

Flujo de agua en botellas como experimento didáctico



**Héctor Gerardo Riveros Rotgé, Andrés Iván Oliva Arias,
José Emilio Corona Hernández**

*CINVESTAV-IPN Unidad Mérida, Departamento de Física Aplicada, A.P. 73-Cordemex,
97310 Mérida, Yucatán, México. Tel (999) 9429400, Fax (999) 9812917.*

E-mail: riveros@fisica.unam.mx

(Recibido el 8 de Diciembre de 2010; aceptado el 17 de Marzo de 2011)

Resumen

El flujo de agua escapando de tubos conectados a botellas, es un experimento sencillo que permite al estudiante interpretarlo razonablemente, utilizando la ecuación de Bernoulli. El experimento es un claro ejemplo para representar un decaimiento exponencial. La ecuación de Bernoulli implica flujo sin turbulencia ni viscosidad, pero los trabajos hasta ahora publicados no verifican esta afirmación. En este trabajo se propone un experimento didáctico para medir en flujos de agua las pérdidas de energía asociadas a la turbulencia y a la viscosidad de agua, utilizando dos diámetros diferentes para los tubos de salida y cuatro longitudes.

Palabras clave: Teorema de Bernoulli, flujo de agua, conservación de energía.

Abstract

Water flow escaping from tubes connected to bottles is a simple and easy experiment for reasonable interpretation of the students by using Bernoulli's equation. The experiment is a clear example to represent an exponential decay. Bernoulli's equation implies flow without turbulence or viscosity, but, previously published papers do not verify this affirmation. In this work, we proposed a didactic experiment to measure in water flows, the losses of energy associated with the turbulence and the water viscosity by using two different diameters as output tubes and four tube-lengths.

Keywords: Bernoulli theorem, water flow, energy conservation.

PACS: 01.30 L, 01.50 Pa, 01.50 Zv, 47.15 -x, 47.15 Jk

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

El estudio del agua fluyendo de recipientes es un tema que se menciona en varios libros de texto [1]. Su funcionamiento se ha utilizado como ejemplo de un decaimiento tipo exponencial [2, 3], tanto para medir la viscosidad del agua [4] como para predecir el de tiempo de vaciado de una botella [5]. Generalmente se postula la validez de la ecuación de Bernoulli, ya que se consideran despreciables los efectos de la turbulencia y la viscosidad del agua. El agua fluye a través de un tubo o de un agujero en alguna parte de la pared del recipiente.

También se postula la existencia de la vena contracta [1, 6] que consiste en que las líneas de flujo dentro de la botella convergen hacia el agujero de salida; y por inercia, se reduce el diámetro del agua moviéndose en el aire. Si el grosor de la pared del agujero es despreciable, se ha estimado que el diámetro de la vena contracta es 0.8 del diámetro del agujero [6]. Experimentalmente un flujo es laminar si la velocidad es constante en el tiempo, en cada punto del fluido en movimiento (estado estacionario), o turbulento si la velocidad cambia continuamente.

De este comportamiento, podemos hacernos algunas preguntas como: ¿Es válido el teorema de Bernoulli para este tipo de flujos?, ¿Se presenta la *vena contracta* en estos experimentos?, ¿Es posible notar el cambio de la viscosidad del agua con la temperatura? Estas son algunas preguntas que trataremos de contestar.

En este trabajo, se midió el flujo de agua escapando de botellas a través de un tubo de salida. Se utilizaron dos diámetros de tubos y cuatro longitudes diferentes, incluyendo la longitud cero correspondiente a un agujero en la pared de la botella sin tubo de salida. Se hicieron experimentos con agua a temperaturas de 24°C y 28°C corroborando que las mediciones realizadas son sensibles al cambio en la viscosidad del agua debido a la temperatura.

II. DESARROLLO

El flujo Φ a través de una superficie S se calcula conociendo la velocidad del fluido en cada punto de la superficie:

$$\Phi = \int \vec{V} \cdot d\vec{S}, \quad (1)$$

que puede integrarse fácilmente cuando la velocidad es constante sobre la superficie S de integración: $\Phi = V S$. Pero conseguir que la velocidad sea constante en una superficie no es fácil de lograr, lo más próximo es medir el flujo en el tubo y dividirlo entre su área para así obtener la velocidad promedio del flujo de agua. Usando el teorema de Bernoulli, válido si la viscosidad es despreciable, se obtiene que la velocidad V del agua fluyendo por un agujero en la pared de una botella situado a una profundidad h está dada por [2]:

$$V^2 = 2gh. \quad (2)$$

Resultando la misma velocidad que se adquiere en caída libre desde la misma altura, obtenido por Torricelli,.

