

Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de la caída libre



Manuel Alonso Sánchez

IES "Leonardo Da Vinci" de Alicante, C/Baronia de Polop 12, Alicante, España.

E-mail: manuelalonso@inicia.es

(Recibido el 6 de Julio de 2011; aceptado el 24 de Septiembre de 2011)

Resumen

Se presentan siete cuestiones sobre la caída libre. Su desarrollo incluye breves experiencias, experimentos asistidos por sensores y experimentos analizados con animaciones informáticas *Modellus* de elaboración propia. Estos aportes se han extraído de una propuesta de enseñanza-aprendizaje para 1º Bachillerato que quiere contribuir a un aprendizaje sólido de la mecánica newtoniana. Al considerar que pueden resultar interesantes a un público más genérico, los presentamos en el concurso Ciencia en Acción 2010. Cuatro alumnos de Bachillerato realizaron allí las actividades y obtuvieron una Mención de Honor del Jurado.

Palabras clave: Caída libre; demostraciones experimentales; sensores; animaciones; síntesis newtoniana.

Abstract

Seven questions about free fall are introduced here. In order to develop them short experiences, experiments carried out with a movement sensor, and others analyzed with applets are showed. These developments have been extracted from a teaching-learning proposal in 1st year "Bachillerato". This proposal wants to contribute to students' solid learning of Newtonian mechanics. 4 students carried out these demonstrations in Science on Stage 2010 contest and where awarded by the jury.

Keywords: Free fall, experimental demonstrations, sensors, *applets*, Newtonian mechanics.

PACS: 01.50.Lc, 01.50.Pa, 01.40.gb, 01.40.ek, 04.80.-y, 07.05.-Tp,

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En sus escritos sobre cosmología, Aristóteles, considerado el más grande filósofo de la Antigüedad, había dividido el Universo en dos mundos radicalmente distintos (el celeste y el terrestre), cada uno de los cuales debía ser objeto de una ciencia diferente. En el mundo terrestre los objetos parecían tender al reposo, si eran sólidos caían hacia la Tierra, y se consideraba necesario ejercer fuerza sobre ellos para ponerlos y/o para mantenerlos en movimiento. En cambio, en el mundo celeste los objetos como "el Sol, la Luna y las estrellas se movían por sí mismos en círculos suaves y uniformes alrededor de la Tierra" [1]. Entre los siglos XIII y XV, los escritos de Aristóteles, traducidos, se introdujeron en la escolástica y se enseñaron en las universidades, recientemente creadas, de toda Europa. Ello contribuyó a que en ese periodo imperara esta visión científico-cosmológica aristotélica.

Uno de los grandes avances de la revolución científica, que se consolida en el siglo XVII con la formulación de la síntesis newtoniana, fue superar esta separación radical entre Cielo y Tierra y plantear leyes de carácter universal, como la ley de gravitación y los principios de la dinámica clásica. Aquí juega un papel destacado una comprensión profunda del movimiento de caída libre, que se llega a

concebir en un sentido amplio, según el cual se pueden aceptar también como movimientos de caída libre el tiro horizontal y las trayectorias orbitales y supra-orbitales [2, 3, 4].

Por todo ello pensamos que un estudio detallado del problema de la caída libre puede contribuir a que los alumnos se apropien mejor de las bases de la mecánica newtoniana. Es un problema crucial desde el punto de vista histórico, y además requiere que se traten algunos aspectos clave de la dinámica, como, entre otros, los conceptos de masa inercial y masa gravitatoria, la consideración del papel del rozamiento o de su ausencia en la caída y la hipótesis de Galileo sobre el tiro horizontal. Este tratamiento es requerido para evitar que esos aspectos clave, pero difíciles, se puedan convertir en obstáculo a un avance sólido de los estudiantes [5].

Adicionalmente pensamos que una aproximación amable y tentativa hacia algunos de estos conocimientos puede ser atractiva para un público más amplio. Nos planteamos el reto de hacer pensar a las personas interesadas sobre algunos de los aspectos clave mencionados, de proponerles cuestiones que les ayuden a avanzar hacia ellos y de promover su participación en la recreación de experiencias, razonamientos, etc., que les puedan ayudar a avanzar sobre dichas cuestiones.

Estos fueron algunos de los objetivos del presente trabajo, que se concretó mediante siete desarrollos (realizados en tono de divulgación) alrededor del tema de caída libre, y basados a su vez en una propuesta global de enseñanza-aprendizaje sobre la mecánica newtoniana en el nivel de bachillerato. Los desarrollos incluyen breves experiencias, el uso de razonamientos que se quieren hacer accesibles al público menos formado y el uso de algunas animaciones informáticas de elaboración propia. Una vez preparados, nos animamos a presentarlos en el concurso científico Ciencia en Acción 2010. Cuatro alumnos realizaron las actividades (bien conocidas por ellos a través de la clase ordinaria) a las personas que se mostraron interesadas.

