

# ¡Cuando la tostada resbala de la mano!



**Adrián Corona Cruz y Guillermo Martínez Peña**

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,  
AP 1152, 72001 Puebla, Pue., México.*

**E-mail:** acorona@cfm.buap.mx

(Recibido el 4 de Junio de 2008; aceptado el 30 de Julio de 2008)

## Resumen

El comportamiento de la tostada cayendo de una mano se usa para estudiar la dinámica de los sistemas rotacionales. El sistema ya ha sido estudiado considerando el deslizamiento de la tostada de la orilla recta de la mesa. Sin embargo, esa situación no es muy probable en la vida real. Si las tostadas se nos caen es muy probable que caigan de la mano. Es natural modelar la orilla de la mano como redonda. Los valores experimentales de la velocidad angular máxima que adquiere la tostada al caer de los bordes redondos resultaron ser mayores que los que se dan el caso de borde recto. Nosotros estudiamos el efecto de la redondez en la velocidad angular de un paralelepípedo (tabla), que simula un pan tostado, al caer desde la orilla redonda de una superficie. La tabla se hace caer desde diferentes orillas con el objetivo de determinar el efecto que tiene la posición inicial en el ángulo que la tabla llega al piso. La velocidad angular de rotación de la tabla fue determinada de la secuencia de las imágenes de su video. Para conocer el efecto de la redondez de la orilla, se identificaron tres radios: el primero se refiere a una orilla recta; el segundo redondo ( $R=1.1$  cm) que simula la orilla de la palma de una mano; y el tercero ( $R=1.75$  cm) que simula la orilla de una mesa. Los resultados experimentales se describen bien por la solución numérica (simulación mediante el software Interactive Physics, IP), un modelo que hace simple predecir las diferentes conductas y evaluar el efecto de los parámetros físicos involucrados en la dinámica del sistema.

**Palabras clave:** Murphy, enseñanza, velocidad angular, laboratorio de física, simulación.

## Abstract

The behavior of the toast falling from a hand is used for studying the dynamics of the rotational systems. The system has already been studied, considering the slip of the toast of the right-angled edge of a table. However, this situation is no very likely in real life. If the toasts fall, it is more likely they will fall from a hand. It is natural to model the edge of a hand as being round. The experimental values of the maximum angular speed that acquires the toast in falling of round edges turned out to be bigger than those in the case of the falls of a right-angled edge. We study the effect of the roundness in the angular speed of a parallelepiped (table) that simulates a toast when falling from the round edge of a surface. The table is made fall to different salient with the objective of determining the effect that has the initial position in the angle that the table arrives to the floor. The angular speed of rotation of the table was determined from the sequence of the images of its video. To know the effect of the roundness of the edge, three radios they were identified: the first one refers to a right-angled edge; the second to a round edge ( $R=1.1$  cm) that simulates the edge of the palm of a hand; and the third ( $R=1.75$  cm) that simulates the edge of a table. The experimental results are described well by the numeric solution (simulation by the software Interactive Physics, IP), a model that makes simple to predict the different behaviors and to evaluate the effect of the physical parameters involved in the dynamics of the system.

**Key words:** Murphy, teaching, angular speed, laboratory of physics, simulation.

**PACS:** 01.40gb, 01.50.Lc, 07.05.Fb, 45.20.dc.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

Hay la creencia de que un pan tostado untado con mantequilla (localmente llevando otros contenidos) que se cae de un plato o de una mesa, llegará con su contenido hacia el piso, cumpliendo así, con la ley de Murphy [1]. Esta superstición se ha explicado suponiendo que la mantequilla produce una asimetría en la tostada (centro de masa) que induce a que al caer, lo haga con la mantequilla hacia el piso; de hecho ahora se sabe que el efecto aerodinámico de la mantequilla a primero orden es despreciable [2]. También, se ha considerado que la altura de la caída, en el caso de caiga de las manos o la orilla de la mesa, la tostada sólo tendrá el tiempo suficiente para que rote lo suficiente para que el lado de la

