

Generación de experimentos a partir de problemas tradicionales



Eduardo E. Rodríguez, Pablo A. Nuñez y Maximiliano Véliz
*Instituto de Industria, Universidad Nacional de General Sarmiento,
J. M. Gutiérrez 1150, CP B1613GSV, Los Polvorines, Buenos Aires, Argentina.*

E-mail: erodrigu@ungs.edu.ar

(Recibido el 17 de Julio de 2009; aceptado el 13 de Septiembre de 2009)

Resumen

En este trabajo comentamos sobre la utilidad de generar experimentos a partir de problemas tradicionales que los alumnos resuelven en los cursos universitarios básicos de Física. Mostramos dos ejemplos del proceso de convertir un problema en experimento, los que pueden ser desarrollados en cursos de mecánica y electricidad. Se busca que cada problema y el experimento a que da lugar queden integrados en una misma unidad temática, de modo que esta delimitación ayude a mejorar la comprensión conceptual. Nuestra propuesta también puede servir para generar actividades que amplíen la variedad de experimentos disponibles.

Palabras clave: Resolución de problemas, modelado, experimentación.

Abstract

In this work we highlight the utility of doing experiments that have a root in traditional problems that the students usually solve in introductory Physics courses in the university. Two examples of converting a problem in an experiment are shown. They can be practiced in courses of mechanics and electricity. It is attempted that each problem and the corresponding derived experiment remain both integrated in the same conceptual frame, in order to this delimitation to help to improve conceptual understanding. Our approach can be also useful to generate activities that increase the stock of available experiments.

Keywords: Problem solving, modeling, experimentation.

PACS: 01.40.gb, 01.50.My, 01.50.Qb

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En los cursos universitarios de Física los alumnos resuelven ejercicios y problemas que los docentes proponen para orientar el aprendizaje de aquellos conceptos relevantes para la formación. Ciertos problemas propuestos en las guías de trabajos prácticos son tradicionales y se repiten año tras año, puesto que los docentes reconocen el aporte que brindan al proceso de construcción del conocimiento. [1] Sin embargo, algunas investigaciones sugieren que la resolución de problemas tradicionales tiene un efecto limitado sobre la comprensión conceptual. [2] Esto nos lleva a replantear el aprovechamiento que puede hacerse de esos problemas.

Hay un grupo de problemas usuales que merece consideración. Este grupo está compuesto por aquellos problemas que los alumnos resuelven y de los cuales pueden tomar sus soluciones como punto de partida para la experimentación. En tal caso, el problema puede transformarse en un modelo de trabajo [3] y el experimento quedar bien vinculado con las lecciones previas y la ejercitación.

Creemos que la proximidad temporal del experimento con la resolución analítica de un problema asociado es una característica que puede aprovecharse con eficacia. Nuestra percepción es que los alumnos parecen sentirse más cómodos con una actividad experimental realizada en un contexto temporal oportuno a sus necesidades de aprendizaje [4, 5]. Otra ventaja puede aparecer en torno a que la resolución de un problema y su inmediato estudio experimental permite a los alumnos generar sus propias hipótesis y ser ellos mismos quienes investiguen sus consecuencias. Por lo tanto, en una actividad conjunta como ésta podría favorecerse tanto el auto-aprendizaje como la comprensión conceptual de cada caso por parte del alumnado. [2]

En este trabajo presentamos el desarrollo de dos actividades que tienen como eje el esquema descrito. En cada caso hemos elegido un ejercicio de guías de trabajos prácticos vigentes, a los que consideramos aptos para desarrollar un vínculo rápido entre problema y experimento. Uno de los problemas es de estática y el otro, de conducción eléctrica. Cada problema tiene incorporado conceptos básicos de cada tema. El problema de estática está vinculado al empleo de la primera ley de Newton y al

aprendizaje y práctica del álgebra vectorial. El problema de conducción eléctrica trata con los conceptos de corriente, diferencia de potencial, resistencia, entre otros. Ambos problemas han sido practicados en el laboratorio de Física con alumnos de segundo año de carreras de ingeniería. Hemos elegido estos problemas porque permiten una adecuada conexión teórica-experimental que queda al alcance de las habilidades de cálculo y experimentales de los alumnos. En este sentido, uno de los objetivos de la implementación de este tipo de actividades es que éstas sirvan para propiciar y reforzar un conjunto de destrezas, tales como: la lectura crítica de una solución analítica, la elección de variables pertinentes, la materialización de un experimento a partir de una idea, el análisis de correlación entre teoría y experimento, entre otras posibilidades. [6].