II. DESARROLLO DE LAS SIETE CUESTIONES

Ya hemos dicho que los desarrollos que se van a relatar se basan en una propuesta global de enseñanza-aprendizaje sobre la mecánica newtoniana en bachillerato. Los materiales que componen esta propuesta (anexo I) se enmarcan en un modelo de enseñanza-aprendizaje de la Física por investigación [6, 7] e incluyen programas-guía de actividades para desarrollar de forma tentativa, pero bien estructurada, los temas en clase [8, 9, 10], problemas abiertos realizados en el aula como investigación [11], trabajos experimentales que usan tecnología moderna [12, 13, 14, 15] y un conjunto de materiales de refuerzo y ampliación variados, como, entre otros, documentos textuales, animaciones *Modellus* [16], pequeños clips de video, etc. Este conjunto de materiales está disponibles en el apartado dedicado a la mecánica newtoniana de la página Web del Departamento de Física y Química del IES “Leonardo da Vinci” de Alicante [17], donde se exponen los temas en formato digital y se pueden descargar todos los documentos textuales, las animaciones y archivos informáticos con los resultados experimentales.

Evidentemente, aunque los experimentos, las animaciones y otras actividades que vamos a relatar, se han extraído de este conjunto, sólo adquieren pleno sentido, cuando se desarrollan en el lugar y momento que procede dentro de clase, mientras que aquí, al mostrarse separados del resto de actividades de enseñanza-aprendizaje, adolecen de importantes limitaciones, de las que debe estar advertido el lector. Por ejemplo, se echará de menos el tratamiento cuidadoso de algunos conceptos esenciales para el entendimiento pleno de algunas de las cuestiones tratadas, se advertirá la necesidad de complementar lo expuesto con ejercicios y/o con el abordaje de problemas relevantes, etc. Para suplir estas carencias y adquirir una visión más ajustada de la propuesta de enseñanza, se ofrecen (anexo I) vínculos al programa de actividades y al conjunto de materiales complementarios (animaciones, trabajos experimentales, etc.) a través de los cuales se vienen tratando en clase los contenidos.

Una vez advertidas estas limitaciones, pasamos ahora a comentar las siete “cuestiones”.

1. ¿Qué cae antes, una bola de acero o una de plástico o de papel?

El objetivo de este punto es contribuir a que se tome conciencia de los conceptos de masa inercial y masa gravitatoria en el problema de la caída libre [18, 19]. A quienes participan en la actividad se les propone que empiecen colgando dos bolas del mismo volumen y diferente masa (una de acero y otra de plástico) de dos muelles idénticos. Así comprueban que la bola de acero estira mucho más el muelle (Fig. 1, derecha). En la posición de equilibrio el peso de la bola se iguala con la fuerza de recuperación del muelle, de modo que el resultado de esta experiencia indica que Tierra atrae con una fuerza mayor a la bola de mayor masa (gravitatoria). Por ello se tiende a esperar de forma espontánea que dicha bola (acero) también caerá con una aceleración mayor que la otra (plástico). Después de hacer estas reflexiones, pedimos a los participantes que suelten ambas bolas simultáneamente y comprueben que, en contra de esta expectativa, sus impactos con el suelo son prácticamente simultáneos. Tras aclarar que experimentos más precisos, que se realizaran en ausencia de rozamiento, mostrarían que ambas bolas caen con la misma aceleración, queda planteada la siguiente cuestión: ¿Por qué dos objetos de masa muy diferente (la bola de acero y la bola de plástico) tienen la misma la aceleración de caída, a pesar de que la Tierra atrae con una fuerza mucho mayor al objeto de mayor masa (bola de acero)?



FIGURA 1. Montajes para plantear los conceptos de masa inercial y masa gravitatoria.