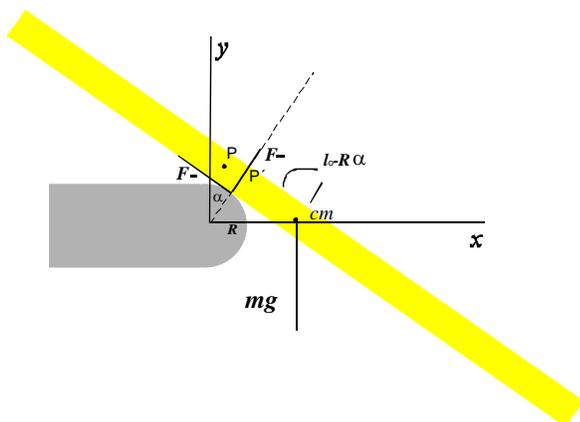
mantequilla quede hacia abajo; la teoría sugiere que la tostada que se cae de alrededor de 3 metros tiene el tiempo suficiente para que aterrice con la mantequilla hacia arriba [3]. Esto confirma la expectativa teórica que, contrariamente a la creencia popular, la presencia de mantequilla u otro no puede ser explicado con la Ley de Murphy; en condiciones estándar, la frecuencia con la que la tostada cae con la mantequilla hacia el piso: incluso en ausencia de la mantequilla, la tostada tiene la tendencia a caer cara abajo [2]. En contraste, la mayoría de los científicos consideran la tal creencia como absurda. Una investigación del programa de ciencia de TV BBC demostró que la creencia es nada más un mito urbano, la falta de control en el tiro de la tostada, hizo que el resultado fuera equivalente a un hecho de azar [3].

El problema de la tostada no implica jugar con la comida, es un fenómeno común de la vida cotidiana que se puede estudiar haciendo física. Quizás los argumentos para los estudiantes sean difíciles de entender, pero pensamos que a los estudiantes les cautiva el estudio de éste tipo de problemas [4]. También, Matthews considera que el objetivo de éste tipo de actividades animan a que los alumnos descubran que la ciencia y el método científico asienten estudiar los fenómenos cotidianos [3].

A consecuencia del trabajo terminal del laboratorio básico de mecánica de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla y la cuarta sugerencia planteada el artículo “A closer look at tumbling toast” [5] fue planteada la presente investigación. En éste trabajo se estudia el efecto de la redondez de la orilla (mano o mesa) por donde gira-resbala la tostada. La consistencia de nuestros resultados se obtuvo del buen acuerdo que muestran resultados reportados por Bacon [5], con los obtenidos de su simulación con Interactive Physics (IP) [6]. El uso de una cámara de video cuyo tiempo de 1/500 de segundo de obturación y el programa (IP), ayudaron a obtener datos que permitieron llegar a mostrar la similitud de resultados y las conclusiones derivadas de su análisis. En particular mediante la simulación se determina el ángulo último de contacto entre la orilla de la mesa y la tostada. También, se “comprueba” que durante la rotación hay deslizamiento por lo que se requiere considerarla en la solución teórica, deslizamiento (fricción cinética) de la tostada durante su contacto con la orilla.

## II. CONSIDERACIONES TEORÍCAS

En la figura 1, se muestra un diagrama de cuerpo libre del sistema, y el eje coordenado para analizar teóricamente los cambios de energía de la tostada.



**FIGURA 1.** Tostada girando en la orilla de la mesa: (P) punto desde el que se mide la distancia ( $l_0$ ) que sobre sale de la mesa al centro de masa (cm) de la tabla; (P') punto de contacto cuando la tabla forma un ángulo ( $\alpha$ ) con la vertical; (R) es el radio de la orilla de la mesa; ( $F_y$ ) y ( $F_x$ ) la fuerza de fricción y normal respectivamente; (mg) el peso de la tabla.

La ecuación de movimiento para el sistema formado por la tabla rotando-resbalando en la orilla de una superficie horizontal, se establece considerando las coordenadas del centro de masa (CM) de la tabla en el sistema cartesiano polar:

$$x_{CM} = (l_0 - R\alpha) \cdot \cos \alpha + R \cdot \sin \alpha, \quad (1)$$

$$y_{CM} = R \cdot \cos \alpha - (l_0 - R\alpha) \cdot \sin \alpha, \quad (2)$$

donde  $l_0$  es la distancia desde el punto de apoyo al centro de masa, y  $\alpha$  el ángulo formado entre el punto de contacto, el origen coordenado y el eje y.

