglo XVII, particularmente lo referido a las ideas infinitesimales para resolver problemas geométricos de la antigüedad, y de acuerdo con Serna [16] y Serna, Castañeda y Montiel [15], se concluyó que uno de los problemas ampliamente abordado fue el de las tangentes.

A continuación presentamos algunos planteamientos en los que aparece un tratamiento sobre la tangente.

El siguiente aparece en la obra de Copérnico [17], relativa al estudio de la posición de los cuerpos celestes (planetas) en el que busca determinar de un método para determinar el movimiento de los planetas y describir las trayectorias que siguen. El problema conduce al estudio de una curva particularmente en una región entre dos puntos dados. En el teorema sexto de su obra, *Sobre las revoluciones de las orbes celestes*, menciona que: *la razón entre dos arcos es mayor que la razón entre la mayor y la menor de las rectas subtendidas [cuerdas]*.

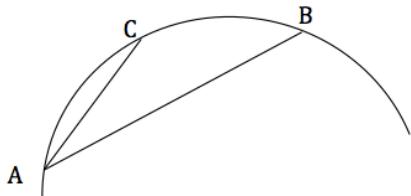


FIGURA 1. Estudio de la curva, teorema sexto, Copérnico.

Para lo cual se plantea:

*Sean en un círculo dos arcos desiguales unidos,  $\overset{\text{a}}{AB}$  y  $\overset{\text{a}}{AC}$  y sea el mayor  $\overset{\text{a}}{AB}$ . Afirma que la razón de  $\overset{\text{a}}{AB}$  a  $\overset{\text{a}}{AC}$  es mayor que la de las subtensas  $AB$  a  $AC$ ”, esto implica  $\frac{\overset{\text{a}}{AB}}{\overset{\text{a}}{AC}} > \frac{AB}{AC}$ .*

El arco  $\overset{\text{a}}{AB}$  forma parte de un círculo cuyo diámetro  $D$  propuesto es de 200,000 unidades (recordar que se hacía mención de fenómenos de naturaleza macro, en este caso estudios celestes) y para calcular las subtensas (cuerdas) entre dos puntos se hace uso de la expresión:  $S = D \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right)$ ,

en donde tenemos que,  $S$  es la subtensa,  $D$  el diámetro del círculo,  $\theta$  es el ángulo central medido en grados.

Sin embargo al revisar la relación entre los arcos y sus mitades, se puede observar que cuando estos arcos se vuelven cada vez más pequeños, hay un momento en que esta relación (la mencionada en el teorema sexto del libro de Copérnico) entre los arcos y sus subtensas (cuerdas) deja de existir. Es decir, cuando los puntos  $B$  y  $C$  se acercan cada vez más y más al punto  $A$ , la desigualdad se convierte en igualdad. En este caso, se muestra una variación continua de segmentos, en el que aparece un límite en el que la desigualdad se vuelve igualdad.

## B. Inclinación de la recta tangente

En la obra de Newton [18], se identificó un caso en el que se define un triángulo infinitesimal, que al prolongar la hipotenusa se genera una tangente. En la obra *Principia Matemática*, en el lema IX se menciona:

*Si una línea recta  $AE$  y una curva  $ABC$ , ambas con una posición dada, se cortan en un ángulo dado  $A$ ; y a esa línea recta, en otro ángulo dado, se aplican ordenadamente  $BD$  y  $CE$  interceptando la curva en  $B$  y  $C$ ; y los puntos  $B$  y  $C$  se aproximan y se encuentran en el punto  $A$ , afirma que las áreas de los triángulos  $ABD$  y  $ACE$  serán respectivamente en última instancia, como los cuadrados de los lados homólogos.*

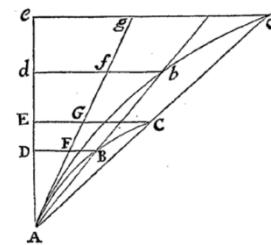


FIGURA 2. Estudio de la curva  $ABC$ , lema IX, Principia Matemática, Newton.

## III. MÉTODO

Hemos considerado la revisión y análisis de textos originales llevada a cabo en Serna [16], en donde se muestra la historia de la *tangente variacional* en los siglos XVI, XVII y XVIII.

En esta revisión se mostraron diferentes métodos para calcular la recta tangente a una curva, incluyendo el realizado en el siglo XVII con Newton y Leibniz, donde se generalizó un método de resolución del problema. Una de las *herramientas matemáticas* fundamentales utilizadas, fue el uso de los infinitesimales.

El estudio histórico nos permitió recuperar aspectos relacionados con el proceso de construcción del conocimiento; nos referimos a aquellas ideas o situaciones que le dieron origen y sentido. Para el caso de la recta tangente variacional observamos que las ideas iniciales surgieron con Copérnico [16].

El contexto en el que se usaron las matemáticas fue en un ambiente geométrico, en donde se observó que las herramientas sirvieron para resolver problemas relacionados con ideas de cambio y variación. Este reconocimiento nos ha provisto de elementos para el diseño de cinco secuencias didácticas. Las primeras cuatro se construyeron con base a diferentes momentos o episodios históricos, en el que cada uno de ellos contribuía y enriquecía al momento anterior.

Esto permitió que, en cada secuencia didáctica se construyera un nuevo significado, hasta concretarse la formulación de la recta tangente variacional. La quinta secuencia didáctica se diseñó con la intención de que: los

estudiantes usaran a la recta tangente variacional como una herramienta que permitiera construir, desde un punto de vista gráfico, la función derivada de una función polinomial de tercer grado.