Otra característica de las actividades experimentales que describimos es que pueden realizarse con elementos sencillos y de bajo costo que se encuentran usualmente en los laboratorios de enseñanza universitarios.

Por otra parte, la conversión de un problema tradicional en experimento puede resultar útil además para incrementar el número de experimentos disponibles.

En las secciones II y III presentamos cada problema por separado y en respectivas subsecciones el diseño experimental usado en cada caso, más los resultados que se obtienen.

II. PRIMER CASO: UN PROBLEMA DE ESTÁTICA

La Figura 1 muestra la formulación de un problema de estática. [7] Un cuerpo de peso P está sostenido por dos hilos de masa despreciable frente a la masa del cuerpo. Los hilos tienen las inclinaciones definidas por los ángulos θ_1 y θ_2 . El objetivo del problema es determinar las tensiones T_1 y T_2 en los hilos, ambas en función de los ángulos, y analizar casos particulares.

Para resolver el problema, el alumno recurre, tal como lo ha aprendido, a la primera ley de Newton: para un cuerpo en reposo en un marco de referencia inercial, la fuerza neta que actúa sobre él debe ser cero; además, el momento neto de torsión alrededor de cualquier punto debe ser nulo. En este caso, sólo basta con aplicar la primera condición y resolver un problema de equilibrio en dos dimensiones espaciales. Las ecuaciones del problema son:

$$T_2 \cos(\theta_2) - T_1 \cos(\theta_1) = 0, \quad (1)$$

$$T_1 \sin(\theta_1) + T_2 \sin(\theta_2) - T_3 = 0, \quad (2)$$

$$T_3 = P. \quad (3)$$

De estas ecuaciones, las tensiones T_1 y T_2 resultan:

$$T_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{\cos(\theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} P, \quad (4)$$

$$T_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{\cos(\theta_1)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} P. \quad (5)$$

Vemos que para un dado peso P las tensiones dependen de los dos ángulos. El análisis de estos resultados no es inmediato debido a la presencia de las funciones trigonométricas y es pertinente explorar el comportamiento de cada tensión mediante la representación gráfica de las soluciones (4) y (5) en función de los ángulos θ_1 y θ_2 .

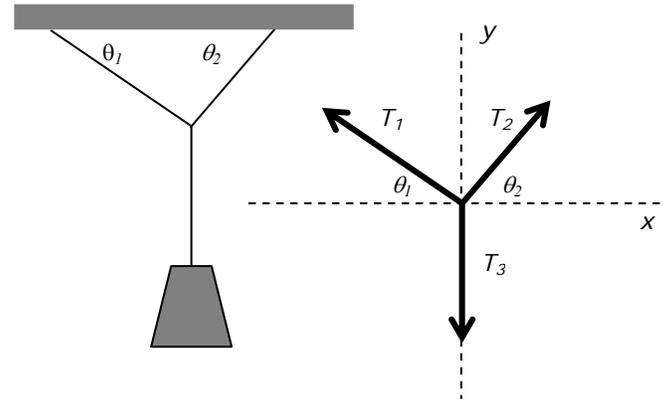


FIGURA 1. a) Un problema de estática típico de los primeros cursos de Física. b) Diagrama de fuerzas a considerar en un sistema de referencia x - y .