Para mover un segmento de agua dentro de un tubo se requiere aplicar una diferencia de presión entre sus extremos que compense la viscosidad que se opone a su movimiento. Para flujos laminares, la velocidad del agua es cero sobre la pared del tubo y máxima en su centro; resultado que se obtiene considerando cilindros de agua con la misma velocidad interaccionando con la viscosidad y la presión aplicada a sus extremos. Esto se obtiene en el estado estacionario al que se llega un tiempo después de haber aplicado una presión. La diferencia de presiones es proporcional al cuadrado de velocidad y al flujo.

Si se incrementa la presión, las velocidades de las diferentes regiones del agua, cambian continuamente en magnitud y dirección, obteniéndose un flujo turbulento en el que cada punto está cambiando su velocidad en el tiempo y la turbulencia se incrementa al incrementarse la presión.

Si el flujo es laminar, la diferencia de presión entre los extremos es proporcional al flujo del agua, y si es turbulento, la diferencia de presión es proporcional al cuadrado del flujo. El número de Reynolds ($NR = \rho v D / \eta$) se utiliza para identificar el tipo de flujo que tenemos: si su valor es menor de 2300 el flujo es laminar y si es mayor de 4000 el flujo es turbulento, el régimen de transición está entre estos valores; válido para tubos lisos. Si se expresan la densidad ρ , la velocidad V , el diámetro D y la viscosidad η en el mismo sistema de unidades, el número de Reynolds NR no tiene unidades. La velocidad V es la velocidad promedio sobre el área del tubo y se mide fácilmente midiendo el volumen que fluye en cierto tiempo, este flujo entre el área transversal nos da la velocidad promedio.

Para flujo laminar puede integrarse (1) obteniendo que la diferencia de presiones ΔP entre los extremos del tubo es proporcional al flujo [3], esto es:

$$\Delta P = 8\eta L \Phi / \pi \cdot r^4. \quad (3)$$

Donde L es la longitud del tubo y r el radio interior del tubo por el que fluye el líquido. Cuando el flujo es turbulento, la diferencia de presiones para un tubo horizontal puede escribirse como [7]:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \lambda \rho L V^2 / 4r, \\ \Delta P &= \lambda \rho L \Phi^2 / 4\pi^2 r^5. \end{aligned} \quad (4)$$

En donde λ es el coeficiente de fricción de D'Arcy-Weisbach. Podemos apreciar que la diferencia de presiones es proporcional al cuadrado del flujo Φ , si despreciamos el cambio en λ con la velocidad del flujo. La Ec. (4) es válida para un flujo en estado estacionario e incompresible. El coeficiente de fricción λ cambia con el tipo de flujo (laminar, de transición o turbulento), así como con la rugosidad del tubo. Un tratamiento más completo de la ecuación de Bernoulli se encuentra en [8].

III. EXPERIMENTOS REALIZADOS

La Fig. 1 muestra el arreglo experimental utilizado para medir los datos. Consiste en una botella transparente que se le ha agregado en la parte inferior un tubo de plástico de salida del agua de diámetro conocido. Una serie de fotografías digitales tomadas con alta resolución cada cierto tiempo del flujo, permiten capturar simultáneamente datos sobre la altura h , la distancia X y el tiempo t utilizando una regla vertical, una regla horizontal y un reloj. Se utilizaron dos diámetros de tubo de salida (2 y 4mm) y cuatro longitudes de tubo de salida (0, 1.7, 3.4 y 6.8mm).

Los parámetros a medir son: la altura h del nivel del agua en la botella respecto de la parte media del agujero de salida, la temperatura del agua, el tiempo t y el flujo Φ del agua. El flujo se puede determinar midiendo la velocidad de bajada del nivel del agua y la sección recta de la botella o midiendo la velocidad de salida del agua y la sección transversal del tubo de salida utilizado. Para medir la velocidad de salida del agua, usamos la distancia X recorrida horizontalmente por el agua al caer una distancia Y constante [1]. Dado que es una caída libre, el tiempo de caída es constante ($t^2 = 2Y/g$) y la velocidad de salida (X/t) es proporcional a la distancia X .