A se describe el método general para la creación de las secuencias. Con base a la historicidad de la recta tangente variacional, se reconoce que una herramienta matemática no es algo que nace espontáneamente, más bien es producto de un contexto histórico situacional y que depende de lo que se ha construido anteriormente, y a su vez servirá de base para construir en un futuro nuevos significados. Es decir, hay una dinámica en donde los significados se van enriqueciendo, de tal forma que se tomaron en cuenta los siguientes elementos:

- a. Se identificaron los problemas en donde se encontraba la *tangente variacional*, con base a los diferentes momentos históricos.
- b. Se determinó cuáles eran las *herramientas matemáticas* utilizadas.
- c. A partir de la *herramienta* utilizada, se tenía que reconocer cuáles eran los conocimientos que se requerían para poder utilizarla.
- d. Se determinaron cuáles eran las actividades que se encontraban presentes al resolver el problema.
- e. Se llevó a cabo un análisis para determinar cuáles eran los significados que surgían de las herramientas utilizadas, para llevar a cabo las actividades, reconociendo el contexto de cambio y variación en que se encontraba inmerso el problema.
- f. Una vez que se determinaron los significados existentes, se trató de llevarlos a cabo de manera intencional en la realización de las secuencias didácticas.
- g. Se retomaron los problemas de los textos originales, adaptando el lenguaje matemático utilizado en esa época a un lenguaje usado en el sistema escolar vigente, en donde se llevó a cabo la investigación.
- h. La secuencia planteaba resolver un problema muy similar al revisado en los textos originales, pero ya adaptado, y se llevaron a cabo preguntas en donde se pedía argumentar. Las respuestas a las preguntas se podían contestar a partir de las actividades con el uso de herramientas y haciendo uso de argumentos de cambio y variación.
- i. Había diferentes tipos de preguntas que hemos clasificado en categorías, cada una de ellas con una intencionalidad dentro de la secuencia.
- j. Al llevar a cabo los análisis de los textos originales, se observó que mediante el uso de las graficas se podía construir argumentos y razonar; y a partir de la forma empleada en la secuencia, y determinando el funcionamiento, se podía generar un desarrollo del uso del conocimiento.

#### A. Secuencia didáctica 2: inclinación de la recta tangente

En la secuencia didáctica 2, se retoma lo presentado por Newton [20] en el lema IX del libro de los Principios Matemáticos, en el que se establece la semejanza entre dos

triángulos rectángulos a partir de la razón entre las áreas, con respecto a la razón entre los cuadrados de los lados homólogos; para que se logre la semejanza ambos triángulos tendrían que compartir la misma hipotenusa. Eso se obtiene siempre y cuando, los puntos *B* y *C* se encuentren lo suficientemente cercanos del punto *A*, ya que de esa forma la curva se comporta como un segmento, y por lo tanto el punto *B*, así como el *C*, estarían sobre la misma línea recta que representa la hipotenusa de dos triángulos infinitesimales. La actividad tiene como propósito que los estudiantes:

- a. Usen herramientas matemáticas como las empleadas por Newton, que son aquellas para establecer la semejanza entre dos triángulos rectángulos tal como la enunciada en su lema IX del libro de Principios Matemáticos.
- b. Verifiquen a partir de las actividades de cálculo y comparación que habrá un momento en que los triángulos *ABD* y *ACE* se convertirán en triángulos semejantes. Esto sucederá cuando los puntos *B* y *C* se acerquen y se encuentren en una región infinitesimal con respecto al punto *A*.
- c. Ratifiquen que una porción de la curva infinitamente pequeña se va a comportar como una línea recta, misma que se va a convertir en la hipotenusa común a los dos triángulos infinitamente pequeños y por lo tanto estos se llegarán a convertir en triángulos semejantes.

#### B. Herramientas matemáticas

$$\text{a. Razón matemática } \frac{M_1}{m_1} = \frac{N_1}{n_1} = \frac{P_1}{p_1} .$$

$$\text{b. } \frac{A_1}{A_2} = \frac{\text{Lado homólogo 1}}{\text{Lado homólogo 2}} .$$

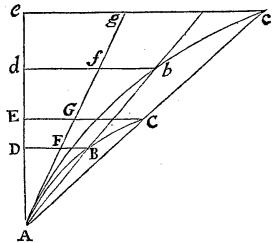
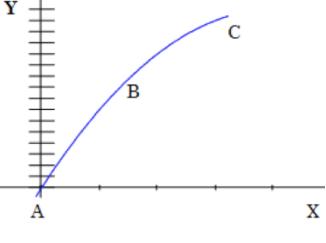
#### C. Conocimientos requeridos

- a. Semejanza de triángulos.
- b. Cálculo del área de un triángulo.
- c. Representación de un intervalo mediante una desigualdad.
- d. Representación gráfica de una función cuadrática de dos variables.
- e. Evaluación de una función en un punto dado.
- f. La pendiente como una razón de cambio.

#### D. Funcionamiento y forma

En la secuencia se incorporan aspectos geométricos y aritméticos, y se promueve la reflexión y análisis de gráficas de funciones. La secuencia concluye con una aplicación práctica en un contexto de física, en donde, haciendo uso de los conceptos analizados, se les pide a los alumnos que determinen la velocidad instantánea de un móvil, del cual se conoce su desplazamiento en función del tiempo.

**TABLA I.** Comparación de funcionamiento y forma de la actividad.

Funcionamiento:	Funcionamiento:
Mostrar que se pueden formar dos triángulos rectángulos, cuya hipotenusa va a coincidir con un pequeño arco entre dos puntos, siempre y cuando este sea lo suficientemente pequeño como para comportarse como un segmento. Se formarán dos triángulos rectángulos semejantes. Al extender la pequeña hipotenusa se formará la recta tangente.	Mostrar la representación de una función parecida a la mostrada por Newton pero en un plano cartesiano y con una función específica. Mostrar que el lema enunciado por Newton se cumple cuando los puntos $B$ y $C$ se acercan más y más al punto $A$ , es decir un pequeño segmento de la curva infinitamente pequeño, tiene una inclinación y si se extiende en ambos sentidos, formando así la recta tangente a un punto.
<b>Forma:</b> Representación gráfica de dos arcos que coinciden en el mismo punto en donde se sitúan puntos que forman triángulos rectángulos.	<b>Forma:</b> Una parábola que abre hacia abajo que se intercepta con el origen del plano.
	

#### IV. RESULTADOS

En la hoja de trabajo se les representó a los estudiantes la curva  $ABC$ , mediante la función:  $(x) = -x^2 + 8x$ , considerando el intervalo  $0 \leq x \leq 3$ . Se les hizo completar una tabla donde se hacen variar los puntos  $B$  y  $C$ , aproximándose cada vez más al punto  $A$ , lo cual implica que los segmentos  $\overline{BD}$  y  $\overline{EC}$  serán cada vez más pequeños; el punto  $A$  se encuentra situado en el origen, el  $\Delta ACE$  siempre es mayor que el  $\Delta ABD$ .

La herramienta matemática utilizada es la semejanza de dos triángulos rectángulos que cumple  $\frac{\text{Área } \Delta ACE}{\text{Área } \Delta ABD} = \frac{AE^2}{AD^2}$ , suponiendo dos triángulos rectángulos cuyos lados homólogos son  $\overline{AE}$  y  $\overline{AD}$ .