En nuestros cursos pedimos a los alumnos que representen a las funciones usando una planilla de cálculo. Al haber dos variables independientes, es conveniente fijar el valor de una de ellas, por ejemplo θ_1 . Este análisis es la antesala al diseño experimental, porque lleva a elegir los ángulos fijos θ_1 más apropiados para hacer el experimento. La elección de valores relevantes de θ_1 surge de la observación de los gráficos, y los valores que pueden fijarse son aquellos que determinen variaciones de T_1 y T_2 que sean cualitativamente distintas.

Queremos destacar que todo este proceso de análisis es útil para lograr que los alumnos vayan adaptándose paulatinamente a las circunstancias de: pasar del planteo del problema físico al cálculo algebraico; a partir del cálculo continuar con el análisis gráfico mediante el uso de una planilla; y del análisis gráfico empezar a diseñar el experimento mientras se evalúan por anticipado las implicaciones más salientes de la actividad experimental que va a desarrollarse. La elección de las variables es una de estas implicaciones, en el sentido que prever cuál o cuáles va a variarse y cuál o cuáles son convenientes mantener fijas forma parte de las primeras impresiones que pueden extraerse del análisis previo. Todo esto surge del análisis gráfico. De los gráficos, el alumno también puede obtener el rango de variación de las tensiones, por ejemplo, para decidir sobre los instrumentos necesarios para la medición de las fuerzas.

En nuestras clases los alumnos comparten sus propuestas experimentales en una breve discusión orientada por los docentes. Luego, durante el trabajo en equipo cada grupo tiene la libertad de realizar variantes que les parezcan apropiadas para lograr el objetivo de medir las tensiones T_1 y T_2 para distintas inclinaciones de los hilos.

A. Diseño experimental

En los experimentos que realizamos el sistema de tres fuerzas de la Figura 1b queda materializado usando como peso P una plomada de pescador de 0.295 kg, que se sostiene por medio de un clip a un hilo que queda vertical y que se une a otros dos hilos que quedan inclinados. Esos dos hilos se atan a dos dinamómetros idénticos colgados de los ángulos superiores de una pizarra. La pizarra sirve para las definiciones y anotaciones que los alumnos necesiten hacer: ángulos, catetos de triángulos, tabla de datos, marcas de posiciones de la plomada, etcétera. Cada dinamómetro utilizado aprecia 0.05 N.

La medición de los ángulos θ_1 y θ_2 puede hacerse directamente con un transportador o bien definiendo dos triángulos equiláteros cuyas hipotenusas son los hilos, de los cuales los ángulos se obtienen por la aplicación de funciones trigonométricas. En nuestro caso, elegimos la segunda opción. Todos los valores medidos se agrupan en una planilla de cálculo para el posterior tratamiento.

En cada experimento fijamos a la pizarra a uno de los dinamómetros usando cinta de papel engomada. El eje de este dinamómetro queda ubicado con una inclinación θ_1 respecto del marco horizontal de la pizarra. El cambio de posición de la plomada permite variar θ_2 . Para cada ángulo θ_2 medimos las escalas de los dinamómetros, que dan directamente el valor de las tensiones T_1 y T_2 . Antes de registrar los valores con los dinamómetros nos aseguramos

Generación de experimentos a partir de problemas tradicionales que éstos estén alineados con los hilos, para evitar de esta manera una lectura errónea correspondiente a una componente de la fuerza a medir y no su magnitud. Para lograr esa correcta alineación fuimos enrollando o desenrollando los hilos de los ganchos de los dinamómetros.

B. Resultados

Los gráficos de la Figura 2 muestran las tensiones T_1 y T_2 medidas como función del ángulo θ_2 , cuando el ángulo θ_1 se mantuvo fijo en $\theta_1 = 52^\circ$. Los símbolos corresponden a los datos experimentales y las líneas, a las funciones teóricas de las ecuaciones (4) y (5). El tamaño de los símbolos incluye a los errores de medición de cada variable. Nótese las distintas variaciones de las tensiones para este ángulo θ_1 elegido.

La Figura 3 corresponde a los resultados experimentales de las tensiones T_1 y T_2 como función del ángulo θ_2 , esta vez con $\theta_1 = 66^\circ$.