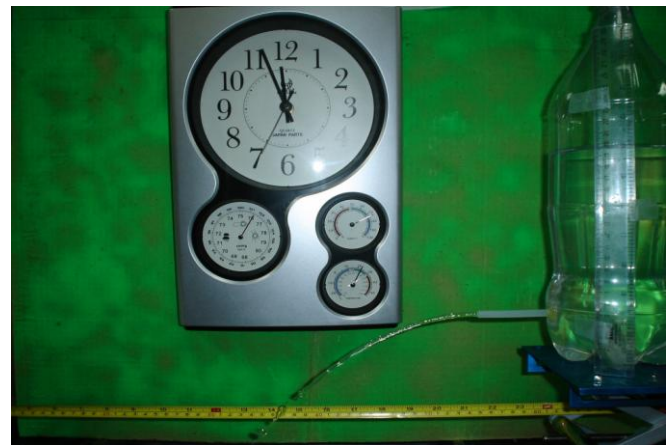


FIGURA 1. Arreglo experimental con tubo de 6.8 cm de largo y 4 mm de diámetro interior.

IV. RESULTADOS

La Fig. 2 muestra una gráfica para tres temperaturas y dos longitudes de tubo diferentes, donde se observa que el cuadrado de la velocidad de salida ($V^2 \propto X^2$) es proporcional a la presión expresada en altura de columna de agua (h).

El agua de mayor temperatura posee menor viscosidad y con el tubo más corto se obtiene mayor flujo para una misma presión total.

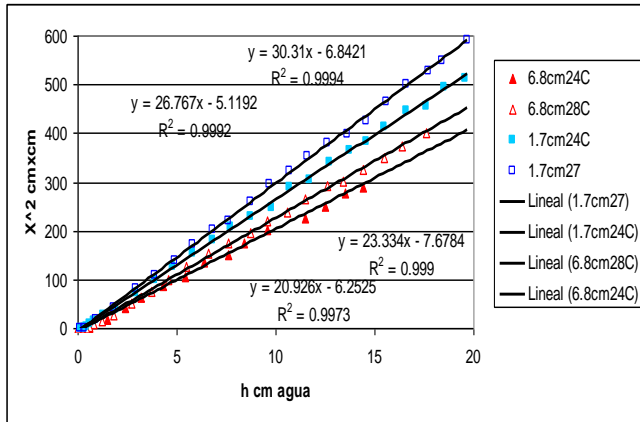


FIGURA 2. Gráfica del cuadrado de la velocidad de salida del agua, el cual es proporcional a la presión aplicada.

La Fig. 3 muestra la velocidad de salida como función de la presión total h , para 4 longitudes diferentes del tubo y 2 mm de diámetro interior y 24°C de temperatura del agua. Se observa un comportamiento parabólico con una mayor pendiente final al disminuir la longitud del tubo de salida.

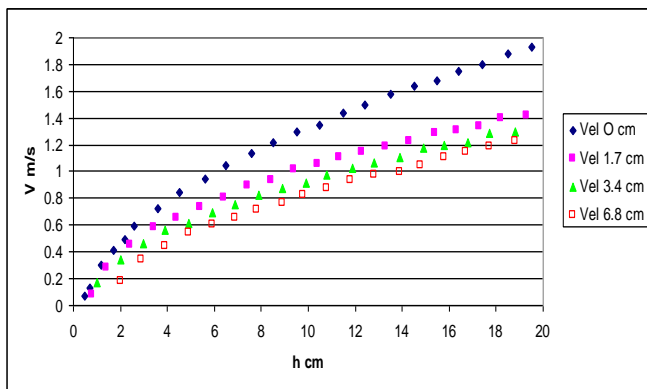


FIGURA 3. Velocidad del agua para un tubo de 2 mm de diámetro interior y diferentes longitudes.

La Fig. 4 muestra los mismos resultados pero graficando el cuadrado de la velocidad contra la presión h . Se observa un comportamiento lineal indicativo de turbulencia en parte de la trayectoria del agua.

Las pérdidas de energía se obtienen haciendo el cociente entre la energía cinética del agua de salida ($\rho V^2/2$)

y la energía potencial inicial ($\rho g h$). La Fig. 5 muestra este cociente en %, para las diferentes longitudes del tubo de salida. La longitud 0 corresponde a un agujero con longitud igual al espesor de la pared de la botella (0.15 mm). De la Fig. 5 se observa que al disminuir la longitud del tubo, la fracción de la energía inicial se recupera a la salida, siendo más eficiente la conversión de la energía potencial. La diferencia de energía puede justificarse con el incremento de las pérdidas con la mayor longitud del tubo y las pérdidas causadas por la brusquedad en la expansión de salida. La Fig. 5 representa una nueva opción para cuantificar el rendimiento del flujo de botellas y comprobar el teorema de Bernoulli y la conservación de la energía. El resultado de Torricelli se obtiene para alturas h mayores de 20 cm, que permiten despreciar la tensión superficial en el orificio de salida