$\frac{\text{Área del } \Delta ABD}{(\overline{DB})(\overline{AD})}$	$\frac{\text{Área del } \Delta ACE}{(\overline{EC})(\overline{AE})}$	$\frac{\text{Área } \Delta ACE}{\text{Área } \Delta ABD}$	$\frac{AE^2}{AD^2}$
$A = \frac{2}{2}$ $A = \frac{x f(x_1)}{2}$	$A = \frac{2}{2}$ $A = \frac{x f(x_2)}{2}$		
$= 12$	$= 22.5$	$\frac{22.5}{12} = 1.875$	$\frac{15^2}{12^2} = 1.5625$
<del>3.65</del> <del>1.32</del> <del>0.608</del> <del>0.156</del> <del>0.038</del>	<del>7.343</del> <del>2.836</del> <del>1.332</del> <del>0.693</del> <del>0.177</del>	<del>2.098</del> <del>2.179</del> <del>2.170</del> <del>2.193</del> <del>2.466</del>	<del>1.940</del> <del>2.031</del> <del>2.133</del> <del>2.193</del> <del>2.466</del>

**FIGURA 3.** Parte de la tabla elaborada por los estudiantes considerando el intervalo  $0 \leq x \leq 3$ .

A partir de la tabla anterior se plantea lo siguiente:

Conforme los puntos  $B$  y  $C$  son cada vez más próximos al punto  $A$ , también los segmentos  $\overline{DB}$  y  $\overline{EC}$  se hacen cada vez más y más pequeños, podemos observar lo que va ocurriendo al comparar la razón entre las áreas de los triángulos  $\frac{\text{Área } \Delta ACE}{\text{Área } \Delta ABD}$  con respecto a la razón entre los cuadrados de los lados  $\frac{AE^2}{AD^2}$  ¿Qué nos puedes decir al respecto?

La siguiente respuesta da evidencia del uso de la herramienta empleada:

*Aquí nos damos cuenta que los triángulos no son semejantes, pero conforme se acercan al punto A se van asemejando hasta llegar a un sólo punto, en el que son semejantes (sic)* (Estudiante: Reyna).

Los argumentos utilizados por los alumnos señalan que los puntos  $B$  y  $C$  se van acercando cada vez más al punto  $A$ .

Ellos se dan cuenta que va a llegar un momento en que los triángulos llegarán a ser semejantes. Esto lo observamos en el siguiente diálogo:

Joan: *Entre los intervalos sean más pequeños, más se va acercando el área...*

Profesor: *La razón entre las áreas*

Joan: *La razón entre las áreas con respecto a la razón entre los cuadrados de los catetos, entre más pequeños sean, más se van acercando a la ley de Newton.*

Reyna: *los triángulos no son semejantes.*

Profesor: *Pero al comparar las columnas 7 y 8, al comparar las razones entre las áreas con respecto a la razón entre los cuadrados de los lados, ¿no se fueron acercando estos valores?*

Reyna: *No,*

Profesor: *como son los dos últimos valores:*

Andrea: *2.27 y 2.53*

Profesor: *A ustedes ¿qué les dio?*

Joan: *2.65 y 2.46*

Profesor: *Hay probablemente algún pequeño error, pero los valores se van acercando cada vez más y más...*

Profesor: *Después se pregunta si se cumple el lema IX enunciado por Newton.*

Joan: *Sí se cumple, ya que entre más pequeños sean los lados, más se va haciendo igual la razón entre las áreas*

*Diseño de una situación didáctica para el estudio de la tangente a partir de estudios históricos sobre la variación con respecto a la razón entre los cuadrados, que era lo que decía Newton.*

Andrea: *En última instancia serán iguales.*

Posteriormente, se les plantea a los estudiantes formular una conclusión respecto a lo trabajado previamente:

Una forma de poder sacar **conclusiones** de lo que ocurre, conforme los puntos  $B$  y  $C$  se acercan cada vez más y más al punto  $A$  (siendo el valor de  $\overline{EC} > \overline{DB}$ ), es observar lo que está pasando con los valores de la Tabla II en sus columnas 7 y 8. Algo está ocurriendo con las figuras que se encuentran ahí. ¿Qué conclusiones podrías dar de lo que va ocurriendo con las figuras (triángulos, líneas) conforme los puntos  $B$  y  $C$  se aproximan más y más a el punto  $A$ ?

El profesor coordinó la discusión; se obtuvieron las siguientes ideas:

Profesor: *¿Qué va pasando con respecto a los triángulos?*

Joan: *Los triángulos se van haciendo semejantes, se van haciendo iguales,...*

Profesor: *¿Iguales o semejantes?*

Joan: *Semejantes, o entre más pequeños más se hacen semejantes.*

Nuevamente, el argumento de que los triángulos llegarán a ser semejantes es mencionando, pero siempre y cuando se vayan haciendo cada vez más pequeños.

En la siguiente parte de la actividad se plantea analizar si hay relación entre los pequeños arcos y la línea  $Ac$ .

Observa que la línea  $AC$  –que es uno de los lados del  $\Delta ACE$ – al prolongarse se forma la línea  $Ac$ . Imagina como va a ir cambiando esta línea  $Ac$  (toma en cuenta que  $Ac$  es la prolongación del segmento  $\overline{AC}$  del triángulo  $\Delta ACE$ ) conforme los puntos  $B$  y  $C$  se van aproximando más y más a el punto  $A$ . ¿Cuál será su posición límite de esta línea  $Ac$ ?

Si los puntos  $B$  y  $C$  están infinitamente próximos a el punto  $A$ , tendremos también unos triángulos infinitamente pequeños. Vamos a imaginar lo que va a ir ocurriendo conforme los puntos  $B$  y  $C$  van cambiando de posición, acercándose cada vez más y más al punto  $A$  con los pequeños arcos  $\widehat{AB}$  y  $\widehat{AC}$  y la línea  $Ac$  que se está moviendo. ¿Crees que haya alguna relación entre los pequeños arcos y la línea  $Ac$ ?