En ambos los casos, el alumno puede apreciar durante la práctica que sus deducciones han sido correctas y concuerdan con los experimentos. Este buen grado de acuerdo que se observa entre “su teoría” y “su experimento” sirve para brindar confianza al alumno en su trabajo y lo prepara positivamente para posteriores actividades más desafiantes del mismo curso.

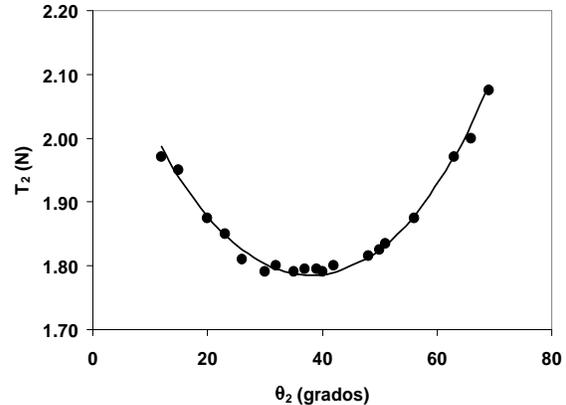
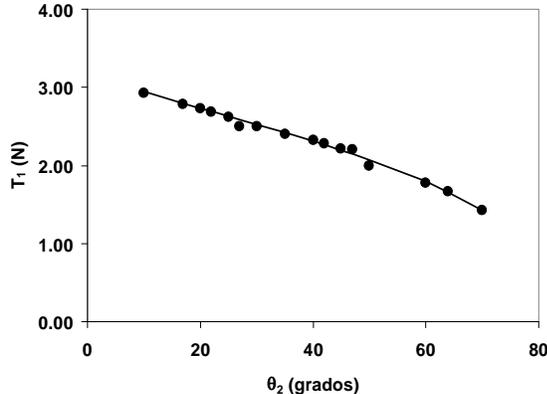


FIGURA 2. Tensiones T_1 (izquierda) y T_2 (derecha) para distintos ángulos θ_2 . El ángulo θ_1 se mantuvo fijo en 52° .

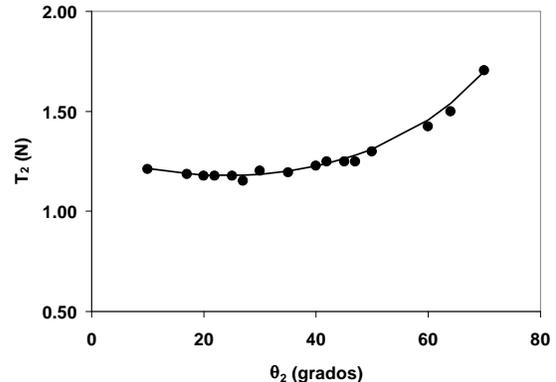
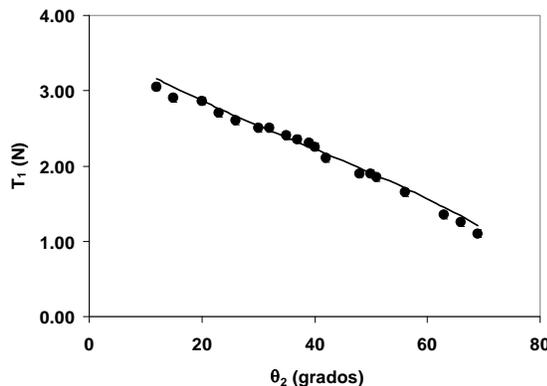


FIGURA 3. Tensiones T_1 (izquierda) y T_2 (derecha) para distintos ángulos θ_2 , con $\theta_1 = 66^\circ$.

III. SEGUNDO CASO: UN PROBLEMA DE CONDUCCIÓN ELÉCTRICA

La Figura 4a representa un conductor de largo L , espesor t y sección uniforme A , de un material de resistividad ρ . En este caso, la resistencia eléctrica R es proporcional al largo L del conductor e inversamente proporcional al área A de la sección transversal, con la resistividad como constante de proporcionalidad: [7]

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (7)$$

¿Cuál es la resistencia longitudinal de la muestra triangular de sección uniforme de la Figura 4b?