Si derivamos las ecuaciones (1) y (2) se obtienen las velocidades en sus componentes:

$$\dot{x}_{CM} = -l_0 \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} + R\alpha \cdot \sin \alpha, \quad (3)$$

$$\dot{y}_{CM} = R\alpha \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_0 \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha}. \quad (4)$$

Elevando al cuadrado las ecuaciones (3) y (4) y sumando se obtiene la energía cinética:

$$\dot{x}_{CM}^2 + \dot{y}_{CM}^2 = l_0^2 \dot{\alpha}^2 + R^2 \alpha^2 \dot{\alpha}^2 - 2Rl_0 \alpha \dot{\alpha}^2, \quad (5)$$

$$T = \frac{1}{2} m \left[ (l_0^2 + R^2 \alpha^2) \dot{\alpha}^2 - 2Rl_0 \alpha \dot{\alpha}^2 \right] + \frac{1}{2} I_0 \dot{\alpha}^2, \quad (6)$$

y de la ecuación (2) la energía potencial

$$U = mg [R \cdot \cos \alpha - (l_0 - R \cdot \alpha) \sin \alpha]. \quad (7)$$

Restando las ecuaciones (6) y (7) se obtiene el Lagrangeano del sistema:

$$L = \frac{1}{2} I(\alpha) \dot{\alpha}^2 - mRl_0 \alpha \dot{\alpha} - mgR \cos \alpha + mg(l_0 - R\alpha) \sin \alpha, \quad (8)$$

donde  $I(\alpha)$  es momento de inercia de la tabla rotando en un eje a una distancia  $l - R\alpha$ , e  $I_0$  el momento de inercia de la tabla respecto a un eje que pasa por su centro de masa y es paralela a su superficie.

$$I(\alpha) = ml_0^2 + I_0 + mR^2 \alpha^2 \quad \text{con} \quad I_0 = \frac{1}{12} m \ell^2. \quad (9)$$

Para obtener la ecuación de movimiento del sistema, al aplicar la ecuación de Lagrange se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden, cuya solución no presenta una solución analítica simple. Consecuentemente se usa el programa IP, que simula numéricamente la solución.

## III. MÉTODO EXPERIEMETAL

En éste caso la tostada es sustituida por una tabla de madera de dimensiones (10.0, 7.0, 0.8 cm), la caída será realizada con su eje de giro a lo largo de los 7.0 cm. Los

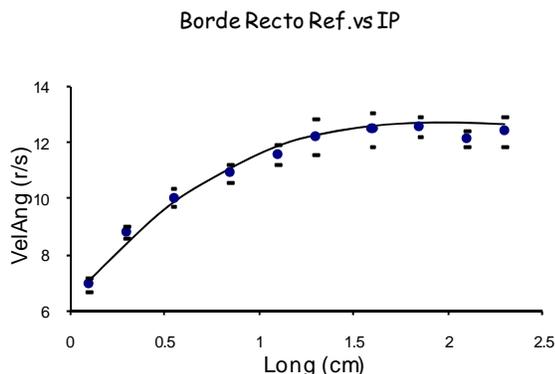
cambios de posición durante la caída se obtuvieron del video tomado con una cámara Canon Optura 600, con un tiempo de obturación de un 500 de segundo. Los valores de la velocidad angular para diferentes posiciones iniciales de la tostada, fue obtenida de la razón del cambio angular, como se muestra en la figura 2, que la tostada realiza durante cada intervalo de tiempo ( $t=1/14$  s) que tarda la cámara para tomar cada imagen; para los casos a) orilla recta, b) orilla con radio de 1.75 cm y c) radio de 1.1 cm. Se realizaron variaciones de cada 0.5 cm, medidos a partir del centro de masa de la tabla (CM). Así llegamos obtener los valores que graficados muestran la dependencia entre la velocidad angular y su posición inicial.



**FIGURA 2.** Medición del ángulo de giro, mediante el programa Data video de Coach 5 [7]. Los cambios se determinan avanzando la película cuadro por cuadro.

#### IV RESULTADOS

En la figura 3, presentamos los resultados experimentales reportados en [5], comparados con los valores obtenidos simulando con IP, simulando la tostada de 10 cm de largo y un coeficiente de fricción estático y cinético de  $\mu_s=0.24\pm 0.02$ ,  $\mu_k=0.24\pm 0.02$  respectivamente. El buen acuerdo que se observa muestra la viabilidad del uso del programa IP, para valorar nuestros resultados experimentales.