El profesor coordinó la discusión, se obtuvieron las siguientes ideas:

Profesor: *¿En qué posición quedará la línea  $Ac$ ?*

Alejandra: *Sería la hipotenusa*

Profesor: *¿Sería la hipotenusa de quien?*

Alejandra: *Del triángulo...*

Profesor: *Imagínate, que lo podamos poner ahí (señalando al pizarrón)*

Reyna: *La línea va a ser casi vertical.*

Profesor: *¿tú qué opinas Joan?*

Joan: *Casi lo mismo que ellas*

Profesor: *¿ya a quedar casi vertical?*

Joan: *Aja, va a quedar casi vertical conforme se va cerrando.*

En la tercera parte de la secuencia, se pidió calcular la velocidad instantánea de un cuerpo cuya relación entre desplazamiento y tiempo se encuentra dada por una

expresión de segundo grado de dos variables. Para ello, lo que se requiere es que los alumnos usen la fórmula de la pendiente, vista en su semestre anterior.

$$m = v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (1)$$

Se le recuerda a los estudiantes que esta fórmula es empleada en el caso de una línea recta, pero lo que se requiere es que ellos utilicen los conocimientos adquiridos, es decir, que reconozcan que la fórmula se puede utilizar para dos puntos de una curva siempre y cuando los puntos se encuentren lo suficientemente cercanos. Veamos lo que plantea la secuencia:

Ahora tenemos un móvil que se mueve de acuerdo a:

$f(x) = -x^2 + 8x$ , y queremos encontrar la velocidad en el instante  $t=1$  seg.

Para calcular la velocidad en el caso anterior, nos podíamos valer de la pendiente; y como se trata de un movimiento con razón de cambio constante, siempre valía lo mismo independientemente de los puntos utilizados para ello. ¿Se podrá hacer lo mismo en este caso? Argumenta tu respuesta.

El caso anterior se refiere al uso de la fórmula de la pendiente con una línea recta; veamos la respuesta de uno de los estudiantes:

*Si, por que necesitamos que la curva, se comporte como recta formado dos puntos de esta infinitamente cercanos al 1, para que estos puntos se utilicen en la fórmula de velocidad y así obtenerla (sic)*  
(Estudiante: Joan)

Posteriormente se le solicita a los alumnos que calculen la velocidad instantánea en  $t=1$  seg. Mostramos a continuación el cálculo realizado por un estudiante:

$$\begin{aligned} m &= \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{s(1) - s(1.00001)}{1.00001 - 1} \\ &= \frac{7 - 7.00006}{1.00001 - 1} \\ &= \frac{-0.00006}{0.00001} = -6 \end{aligned}$$

**FIGURA 4.** Cálculo realizado por un estudiante de la velocidad instantánea.

A partir de esta imagen se genera el siguiente diálogo, en donde el que el profesor pregunta haciendo referencia a un móvil cuyo desplazamiento en función del tiempo está dado por  $f(x) = -x^2 + 8x$ :

Profesor: *¿Se puede calcular la velocidad para un cuerpo usando dos puntos cualesquiera?*

Efraín: *No, porque si de hecho tomamos dos puntos va a salir una velocidad, pero luego vamos a tomar otros dos puntos distintos va a salir otra velocidad distinta...*

Profesor: *Así es.*

Efraín: Nunca va a salir una velocidad para lo que es toda la recta...

Profesor: Sin embargo sí se puede hacer algo, ¿verdad?

Joan: Sería solamente acercar los puntos, por que como es una curva los valores de la pendiente no van a ser los mismos, pero si los vamos acercando tendría un valor casi similar...

Mónica: Sí se puede, nosotros calculamos para el valor de  $t = 1$  seg y utilizando otro punto infinitesimalmente cercano se puede calcular un nuevo valor y ya con eso podemos calcular la velocidad.

Profesor: A ver Juan Carlos, ¿por qué infinitamente cercano a el punto 1?

Juan Carlos: Por que al estar los valores infinitesimalmente cercanos de una curva se va a convertir en línea recta.

Profesor: ¿A qué conclusión llegaron?

Reyna: La curva en un momento se va a comportar como una línea recta, por lo tanto su pendiente va a ser constante...

Profesor: Bueno la pendiente no es constante de hecho, es cambiante, ¿no?, en cada instante está cambiando...

Hugo: Si pero si lo manejamos infinitesimalmente se va a comportar como una línea recta, en cierto punto, si nos acercamos mucho, en este caso, ya se tendría una pendiente...

Profesor: ¿Ya tendría una pendiente por que ya es una pequeña línea recta ahí, no?...

Andrea: Sí, con esa pequeña línea recta, ya se tendría la pendiente.

Profesor: Y para calcular esa pendiente, sería, ¿quién, entre quién, dividir qué entre qué?

Hugo:  $\Delta s$  entre  $\Delta t$ .

Profesor: ¿Creo que acá le llamamos  $f(x)$ , no?

Equipos: Si.

Profesor: Sería  $\Delta f$  entre  $\Delta t$ .

Profesor: ¿Qué velocidad les quedó a ustedes?

Todos: 6.

## V. CONCLUSIONES

Identificamos la aparición de la idea de recta tangente variacional, lo observamos cuando los estudiantes tenían que ir acercando a dos puntos de una curva hacia un tercer punto fijo (en este caso el punto  $A$ ), los estudiantes lo reconocen así ya que inclusive manifiestan: “necesitamos que la curva se comporte como una recta, tomando dos puntos de esta infinitesimalmente cercanos...”, y en otro momento reconocen que la recta tangente está cambiando. Todo esto acontece en un ambiente geométrico, ya que se utilizan conceptos como curva, recta, triángulos semejantes.

Existen evidencias que nos permiten identificar la resignificación de ideas construidas con anterioridad; en este caso específico, cuando reconocen que la curva, bajo ciertas condiciones se llega a comportar como una recta, pero se le añade un nuevo atributo, este consiste en reconocer que en la pequeña región en donde la curva se comporta como una recta. Esa pequeña recta es una parte “de un lado de un triángulo”, como lo mencionaron

algunos estudiantes con respecto a cómo serían los triángulos  $ACE$  y  $ABD$ , conforme los puntos  $B$  y  $C$  están infinitamente próximos al punto  $A$ : “serán infinitamente pequeños conservando sus ángulos y convirtiéndose en triángulos semejantes”. Los estudiantes mencionaron respecto a los arcos y a la línea  $Ac$  (que es la tangente), que es ésta, “siempre va a pasar por dos vértices de cada triángulo” los cuales por la forma de la figura se refieren a aquellos que se sitúan en la hipotenusa de los triángulos semejantes.