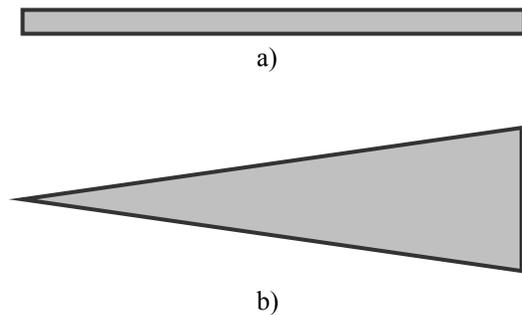


FIGURA 4. a) Muestra de sección uniforme. b) Muestra triangular.

En este problema el modelado es central al desarrollo de la actividad. Consideremos una muestra conductora de forma de triangular de apertura 2θ , a la que aplicamos una diferencia de potencial ΔV usando dos electrodos. Supongamos que un electrodo pequeño se coloca en el vértice A y otro, en forma de arco BB' de radio r , delimita la muestra.

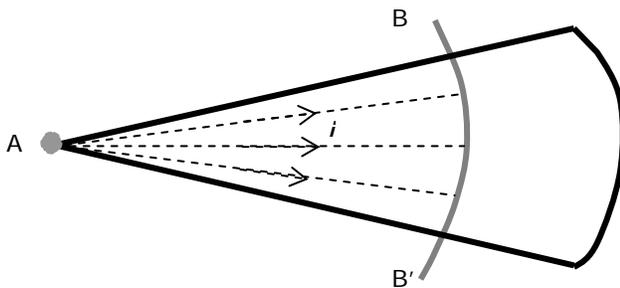


FIGURA 5. Muestra de espesor uniforme a la que se aplica una diferencia de potencial ΔV entre A y BB' . La apertura angular es 2θ .

La corriente radial que circula a través de la muestra entre los electrodos se muestra esquemáticamente en la Figura 5. Esta corriente puede expresarse como la integral del producto escalar entre la densidad de corriente j y el elemento de sección dS que ésta atraviesa, es decir:

$$i = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}, \quad (8)$$

donde

$$\vec{j} = j_r \hat{r} \quad (9)$$

y

$$d\vec{S} = dS_r \hat{r}. \quad (10)$$

Resolviendo (8) obtenemos:

$$i = 2j_r \theta t r. \quad (11)$$

Podemos expresar a la densidad de corriente como

$$j_r = \frac{i}{2\theta t r}. \quad (12)$$

Por su parte, al campo eléctrico E lo expresamos como

$$\vec{E} = \rho \vec{j}. \quad (13)$$

Para calcular la diferencia de potencial ΔV entre los electrodos usamos

$$\Delta V = \int_b^r \vec{E} \cdot d\vec{r}, \quad (14)$$

que podemos escribir, reemplazando a E , como:

$$\Delta V = \int_b^r \rho \frac{i}{2\theta t r} dr. \quad (15)$$

Nótese que en el caso ideal de un electrodo puntual ubicado en el vértice de la muestra, el límite inferior de integración es $x = 0$, lo que provoca una divergencia en el resultado. Este punto es interesante de considerar puesto que la diferencia de potencial es finita, de la misma manera que lo es la resistencia que se mide. Observamos que en el experimento real, el tamaño del electrodo es finito y pone un corte al límite inferior en un valor $x = b$, siendo b el tamaño típico del contacto electrodo-muestra. Con esto, la diferencia de potencial es:

$$\Delta V = \frac{\rho i}{2\theta t} \ln\left(\frac{r}{b}\right). \quad (16)$$

Finalmente, la resistencia $R = \Delta V/i$ es:

$$R = \frac{\rho}{2\theta t} \ln\left(\frac{r}{b}\right). \quad (17)$$

En particular, si trabajamos con muestras con formas de triángulos isósceles con valores pequeños de θ , se cumple que $\tan(\theta) \approx \theta$, con lo cual la recta correspondiente al lado AB (ver Figura 5) posee una pendiente m tal que $m \approx \theta$.