Para arrojar luz sobre esta cuestión planteamos otra actividad intentando poner en evidencia la influencia de la

masa (inercial) en la aceleración de las bolas. Como pone de manifiesto la segunda ley de Newton ($F_{res}=m_i \cdot a$) si se aplica una misma fuerza a cada bola, ambas acelerarán y podremos comparar dichas aceleraciones para extraer consecuencias acerca de la influencia de la masa (inercial). Una experiencia de este tipo consiste en conectar a cada a cada bola una cuerda, que cuelga por el borde de la mesa, y al otro extremo de ella, colgar un soporte al que se le pueden añadir pesas (Fig. 1, izquierda). En esta disposición, la Tierra atrae al soporte, el soporte tira de la cuerda y ésta, a su vez, tira de la bola. Con este montaje, los participantes comprueban que se necesita colocar un número mayor de pesas al soporte que tira de la bola de acero para que tenga la misma aceleración que la bola de plástico. Es importante advertir aquí que en el experimento interviene, además de la masa inercial, la masa gravitatoria, debido a la presencia del rozamiento. La fuerza de rozamiento al deslizamiento de la bola es proporcional a su masa (gravitatoria) ($f_r = \mu m_g g$), de forma que la aceleración no es $a = F/m_i$ (F es la fuerza ejercida por la cuerda) sino $a = (F - f_r)/m_i = (F - \mu m_g g)/m_i$. Con todo, la experiencia cumple el objetivo de poner en evidencia la influencia de la masa inercial en la aceleración.

Así, podemos concluir que, por una parte, la Tierra atrae con mayor intensidad a los cuerpos de mayor masa (gravitatoria). Pero también que, por otro lado, a los cuerpos de mayor masa (inercial), les cuesta más acelerar. Cuando, en ausencia de rozamiento o siendo éste despreciable, se dejan caer simultáneamente dos cuerpos de masa distinta, ambos conceptos influyen y, podemos informar a los participantes de que lo hacen de tal forma que la masa inercial (m_i) y la masa gravitatoria (m_g) se compensan en el cálculo de la aceleración ($a = m_g g / m_i$), lo que explica por qué caen igual.

2. Obtención de g en el movimiento de caída de una pelotita, con ayuda de una animación *Modellus*

Este experimento se inicia con la filmación del movimiento de caída de la pelotita. El dispositivo experimental incluye la señalización de una altura de referencia, que quedará registrada en el video (para ello, hacemos dos marcas en un papel colocado en la pared). El participante deja caer la pelotita con dicha pared al fondo y de forma que sea bien visible a la cámara, desde la que filmamos la caída. Después de obtener el video, lo preparamos para que se pueda volcar sobre una página del programa *Modellus* [20]. Con un programa libre de tratamiento de videos lo convertimos a formato Avi y con otro (por ejemplo, *Virtualdub*) cortamos el pedazo correspondiente a la caída.

El siguiente paso es diseñar la animación. El programa *Modellus*, ofrece una herramienta de medida que nos permite establecer la equivalencia entre *pixels* y m , usando el dato conocido de la altura del lanzamiento. Obtenida esta equivalencia, escribimos, en una ventana del programa reservada al modelo físico-matemático, las ecuaciones teóricas del movimiento de caída. Finalmente, usamos las opciones de animación que también ofrece el programa para colocar en la pantalla una partícula o pelotita virtual

Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de la caída libre (que evolucionará siguiendo esas ecuaciones) y la representación gráfica de su movimiento.

El objetivo final de este proceso es utilizar la animación resultante (Fig. 2) para analizar la concordancia entre el movimiento que predicen las leyes (pelotita virtual) y el movimiento de la pelotita real filmado en el video. Para ello, terminamos de diseñar dicha animación incorporando a la pantalla un cursor que permite variar el valor de g (el usuario podrá modificarlo y comprobar cuál es el mejor valor para lograr esa concordancia).

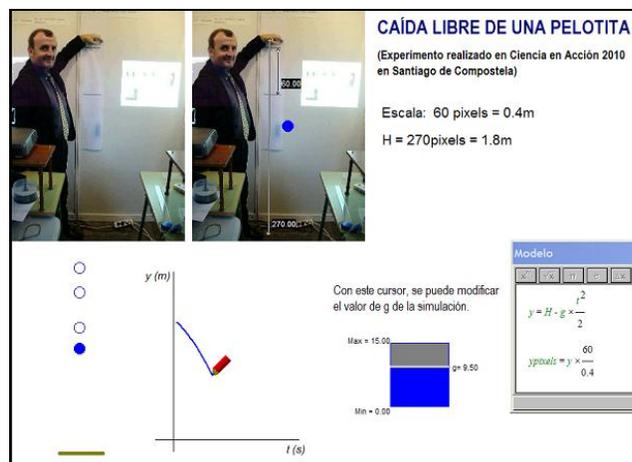


FIGURA 2. Animación *Modellus* que analiza el experimento de la caída de una pelotita.