Respecto a la funcionalidad de las ideas construidas, observamos que los alumnos la aplicaron a un problema de otro contexto (tercera parte de la secuencia sobre la velocidad instantánea). Los estudiantes reconocen que, de usarse la fórmula de la pendiente con diferentes puntos de la curva, se tendrían diferentes velocidades; sin embargo se puede calcular la pendiente de la curva entre dos puntos, siempre y cuando se tengan dos puntos de la curva que se encuentran muy cercanos entre sí.

## A. Reflexiones finales

Se ha sistematizado un método para la construcción de las secuencias. Para su desarrollo, se utilizó la *historicidad*, se retomó un texto original y se adaptó a un lenguaje asequible para los estudiantes, lo cual tiene que ver con sus conocimientos previos del sistema escolar a donde pertenecen, y de lo cual es consciente el profesor-investigador.

A partir del fenómeno didáctico del cual hemos partido, se ha problematizado el conocimiento a partir del uso de la historia ya que esto nos permitió reconocer la *tangente variacional* en su contexto donde se le significó, y permitió resolver diversos problemas de cambio y variación.

Los significados surgen del uso de herramientas matemáticas que se requieren para poder llevar a cabo las actividades, en donde se retoman también los conocimientos previos para resolver problemas. Lo cual en esta interacción herramienta-actividad-contexto surge la construcción de significados, es decir se presenta la resignificación.

Nuestro estudio propuso problematizar el objeto escolar recta tangente, por medio de la *tangente variacional*. Esto tiene como consecuencia, construir la noción que hemos llamado recta tangente variacional. Una vez construida, sirve también de *herramienta* como una introducción a la derivada, desde un punto de vista gráfico.

## REFERENCIAS

- [1] Biza, I. & Zachariades, T., *First year mathematics undergraduates' settled images of tangent line*, The Journal of Mathematical Behavior **29**, 218-229 (2010).
- [2] Biza, I., Christou, C. & Zachariades, T., *Student perspectives on the relationship between a curve and its tangent in the transition from Euclidean Geometry to Analysis*, Research in Mathematics Education **10**, 53-70 (2008).

- [3] Dolores, C., *Elementos para una aproximación variacional de la derivada*, (Díaz de Santos, México, 2007).
- [4] Parra, H., *Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **8**, 69-90 (2005).
- [5] Santi, G., *Objectification and semiotic function*, Educational Studies in Mathematics **77**, 285-311 (2011).
- [6] Dreyfus, T., Advanced mathematical thinking, En: *Mathematics and cognition. A research synthesis by the international group for the Psychology of Mathematics Education*, Howson A. & Kahane J. (Eds.), (Cambridge University Press, Cambridge, 1990), pp. 113-134.
- [7] Artigue M., *Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones y los cambios curriculares?*, Revista Latinoamericana de Matemática Educativa **1**, 40-55 (1998).
- [8] Muñoz G., *Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el cálculo integral*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **3**, 131-170 (2000).
- [9] Kajander, A. & Lovric, M., *Mathematics textbooks and their potential role in supporting misconceptions*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology **40**, 173-181 (2009).
- [10] Cantoral, R., *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. (Grupo Editorial Iberoamérica, México, 2001).
- [11] Gascón, J., *Evolución de la didáctica de las* [12] Salinas P. & Alanís, J. A., *Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **12**, 355-382 (2009).
- [13] Serna, L. A., *Estudio socioepistemológico de la tangente*, Tesis de Maestría no publicada, (CICATA-IPN, México, 2007).
- [14] Zemelman, H., *Configuraciones críticas. Pensar epistémico sobre la realidad*, (Siglo XXI Editores, México, 2011).
- [15] Castañeda, A., *Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión*, Tesis de Doctorado no publicada, (México, CICATA-IPN, 2004).
- [16] Serna, L. A., Castañeda, A. & Montiel, G., *Construcción de la recta tangente variacional a través de los usos del conocimiento del siglo XVII y XVIII*, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa **25**, 939-947 (2012).
- [17] Copérnico, N., *Sobre las revoluciones de los orbes celestes*, (Editora Nacional, Madrid, 2003), (Obra original publicada en 1543 bajo el título *De revolutionibus orbium coelestium*).
- [18] Newton, I., *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, (Altaza, Madrid, 1993), (Obra original publicada en 1687).

# Enseñando la Ley de Ohm usando Aprendizaje Activo de la Física a Nivel Medio Superior en el Distrito Federal de México



César Mora<sup>1</sup>, Rubén Sánchez-Sánchez<sup>1</sup>, Lino Jesús Velázquez-Arteaga<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Unidad Legaria. Calzada Legaria #694. Colonia: Irrigación. Delegación: Miguel Hidalgo. C.P. 11,500. México, D.F. Tel. 011(52)(55)57296000. Extensiones. 67737 y 67702.

<sup>2</sup>Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 13, Ricardo Flores Magón, del Instituto Politécnico Nacional del Distrito Federal en México. Avenida Taxqueña #1620. Colonia: Paseos de Taxqueña. Delegación: Coyoacán. C.P. 04250. México, D. F.

E-mail: rsanchezs@ipn.mx

(Recibido el 7 de septiembre de 2014, aceptado el 8 de febrero de 2015)

## Resumen

En el presente trabajo se muestra un esfuerzo por llevar a cabo la aplicación de un método de Aprendizaje Activo para los estudiantes de nivel Medio Superior del CECyT no. 13 Ricardo Flores Magón, de la Ciudad de México. La metodología Activa de Sokoloff, Thornton y Laws, nos ha servido como guía en la aplicación de metodologías de enseñanza que tengan como objetivo el mejorar el nivel de comprensión y análisis para algunos de nuestros jóvenes mexicanos. En esta investigación, el profesor Lino tomó en cuenta el diseño de test validado en electromagnetismo, como lo hace BEMA (Brief Electricity and Magnetism Assessment), para la elaboración de su test utilizado para el aprendizaje de la Ley de Ohm, en sus estudiantes, para la asignatura de Física II, que se llevó a cabo en el CECyT 13, en el año de 2014.

**Palabras clave:** Ley de Ohm, Metodologías Activas de Enseñanza, Aprendizaje Activo Social.

## Abstract

In this paper, an effort is shown for carrying out the implementation of an Active Learning method for students at Bachelor's degree, of the CECyT no. 13 Ricardo Flores Magón, in México City. The Active methodology of Sokoloff, Thornton and Laws, has served as a guide in the application of teaching methods, which aim at improving the level of understanding and analysis for some of our young Mexicans. Professor Lino took into account designing of test for electromagnetism, validated as BEMA (Brief Electricity and Magnetism Assessment), for the development of his own test for learning Ohm's Law, in their students, for the subject of Physics II, that was imparted in the CECyT no. 13, in the year 2014.