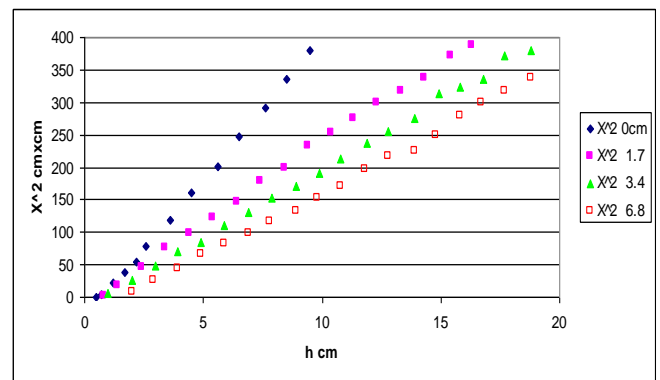


FIGURA 4. Gráfica donde se observa que el cuadrado de la velocidad es proporcional a la presión total h aplicada.

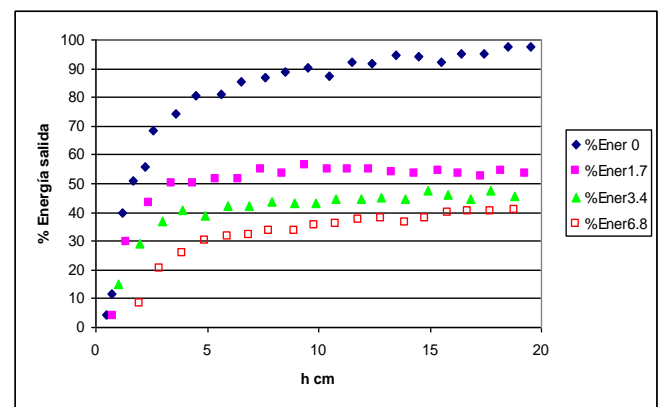


FIGURA 5. Energía cinética de salida entre la energía potencial inicial en %, para diferentes longitudes de tubo.

Todos los tubos de salida utilizados fueron colocados incrustando 7 mm hacia el interior de la botella. Las líneas de flujo en el interior serán diferentes entre un tubo incrustado 7 mm y un tubo pegado rasante en el interior del tubo.

La Fig. 6 muestra el cambio en la energía disipada al cambiar la colocación del tubo de 2 mm de diámetro interior

y 3.4 cm de longitud. Se nota un incremento en las pérdidas de energía asociado al incremento en la curvatura de las líneas de flujo.

Los resultados obtenidos con tubos de salida de 4 mm de diámetro interior tienen un comportamiento similar a los mostrados con tubos de 2 mm.

La vena contracta calculada [6] predice una reducción en el diámetro del chorro fluyendo de 0.8, pero en experimentos realizados (Fig. 7) no se detectó cambio alguno en el diámetro del agua saliendo del agujero de la pared de la botella.

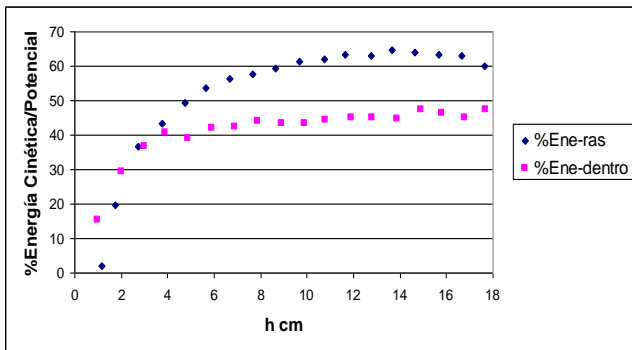


FIGURA 6. El mismo tubo tiene más pérdidas de energía cuando se incrusta 7.0 mm hacia el interior de la botella, que cuando se coloca sin ninguna longitud hacia el interior (rasante).

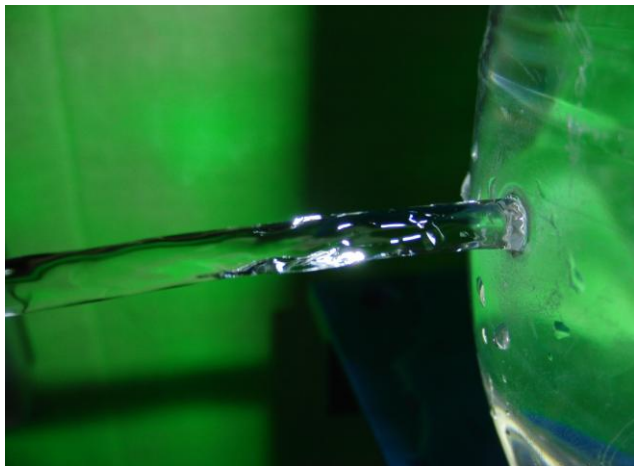


FIGURA 7. No se observa reducción en el diámetro del chorro de agua saliendo por el agujero realizado en la pared de la botella.