Además, $r = \sqrt{x^2 + y^2} \approx x$, por lo que la expresión (17) puede escribirse aproximadamente como:

$$R(x) = \frac{\rho}{2 m t} (\ln x - \ln b). \quad (18)$$

La ecuación (18) indica la variación de la resistencia y puede ponerse a prueba mediante un experimento sencillo. Por otra parte, si θ es pequeño el diseño experimental puede simplificarse usándose electrodos rectos en vez de curvos.

A. Diseño experimental

Para los experimentos usamos muestras hechas de papel metalizado de la firma Leybold, aunque también podría usarse muestras impresas con tinta conductora de una impresora de chorro de tinta. [8]

Cada muestra de papel conductor se recorta con una tijera y se coloca sobre un cartón duro. La muestra se conecta luego a dos electrodos metálicos construidos con alambre acerado de 1 mm de diámetro, uno de ellos de unos 50 mm de longitud, un poco más largo que el máximo ancho de la muestra (Figura 6). Para medir la resistencia usamos un multímetro digital de 3 ½ dígitos en la opción de ohmímetro. En las mediciones un electrodo queda fijo apretando un vértice de la muestra y el otro se va desplazando a intervalos regulares de 1 cm de longitud de manera de obtener la resistencia R correspondiente a cada longitud x . La medición de resistencia no ofrece dificultad dado que el espesor de la capa conductora es muy fino (que estimamos del orden de 0.1 mm) lo que resulta en valores entre 10 Ω y 1000 Ω .

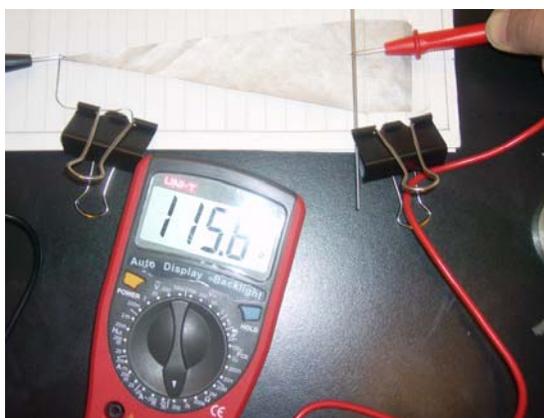


FIGURA 6. Diseño experimental del experimento de conducción eléctrica.

B. Resultados

Los resultados para una muestra triangular se muestran en la Figura 7. Se observa un muy buen ajuste de la función (16) a los datos experimentales. De los parámetros del

Generación de experimentos a partir de problemas tradicionales ajuste puede obtenerse el cociente ρ/t que caracteriza al papel conductor usado: $\rho/t = (5.6 \pm 0.7) \Omega$.

Los datos también pueden analizarse en una versión lineal de la representación gráfica, como se ve en la Figura 8, donde R está en función del logaritmo natural de la posición x que define el largo de la muestra.

Aunque no es un objetivo central de estas actividades encontrar el valor preciso de ρ/t , que puede variar de muestra a muestra, sí consideramos instructivo mostrar cómo se pueden obtener parámetros relevantes a partir de los resultados de un ajuste de datos. Así, el valor de corte b puede obtenerse de la ordenada al origen en conjunto con el valor de la pendiente de la recta de la Figura 8. De los resultados de la Figura 8 obtenemos $b \approx 1$ mm, en correspondencia con el tamaño efectivo del contacto electrodo-muestra.