**Keywords:** Ohm's Law, Active Teaching Methodologies, Social Action Learning.

PACS: 01.40.-d, 01.50.H-, 01.50.hv, 01.50.-i, 01.50.ht

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCCIÓN

Las metodologías activas [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] han sido llevadas dentro de la enseñanza de la Física para estudiantes de Nivel Medio Superior, en México. Se describe la metodología llevada a cabo en las aulas del, Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos "Ricardo Flores Magón" (CECyT 13), del Instituto Politécnico Nacional; en la Ciudad de México, Distrito Federal. El año pasado el profesor Lino aplicó una metodología didáctica a dos de sus grupos que llevan la asignatura de Física II, y los comparó con otros dos de sus grupos que llevaron la misma materia, con la enseñanza tradicional. Los resultados por él obtenidos, para que los alumnos aprendan la Ley de Ohm, son mostrados en el presente trabajo con el objeto de tener

en claro como las metodologías activas de enseñanzas están modificando la manera de ver y apreciar la educación en escuelas del Distrito Federal. Aunque todavía falta mucho trabajo por realizar para poder atestiguar este impacto con mayor cantidad de pruebas, pensamos que estos primeros intentos por aplicar las metodologías, nos pueden servir de fundamento y antecedente dentro de futuros esquemas de la investigación educativa en México.

## II. EL APRENDIZAJE ACTIVO Y SUS METODOLOGÍAS

La metodología educativa que vamos a emplear, y que de ahora en adelante vamos a llamar Aprendizaje Activo

*Rubén Sánchez-Sánchez, César Mora y Lino Jesús Velázquez-Arteaga*  
Social, tiene sus raíces en la aplicación del Aprendizaje Activo de la Física, metodología empleada por Sokoloff *et al.*, en los Estados Unidos, con sorprendentes resultados. El aprendizaje de los estudiantes es *activo*, porque demanda la participación de ellos para poder garantizar que el aprendizaje se lleve a cabo en ellos. El ciclo que se puede utilizar es el que se emplea en las Clases Demostrativas Interactivas; se le conoce comúnmente como ciclo PODS, de donde se toman las fases de: Predicción, Observación, Discusión y Síntesis; en donde el alumno toma un papel participativo y activo en la clase.

El profesor ayuda y coordina a que toda la actividad se lleve correctamente, por los estudiantes, además de que toman un papel activo durante la síntesis del problema. Entonces, en lugar de que el profesor sea el centro de atención de la clase y la fuente absoluta del conocimiento, ahora es una guía activa y participativa con los estudiantes, quienes ahora serán los autores de su propio conocimiento.

Estas actividades están basadas en el principio del constructivismo de Piaget, donde es el estudiante el que construye su propio conocimiento, y no el que absorbe el conocimiento a partir de la exposición del profesor.

También están basadas en el principio del constructivismo social de Vygotsky, dado que él fue el que resaltó el hecho de que: el conocimiento y el fenómeno del aprendizaje son en sí mismos un fenómeno social. Esto es, el conocimiento no se construye de la nada en cada estudiante, sino que es el resultado de la interacción social que éste tiene con su propio entorno social. Aquí el entorno social comprende tanto a su profesor, como a sus compañeros de equipo, y a sus compañeros de la clase.

De esta manera, y a partir de los principios mencionados en el párrafo anterior, es como podemos hablar de que existe un principio educativo, que hemos de llamar de ahora en adelante: Aprendizaje Activo Social (AAS). Una de estas aproximaciones puede ser identificada con el Aprendizaje Activo de la Física (AAF) que han empleado Sokoloff *et al.*, basándose en estos mismos principios. Es por eso que, en el presente trabajo se toman los mejores elementos del AAF y se ponen en práctica, para el bienestar de los mismos estudiantes.

En los siguientes párrafos veremos la forma en como el profesor Lino aborda el problema educativo tomando en cuenta estas ideas y las aplica en sus estudiantes.

### III. DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Se realizaron varias etapas en la elaboración de esta investigación, las cuales vamos a describir brevemente en los siguientes párrafos.

Como primer paso o actividad, el profesor aplica un examen de diagnóstico, tanto a los grupos experimentales que son los que llevan la metodología activa), como a los de control (los estudiantes que llevan una enseñanza tradicional, la cual ha sido practicada en la escuela, en la mayoría de las veces). Esta etapa de la investigación es crucial, ya que gracias a esta se pueden medir o estimar en los resultados del test, que cantidad de estudiantes tiene un

conocimiento correcto del tema, y que cantidad aún no cuenta con los conocimientos suficientes para dominar el tema de la clase. Así, el profesor cuenta con un control de los grupos, que posteriormente utilizará para calcular su factor de eficiencia en conocimiento o factor de Hake.

El segundo paso o etapa, consiste en la ejercitación de la misma clase, propiamente dicha. En otras palabras, al grupo de control se le ofrece una clase, con todas las características tradicionales, que han sido aceptadas por nosotros durante décadas y generaciones de estudiantes –de esta forma, no se atenta en contra de su formación, sino que simplemente se les da la atención, que los profesores les han dado a través de muchos años, a varias generaciones de estudiantes-. Y a los grupos experimentales, se les ofrece la nueva metodología educativa, basada en el Aprendizaje Activo Social (AAS). Aquí, el AAS y el AAF se identifican en una sola metodología educativa, pues ya que estamos usando los pasos del ciclo PODS y estamos utilizando directamente el material de laboratorio; entonces según Sokoloff, estamos utilizando el Aprendizaje Activo de la Física. Por otra parte, el Aprendizaje Activo Social, viene a ser una generalización de la primera, en donde, no necesariamente se utilizan los recursos de un laboratorio real de Física.

Como se puede ver, esto es sano, pues no siempre se tiene la posibilidad de contar con material e instrumentos de medición sofisticados y de un costo económico elevado.

Así, el AAS tiene los mismos objetivos del AAF, pero puede flexibilizarse más que el primero, para condiciones económicamente menos fuertes. En el AAS se puede reemplazar el experimento real, por simulaciones de computadora, o por material audiovisual, que muestre cómo se comporta el fenómeno físico observado; mientras que en el AAF –según Sokoloff- es necesario emplear al mismo fenómeno físico en sí.