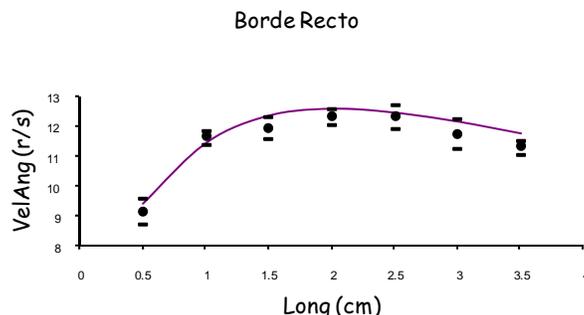


**FIGURA 3.** Comparación del comportamiento de la velocidad angular  $\omega$  como una función de la longitud  $l_0$  de la “tostada” reportada por Bacon, y los obtenidos por medio de su simulación (IP) para la orilla recta. La velocidad angular máxima  $12.57\pm 0.37$  r/s se da cuando la tostada sobresale su centro de masa el 18% de su longitud. Note el buen acuerdo entre los valores reportados y los obtenidos de la simulación.

#### Caso A: Orilla Recta

La figura 3 refleja lo que se observa durante el experimento. La velocidad aumenta hasta un máximo (20% de  $L_0$ ), para luego empezar a disminuir.

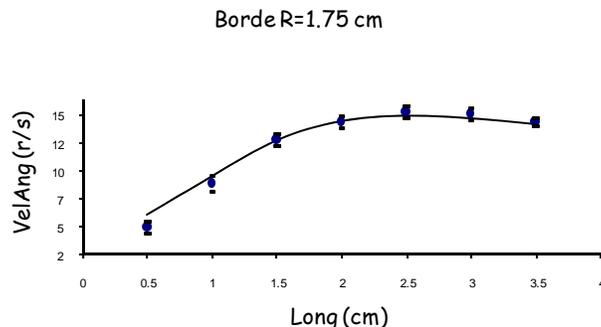
Para el caso de la orilla recta, en la figura 4, se muestra el comportamiento de los valores medidos y su comparación con los valores obtenidos al simular la caída de la tabla usada en éste trabajo. En éste caso los valores también muestran un buen acuerdo. Es de observarse que la velocidad angular máxima se da para la misma posición, con una magnitud del mismo orden.



**FIGURA 4.** Comparación del comportamiento de la velocidad angular de la tostada cuando cae desde una orilla recta con los datos obtenidos por IP. La velocidad angular máxima es  $12.3\pm 0.4$  r/s y se da cuando la tostada sobresale su centro de masa el 20% de su longitud.

#### Caso B: Orilla Redonda ( $R=1.75$ cm)

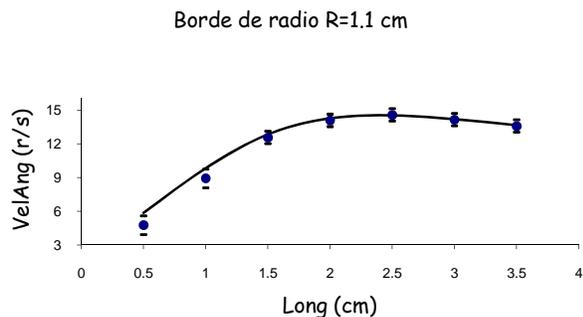
Para el caso de la orilla redonda con un radio similar a la dimensión del borde de una mesa, en la figura 5, se muestran graficados los valores experimentales y la comparación con los obtenidos de la solución numérica (simulación). Se observa que la velocidad máxima de la tabla se obtiene a aproximadamente 27% de su longitud. La velocidad angular máxima resultó ser mayor que el caso recto.



**FIGURA 5.** Comparación del comportamiento de la velocidad angular de la tostada cuando cae desde una orilla es redonda ( $R=1.75$  cm) con los datos obtenidos por IP. La velocidad angular máxima es 14.9 r/s y se da cuando la tostada sobresale su centro de masa el 27% de su longitud.