Conviene advertir de que el error estimado al usar la herramienta de medida del programa y cortar el video puede llegar a ser de hasta un 15-20%. Sin embargo, el objetivo de este experimento no es obtener un valor muy preciso de g (esto se hará en la actividad siguiente) sino comprobar que el movimiento es uniformemente acelerado y que el valor de g obtenido por este procedimiento es bastante próximo al teórico. Estos dos extremos se comprueban de forma más que aceptable (se obtienen valores de g entre $9-10\text{ms}^{-2}$) y produce enorme satisfacción a quien participa en la re-creación de la animación ver que se constatan estos resultados mediante una animación que esa misma persona protagoniza. Además de “salir en la foto” y poder llevarse de recuerdo la animación (lo que ya resulta bastante motivador), si la persona tiene un nivel de conocimientos a partir de 1º de bachillerato, también puede escribir el modelo físico-matemático (es decir, las leyes del movimiento de caída) de la animación, modificar los parámetros, etc.

3. ¿Cómo influye el rozamiento en la caída libre?

Para iniciar las actividades sobre la influencia que tiene el rozamiento en la caída libre, planteamos un experimento en el que los participantes dejan caer un recipiente de plástico (o solamente su tapa) sobre un sensor de posición, desde una altura aproximada de 1.5m .

Utilizamos el software del sensor (programa *DataStudio*) para seleccionar los valores registrados que corresponden a la caída y mostrar sobre la gráfica de la posición el resultado de un ajuste cuadrático. Interesa aplicar este ajuste porque se prevé un movimiento de caída uniformemente acelerado, con lo que la posición debería ser proporcional al cuadrado del tiempo (siendo el coeficiente correspondiente igual a la mitad de la aceleración). Hechas estas operaciones, las conclusiones más interesantes se obtienen limitando el ajuste al primer tramo de la caída. Así se observa con mucha claridad que los puntos no seleccionados se van separando cada vez más de la gráfica que corresponde al primer tramo del movimiento, lo que indica que al ir aumentando su velocidad, el cuerpo cae cada vez con menos aceleración. Esto pone en evidencia que el aire está frenando la caída y que lo hace con mayor intensidad cuanto más rápido cae el objeto (Fig. 3).

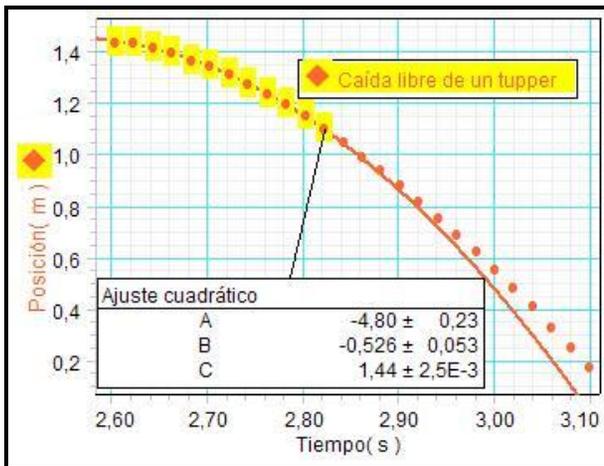


FIGURA 3. Gráfica experimental de la caída de un recipiente de plástico. Denota un aumento paulatino del rozamiento.

Para asentar este concepto podemos comentar algunas experiencias cotidianas que muestran esta dependencia de la fuerza de rozamiento a la penetración en un fluido con la velocidad, como, por ejemplo, las que tenemos cuando montamos en bicicleta, donde cuanto más deprisa pedaleamos, mayor es la fuerza del aire que se opone a nuestro avance. También podemos proponer a los participantes que dejen caer otros objetos para los que la fuerza de rozamiento es más apreciable (por ejemplo, una base de plástico blanco, un filtro de café, envoltorios de magdalena). Al comparar las distintas gráficas, se constata que en todos los casos se produce la desviación observada en la primera experiencia y de forma más acusada cuando menor es la masa y/o la densidad del objeto (más próxima a la del aire) y mayor es la superficie de contacto (en la página Web se pueden descargar un buen número de resultados experimentales de este tipo realizados por los alumnos).