En el tercer paso de la investigación, el profesor investigador, va a aplicar el mismo test que les presentó a sus estudiantes, pero ya que estos hayan adquirido o hayan pasado por el proceso de aprendizaje, ya sea empleando el AAS o la enseñanza tradicional. Aquí el profesor investigador vuelve a recopilar los resultados de aprovechamiento de sus estudiantes, para evaluarlos y analizar los resultados.

El cuarto paso de la investigación consiste en el análisis de los resultados, realizando una comparación con ganancia de Hake, para ver si se obtuvo un resultado diferente empleando el AAS, en lugar de la enseñanza tradicional.

### IV. DATOS RECOLECTADOS

Los datos se recolectaron en ambos grupos, para saber si el Aprendizaje Activo de la Física dió mejores resultados de aprendizaje en los estudiantes, que la enseñanza tradicional.

Aquí la manera de abordar tal cuestión es: a través de la ganancia de Hake, que nos muestra el avance o razón de ganancia en el aprendizaje de los estudiantes. Comparando las ganancias es que podemos darnos una idea de las posibles ventajas que puede tener una nueva metodología

*Enseñando la Ley de Ohm usando Aprendizaje Activo de la Física a Nivel Medio Superior en el Distrito Federal de México*  
 didáctica, con respecto a las usadas comúnmente. O en otras palabras, podemos comparar el Aprendizaje Activo de la Física con la enseñanza tradicional, y observar si hubo alguna ventaja al utilizar estas nuevas metodologías de enseñanza.

Primero antes que nada, haremos un listado de los datos recolectados por el investigador en ambos tipos de grupos.

El grupo 4IV5 será nuestro grupo experimental, tuvo 34 estudiantes en total. Los datos recabados son dados en la Tabla I. Cada entrada representa el número de alumnos que contestaron bien el cuestionario. Estos datos son suficientes para calcular la ganancia de Hake para el grupo, en esta fase de la investigación.

Para que todo el grupo hubiera contestado en forma perfecta el cuestionario, se necesitaban  $34 \times 18 = 612$  puntos en total. Sin embargo, los alumnos que contestaron bien el pretest en el grupo experimental tuvieron un puntaje de 174, lo cual representa el  $(174 \times 100 / 612) \%$  de aciertos. Esto es, en el pretest tenemos una ganancia del 28.4%, para el grupo experimental.

**TABLA I.** Resultados del pretest para el grupo experimental 4IV5.

Pretest	
Grupo 4IV5 (Experimental)	
Pregunta	Alumnos que contestaron bien
1	7
2	5
3	4
4	12
5	14
6	11
7	17
8	4
9	3
10	18
11	14
12	3
13	6
14	10
15	14
16	15
17	8
18	9

Asimismo mostramos en la Tabla II los datos recabados para el mismo grupo pero en su fase del postest. Como se puede observar, existe una ganancia en el aprendizaje que tienen los estudiantes, una vez que han recibido la clase siguiendo la metodología del Aprendizaje Activo de la Física. Para calcular el puntaje obtenido por los alumnos en el postest, sumamos los números de la columna derecha en la Tabla II, ya que esto nos da una idea, de que porcentaje de estudiantes han construido en forma satisfactoria su conocimiento. El puntaje total alcanzado por los estudiantes del grupo experimental es entonces de 406. Lo cual, de forma similar representa un porcentaje final de aprovechamiento del  $(406 \times 100 / 612) \%$ , o bien, del 66.3%.

Este dato es también de importancia, para calcular la ganancia de Hake.

**TABLA II.** Resultados del postets para el grupo experimental 4IV5.

Postest	
Grupo 4IV5 (Experimental)	
Pregunta	Alumnos que contestaron bien
1	20
2	22
3	23
4	22
5	18
6	23
7	23
8	21
9	22
10	22
11	24
12	21
13	23
14	25
15	22
16	25
17	24
18	26

Ahora vamos a analizar a un grupo de control, repitiendo el cálculo de la ganancia de Hake, para poder contrastar el aprendizaje obtenido ahí, con el obtenido aquí.

En la Tabla III se recolectan los datos esenciales de aprovechamiento del grupo 4IV6, que fungió como un grupo de control para el profesor investigador.

**TABLA III.** Resultados del pretest para el grupo de control 4IV6.

Pretest	
Grupo 4IV6 (Control)	
Pregunta	Alumnos que contestaron bien
1	5
2	6
3	8
4	10
5	10
6	10
7	6
8	4
9	6
10	12
11	10
12	4
13	6
14	13
15	9
16	13
17	8
18	9

**TABLA IV.** Resultados del postest para el grupo de control 4IV6.

Postest	
Grupo 4IV6 (Control)	
Pregunta	Alumnos que contestaron bien
1	10
2	9
3	17
4	15
5	12
6	13
7	13
8	11
9	13
10	15
11	15
12	10
13	11
14	13
15	18
16	16
17	17
18	14

La Tabla IV contiene los datos recogidos para el grupo de control, en su fase de postest. Esto es, ya que la enseñanza tradicional se había completado para dicho grupo. Es de notar que en este caso, el grupo de control contaba con un total de 32 estudiantes (dos estudiantes menos que en el grupo experimental).

En la siguiente sección discutiremos los resultados.

## V. RESULTADOS

Para calcular la *ganancia de Hake* [9] o *ganancia promedio normalizada* de un grupo, debemos de usar la siguiente relación:

$$\langle g \rangle = \% \langle G \rangle / \% \langle G \rangle_{\max} = (\% \langle S_p \rangle - \% \langle S_i \rangle) / (100 - \% \langle S_i \rangle).$$

Donde  $\% \langle S_p \rangle$  y  $\% \langle S_i \rangle$  son los promedios final (post) e inicial (pre) de la clase.

Se pueden clasificar tres clases de cursos:

1. Los cursos con una ganancia *g-alta* corresponden o son aquellos para los cuales ( $\langle g \rangle$ ) es mayor o igual a 0.7.
2. Los cursos con una ganancia *g-media* son aquellos para los cuales ( $\langle g \rangle$ ) es mayor o igual a 0.3.
3. Los cursos con una ganancia *g-baja* son aquellos para los cuales ( $\langle g \rangle$ ) es menor a 0.3.