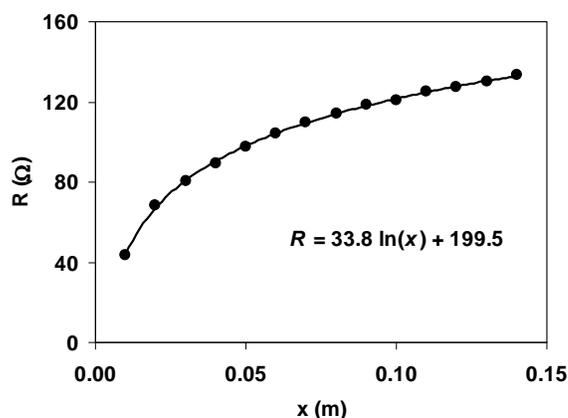


FIGURA 7. Resistencia longitudinal de un triángulo de 0.025 m de base y una altura de 0.15 m.

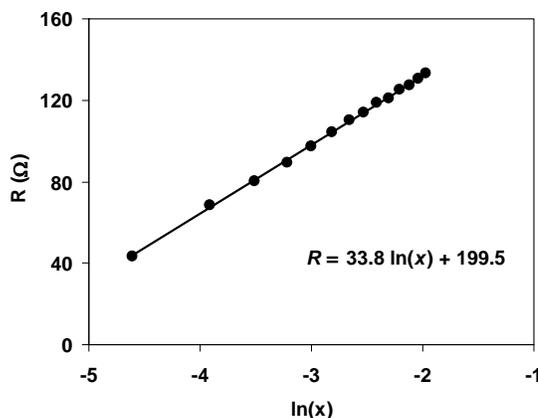


FIGURA 8. Resistencia en función del $\ln(x)$.

IV. CONCLUSIONES

Hemos presentado dos ejemplos de experimentos que tienen su origen en problemas tradicionales y que pueden ser instructivos para los cursos de Física. Durante la práctica de estas actividades con alumnos en diferentes etapas de la formación, de diferentes carreras y facultades, hemos observado como hecho común la aceptación que

manifiestan por esta modalidad de trabajo. En nuestra apreciación, la inmediatez de la práctica experimental fundamentada en cálculos propios parece ser decisiva para despertar interés y pertenencia por la labor realizada.

Los experimentos mostrados son sencillos y tratan con problemas específicos. Si estos experimentos se ubican adecuadamente en cada curso donde son practicados, se puede trabajar sobre la base del propio estado de conocimiento que el alumno tenga del tema. Desde luego, no es difícil encontrar problemas de otras ramas de la Física que puedan dar lugar a experimentación como en los casos expuestos.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con apoyo del proyecto UNGS-IDEI 30/4019.

REFERENCIAS

[1] Sabella, M. S. and Redish, E. F., *Knowledge organization and activation in physics problem solving*, Am. J. Phys. **75**, 1017 (2007).

[2] Kim, E. and Pak, S., *Students do not overcome conceptual difficulties after solving 1000 traditional problems*, Am. J. Phys. **70**, 759 (2002).

[3] Buteler, L. y Gangoso, Z., *La resolución de problemas en Física y su relación con el enunciado*, Revista de Enseñanza de la Física (Córdoba) **16**, 5 (2003).

[4] Hoellwarth, Ch., Moelter, M. J. and Knight, R. D., *Grading student problem solutions: Then challenge of sending a consistent message*, Am. J. Phys. **73**, 459 (2005).

[5] Petrucci, D., Ure, J. y Salomone, H. D., *Cómo ven los trabajos prácticos de laboratorio de física los estudiantes universitarios*, Revista de Enseñanza de la Física (Rosario) **19**, 7 (2006).

[6] Gil, S. y Rodríguez, E. E., *Física re-Creativa: Experimentos de Física usando nuevas tecnologías* (Prentice Hall, Buenos Aires, 2001).

[7] Sears, F., Zemansky, M., Young, H. y Fredman, R., *Física universitaria, Vol. 2* (Pearson Educación, undécima edición, México, 2005).

[8] Gervasi, A. M. y Seino, V. *Ley de Ohm y dependencia de la resistencia con la geometría del conductor*, (2002). Red Creativa de Ciencia (Argentina):

<http://www.cienciaredcreativa.org/informes/electricidad2.pdf>. Consultado el 10 de julio de 2009.