El flujo medido mediante la velocidad con que baja el nivel del agua en la botella y su sección recta, debe de ser igual al calculado mediante la velocidad de salida del agua multiplicada por el área de la vena contracta. Experimentalmente obtuvimos acuerdo entre ambos flujos utilizando el área del agujero de salida, corroborando la falta de la contracción para los dos diámetros utilizados, como lo muestra la Fig. 8. Por ello, no fue posible en los experimentos realizados, mostrar la vena contracta ni sus efectos.

V. CONCLUSIONES

Podemos concluir que para este tipo de experimentos se nota las desviaciones del teorema de Bernoulli. De los experimentos realizados, concluimos que las pérdidas de energía cinética van del 10% para orificio en la pared hasta 60% para los tubos más delgados utilizados en este experimento, sin embargo, éstas se incrementan cuando la longitud del tubo de salida se incrementa. La energía cinética medida es inferior a la calculada con el teorema de Bernoulli. El experimento propuesto si permite detectar los cambios en la viscosidad del agua debidos a pequeños cambios (4°C) en su temperatura. Finalmente, para los diámetros utilizados en el orificio de salida, sin tubo, no se observó la existencia ni el efecto de la *vena contracta*.

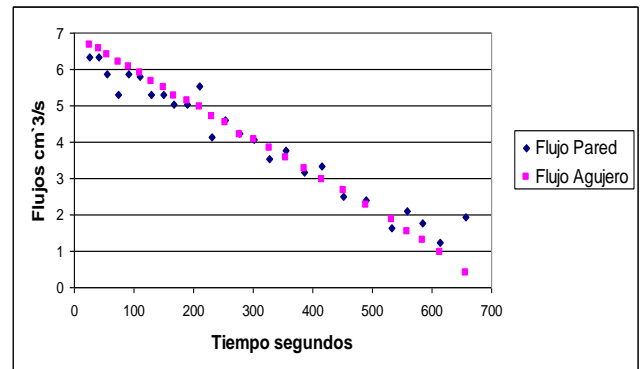


FIGURA 8. El flujo medido por la rapidez de cambio del nivel del agua es el mismo que el medido por la velocidad de salida y el área del agujero, sin ninguna contracción.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del CONACYT por la estancia sabática del Dr. H. G. Riveros en el Cinvestav Unidad Mérida. Se agradece a los revisores sus sugerencias para aclarar el contenido del presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Castro, P. M. *et al.*, *Pin-hole water flow from cylindrical bottles*, Phys. Edu. **35**, 110-119 (2000).
- [2] Smithson, J. R., Pinkston, J., *Half-life of a water column as a laboratory exercise in exponential decay*, Am. J. Phys. **28**, 240 (1960).
- [3] Fairman, S. J., Johnson, J. A., Walkiewics., *Fluid flow with Logger Pro*, Phys. Teach. **41**, 345-350 (2003).
- [4] Cerny, L. C., *Absolute Viscosity of Water. A student experiment*, Amer. J. Phys. **29**, 708 (1961).
- [5] Guerra, D., Plaisted, A., Smith, M., *A Bernoulli's law lab in a bottle*, Phys. Teach. **43**, 456-459 (2005).
- [6] Wikipedia, <http://www.google.com.mx/search?hl=es&source=hp&q=vena+contracta+wikipedia&meta=&aq=0&oq=Vena+contracta>, Consultado el 8 de Enero 2010.

- [7] The Engineering Tool Box,
http://www.engineeringtoolbox.com/darcy-weisbach-equation-d_646.html, Consultado el 11 de Enero 2010.
[8] Bauman, R. P., Schwaneberg, R., *Interpretation of Bernoulli's Equation*, Phys. Teach. **32**, 478-488 (1994).

NOMENCLATURA

- Flujo de agua (m^3/s).
V velocidad promedio (m/s).
S área transversal (m^2).
h altura del nivel de agua (m).

- ρ densidad (kg/m^3).
D diámetro (m).
 η viscosidad del agua (Pa. s).
NR Número de Reynolds.
 ΔP cambio de presión (N/m^2).
L longitud de tubo (m).
r radio interior del tubo (m).
 λ coeficiente de fricción de D'arcy Wiesbach.
X distancia horizontal (m).
Y distancia vertical (m).
g aceleración de la gravedad ($9.81 \text{ m}/\text{s}^2$).
t tiempo (s).