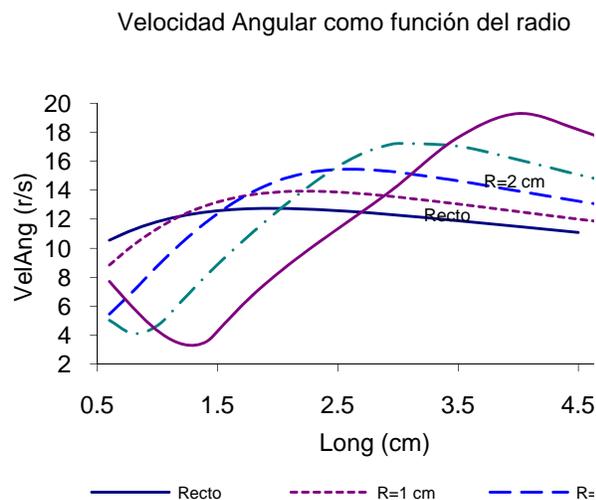
**Caso C: Orilla Redonda ( $R=1.1$  cm)**

Para el caso de la orilla redonda ( $R=1.1$  cm), en la figura 6, se muestra la comparación de los valores experimentales y los obtenidos de la solución numérica. Se encontró que la velocidad máxima de la tabla se obtiene aproximadamente al 25% de su longitud. Comparando con la velocidad angular del caso B, resultado ser menor pero mayor al caso recto o Caso A.



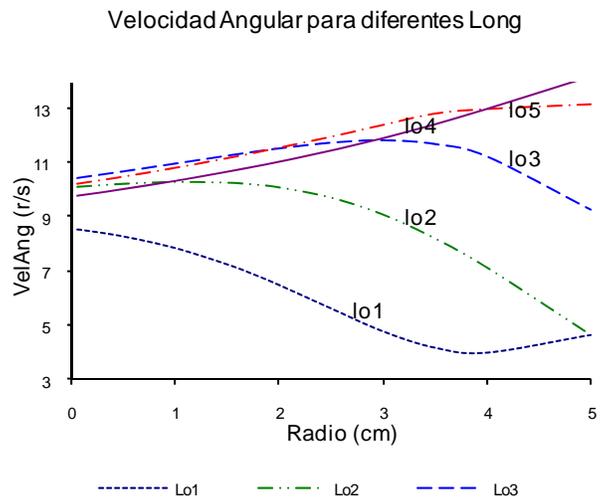
**FIGURA 5.** Comparación del comportamiento de la velocidad angular de la tostada cuando cae desde una orilla es redonda ( $R=1.1$  cm) con los datos obtenidos por IP. La velocidad angular máxima es 14.5 r/s y se da cuando la tostada sobresale su centro de masa el 25% de su longitud.

Con el objetivo de mostrar el efecto de la dimensión (radio) de la orilla en la velocidad angular en la figura 7, se muestra el comportamiento simulado para diferentes radios. Se obtiene que a medida que aumenta el radio del borde, la gráfica muestra que el comportamiento de la “tostada” es complejo, llegando a valores máximos y mínimos del mismo sistema.



**FIGURA 7.** Comportamiento de la velocidad angular de la tostada cuando cae desde diferente redondez de la orilla obtenidos con IP.

También, con el objetivo de mostrar el efecto en la velocidad angular para diferentes salientes  $l_0$  en la figura 8, se muestra el comportamiento simulado para diferentes posiciones iniciales. Se observa que a menor  $l_0$ , el efecto de la dimensión del borde es mayor.



**FIGURA 8.** Presentamos las predicciones del comportamiento de la velocidad angular de la tostada como función del radio de la orilla de la mesa, para diferentes distancias  $l_0$ : 1 se refiere a  $l_0 = 1$  cm., 2 a  $l_0 = 2$  cm., 3 a  $l_0 = 3$  cm., 4 a  $l_0 = 4$  cm. y 5 a  $l_0 = 5$  cm. En todos los casos se observa que la redondez afecta la velocidad angular, siendo mayor para cuando  $l_0$  es menor.

Con el fin de conocer el comportamiento de la tostada durante su contacto con la orilla, en la Tabla I, se muestran los valores obtenidos mediante la simulación de los sistemas estudiados. Se encontró que en promedio el 93%, 85% y el 80% de la velocidad final de la tostada se da mientras esta rotando, en los casos  $R=1.75$  cm,  $R=1.1$  cm y Recto, respectivamente. Es decir, que durante su rotación la velocidad aumenta más en el caso de una orilla redonda de mayor diámetro, lo cuál es consistente con el hecho de que logra mayor velocidad angular. Los valores de la orilla recta corresponden a los calculados con los datos reportados.

**TABLA I.** Velocidades angulares a las que la tostada llega al final de su rotación ( $V_{Rot}$  r/s) y durante su deslizamiento ( $V_{Des}$  r/s), en las orillas estudiadas.