Para el caso del curso del grupo experimental, tendríamos que estas cantidades son:

$$\begin{aligned}\% \langle S_i \rangle &= 28.4\% \\ \% \langle S_p \rangle &= 66.3\%,\end{aligned}$$

aquí tendríamos una ganancia promedio normalizada de:

$$\langle g \rangle = (66.3 - 28.4) / (100 - 28.4) = 37.9 / 71.6 = 0.53,$$

que correspondería a una *g-media*, para el grupo experimental.

Ahora pasamos a analizar al grupo de control.

Observamos de la Tabla IV, que el número de alumnos que contestaron bien el pretest, tienen un puntaje de 149 para el grupo de control, por lo tanto:

$$\begin{aligned}\% \langle S_i \rangle &= ((149 \times 100) / (32 \times 18)) \% = (14900 / 576) \% \\ &= 25.87\%.\end{aligned}$$

Y el número de alumnos que contestaron bien el test en la fase posterior, tienen un puntaje sumado de 242, según la suma de los datos en la Tabla IV; por lo tanto tenemos en este caso que:

$$\begin{aligned}\% \langle S_p \rangle &= ((242 \times 100) / (32 \times 18)) \% = (24200 / 576) \% \\ &= 42.01\%.\end{aligned}$$

Ahora se puede calcular la ganancia de Hake para el grupo de control que está dada por la siguiente relación:

$$\langle g \rangle = (42.01 - 25.87) / (100 - 25.87) = 16.14 / 74.13 = 0.22,$$

que corresponde a una *g-baja*, para el grupo de control.

Como podemos observar, de ambos resultados para estos dos grupos, el grupo experimental ha obtenido una ganancia promedio normalizada de Hake mejor que la ganancia correspondiente al grupo de control. Esto quiere decir al compararlos que, la metodología del Aprendizaje Activo de la Física, ha dado mejores resultados en el aprendizaje de los alumnos, que la enseñanza tradicional.

No obstante de que la ganancia no fue alta, si se notó que existe una diferencia significativa en cuanto a enseñar con AAF y enseñar de la manera tradicional. Quizá esto se deba precisamente al hecho de que, en el AAF se le ha pedido al estudiante que sea más participativo en la clase, por lo que a éste se le llama un *estudiante activo*. En contraste, un estudiante que regularmente sólo toma notas y casi no participa en la clase y deja todo el quehacer al profesor, lleva la enseñanza tradicional, y a él se le conoce en la literatura como *estudiante pasivo*.

Evidentemente, si la hipótesis de investigación plantea esperar que, el primer estudiante debe aprender en promedio más y mejor que el segundo estudiante, estos resultados reflejan el éxito y cumplimiento de dicha hipótesis, dando por sentado que es mejor emplear una metodología activa, que una pasiva, en la clase de Física, para aprender por ejemplo, la Ley de Ohm.

El test que empleó el investigador será publicado en un trabajo posterior, de tesis doctoral en Física Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, del Instituto Politécnico Nacional, por el profesor investigador Lino Velázquez [10].

Actualmente, esta investigación se encuentra en fase de terminación y de desarrollo; faltan más resultados y futuros

*Enseñando la Ley de Ohm usando Aprendizaje Activo de la Física a Nivel Medio Superior en el Distrito Federal de México*  
cálculos. Además, este tipo de investigación indica a los profesores que vale la pena motivar más al estudiante para que este sea más dinámico, y a que enfrente él mismo (con ayuda del profesor) el reto de aprender.

## VI. CONCLUSIONES

Como ya hemos mencionado anteriormente en la sección de resultados, podemos percarnos de la importancia que tienen las metodologías didácticas dentro del aula de clases para la materia de Física.

Como la investigación está realizada en un país donde, los recursos económicos de las escuelas están ciertamente más limitados que en escuelas de países más desarrollados, pensamos que el resultado mostrado aquí, sirve de guía para futuras investigaciones de las metodologías educativas activas en territorio latinoamericano.

La conclusión central alcanzada –al menos hasta el momento–, es que el Aprendizaje Activo de la Física, mejora el aprendizaje del estudiante de Física, en el tema particular de la Ley de Ohm, ya que le exige tomar una actitud activa frente a la clase. Se debe tomar en cuenta que el papel del profesor también es fundamental, ya que es él quien guía la clase, toma parte en la fase de la Síntesis de resultados, y también es el agente que debe conseguir que el estudiante se motive en la clase, y que sea más participativo en ella. La enseñanza tradicional, se ve entonces superada, ya que en ella no se le exige tanto al estudiante, pues el estudiante se limita a escuchar o tomar notas, y se pretende que adquiera el conocimiento, a través de la exposición activa de su profesor.

Los autores de este trabajo piensan, que, si el profesor que va a ver el tema de la Ley de Ohm, para su curso de Física, se toma la molestia de implementar una clase más dinámica a través del Aprendizaje Activo de la Física, entonces verá que sus esfuerzos tienen mejores resultados, comparados a los que obtendrá si se limita a sólo exponer las ideas del tema a sus estudiantes.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente artículo de investigación educativa, quieren expresar su agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico recibido durante la realización del trabajo.

Asimismo, agradecen al apoyo económico de la COFAA del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

Y al apoyo económico recibido por la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN número 20151223, que lleva por título *Aprendizaje Activo de la Física para la Ley de Ohm*.

El apoyo de las anteriores dependencias e instituciones fue indispensable para la realización y redacción de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] Laws, P. W., *Workshop Physics, activity guide. Module 2: Mechanics II*, In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [2] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *Real time Physics, learning laboratories. Module 1: Mechanics*, In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [3] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *Real Time Physics, active learning laboratories. Module 3: Electric Circuits*, In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [4] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *Real Time Physics, Active Learning Laboratories. Module 4: Light and Optics*, In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [5] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools*, Am. J. Phys. **58**, 858-867 (1990).
- [6] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Using interactive lecture demonstrations to create an Active Learning Environment*, The Physics Teacher **35**, 340-347 (1997).
- [7] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Assessing student learning of Newton's laws: The force and motion conceptual evaluation of active laboratory and lecture curricula*, Am. J. Phys. **66**, 338-352 (1998).
- [8] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Interactive lecture demonstrations, active learning in introductory Physics*. In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2006).
- [9] Hake, R. R., *Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses*, Am. J. Phys. **66**, (1998).
- [10] Velázquez-Arteaga, L. J., *Manuscrito no publicado de tesis doctoral en Física Educativa*, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, Distrito Federal.