$l_0$	$V_{Rot}(1.75)$	$V_{Des}(1.75)$	$V_{Rot}(1.1)$	$V_{Des}(1.1)$	$V_{Rot}Rec$	$V_{Res}Rec$
0.5	8.0	1.0	5.9	4.8	7.7	3.9
1.0	9.5	4.8	9.2	4.6	7.8	4.9
1.5	8.0	6.5	7.5	6.1	6.8	5.5
2.0	6.3	7.0	6.0	6.5	5.7	5.7

De la misma simulación en la Tabla II, se muestran los ángulos a los que llega la tostada durante su rotación y el realizado durante su deslizamiento. Se observa que a medida que aumenta la redondez de la orilla, la tostada gira un mayor ángulo que su giro durante su deslizamiento.

En el caso del perfil recto en promedio es un 6% menor durante su rotación.

**TABLA II.** Ángulos a los que la tostada gira durante su rotación (Rot) y durante su deslizamiento (Des), en las orillas estudiadas.

$l_0$	Rot1.75	Des1.75	Rot1.1	Des1.1	RotRef	DesRef
0.5	22	57	23	60	16	47.5
1.0	16	54	15	48	11	41
1.5	10	46	9	42	8	37
2.0	7	41	6	38	6	35

En general, se observa el efecto de la orilla de la mesa o la redondez de los dedos, son factores importantes en la posición en la que la tostada cae al piso. Los valores obtenidos de la simulación, son un indicador de la complejidad de la solución de la ecuación 10.

Según los rangos de las velocidades angulares, si la tostada cae desde la orilla de una mesa (0.7 m), caería boca a bajo; para  $\omega = 8.3$  r/s; en el caso de la orilla redonda ( $R=1.75$  cm), se logra cuando su centro de masa sobresale aproximadamente 1.5 cm; para  $R=1.1$  cm, será aproximadamente a 1 cm; para el caso de la orilla recta la tostada lo será cuando su centro de masa sobresalga 0.5 cm.

## V. CONCLUSIONES

Hemos podido estudiar un experimento simple y “fácil” de realizar, que analíticamente presenta gran complejidad, haciendo uso de la solución numérica (simulación). El experimento introduce al estudiante al planteamiento de las ecuaciones de movimiento, hacer uso de alternativas de solución; encontrar experimentalmente respuesta a sus preguntas.

En suma, se ha tratado un claro ejemplo de cómo las leyes de la mecánica se aplica a situaciones reales. Si bien, usamos una tabla para simular la tostada, fue claro para los

alumnos, que dentro del control de variables esta la resistencia del aire que afecta fuertemente el comportamiento del pan durante su caída.

Queda por estudiar el efecto del grosor de la tostada; esto corresponde al caso en el que la tostada lleva ensalada, carne u otros.

La enseñanza basada en **problemas-proyecto**, como la desarrollada en este artículo, centradas en actividades prácticas y cognoscitivas en la dirección científica, propicia el pensamiento reflexivo y creativo produciendo el desarrollo de estrategias metacognitivas, y la apropiación y aplicación del contenido de la enseñanza, creando las experiencias de aprendizaje significantes.

## VI. REFERENCIAS

- [1] Blake-Coleman, B., *It's Probably Murphy's Law*, <http://www.epemag.com/murphy.pdf> (1997) consultado el 3 de junio de 2008
- [2] Matthews, R. A. J., *Tumbling toast, Murphy's Law an the fundamental constants*, *European Journal of Physics* **16** (1995), p. 172
- [3] Matthews, R. A. J., *Testing Murphy's Law: urban myths as a source of school science projects*, *School Science Review* **83**, 302 (2001).
- [4] Stratmann, K. Gymnasium, L. und Mellert, V., *Das Toast-Problem oder Ist Materie bösartig?* <http://www.physikfuerkids.de/lab1/versuche/toast/TOAST.PDF>, (1999) consultado el 2 de junio de 2008.
- [5] Bacon, M. E., Heald, G. and James, M., *A closer look at tumbling toast*, *Am. J. Phys.* **69**, 38-43 (2001).
- [6] Interactive Physics 2000 (IP), MSC. Working Knowledge, 66 Bovet Road, Suite 200, San Mateo, CA 94402, United States, <http://www.interactivephysics.com>
- [7] AMSTEL Institute/CMA (Coach-5), Universiteit van Amsterdam, Kruislaan 404, 1098 SM Amsterdam, The Netherlands. <http://www.cma.science.uva.nl/index.html>