Una vez, que los participantes aprecian que la fuerza de rozamiento ejercida por el aire aumenta al aumentar la

velocidad del cuerpo a lo largo de la caída libre, es momento de pensar que esta fuerza debe crecer paulatinamente a lo largo de ella y, por tanto, tendría que llegar un momento en que el cuerpo alcanzara una velocidad límite y dejara de acelerar. Para comprobarlo animamos a los participantes a manipular una simulación *Modellus*, cuyo modelo físico-matemático son las ecuaciones de la caída libre, pero incorporando una fuerza de rozamiento dependiente de la velocidad [21, 22]. En la pantalla de dicha animación hemos colocado un cursor que permite modificar el valor del coeficiente, k , entre la fuerza de rozamiento y la función de la velocidad (probamos con $f_r = K \cdot v$ y con $f_r = K \cdot v^2$) e igualamos inicialmente dicho coeficiente a cero. Así, la fuerza de rozamiento también es cero, el movimiento de caída es uniformemente acelerado y, durante la caída, la animación dibuja una gráfica de la velocidad respecto del tiempo correspondiente a una relación lineal. Después de comprobar esto, los participantes prueban otros valores del coeficiente y observan que la gráfica muestra la tendencia a alcanzar una velocidad límite y que ésta se alcanza antes cuanto mayor sea el coeficiente (Fig. 4).

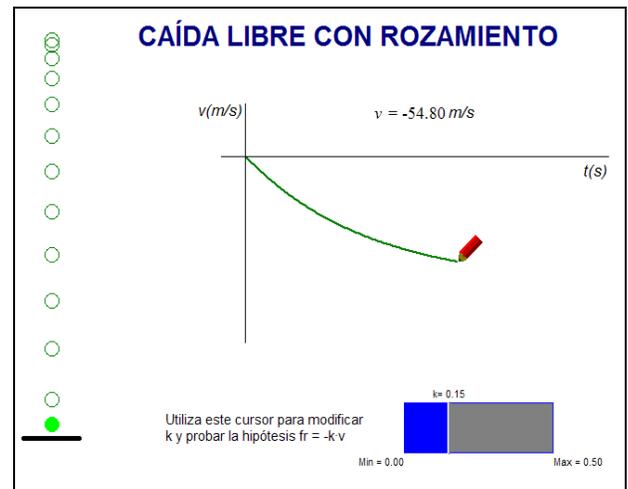


FIGURA 4. Animación para estudiar la caída con rozamiento.

Para ampliar el estudio, los participantes realizan otro experimento más, en el que dejan caer sobre el sensor de movimiento un cuerpo que alcanza más rápidamente la velocidad límite en el seno del aire (por ejemplo, una base de corcho blanco). Ahora interesa analizar la gráfica de la velocidad y ajustar la velocidad de caída a la función que obtendríamos como “solución” de la ecuación diferencial del movimiento, después de considerar que interviene el rozamiento. Informamos a los participantes de que cumple esta condición una función proporcional a e^{-Kt} y ellos pueden comprobar que se obtiene una gráfica experimental similar a la de la simulación anterior (Fig. 5).

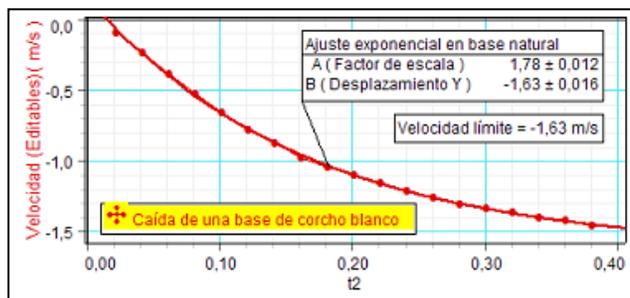


FIGURA 5. Gráfica experimental de la velocidad de caída de una base de corcho. En este caso, la velocidad límite es 1.63m/s.

Como complemento a estas actividades podemos plantear por qué son necesarios los paracaídas, puesto que, al caer, las personas también alcanzan una velocidad límite. Para mostrarlo, enseñamos otra animación *Modellus* que simula la caída en el aire de una persona y en la que hemos incorporado también una representación a lo largo de la caída de las dos fuerzas que intervienen (en sentidos opuestos): el peso (constante) y la fuerza de rozamiento (variable). Los participantes pueden comprobar que la aceleración en cada instante es consecuencia del resultado de la competición entre estas dos fuerzas y se hace nula (el cuerpo alcanza la velocidad límite) cuando la fuerza de rozamiento iguala al peso. En la caída de una persona esto sucede cuando la velocidad ya es demasiado elevada (del orden de 50-60m/s) y, en consecuencia, al llegar al suelo con esa velocidad un ser humano, el impacto es, casi seguro, mortal. Por eso se precisa un paracaídas, que también incorporamos a la animación, abriéndose después de haberse alcanzado la velocidad límite. El paracaídas aumenta repentinamente el área sobre la que se ejerce la fuerza de rozamiento y así se consigue una disminución brusca de la velocidad, adecuada para que el impacto de la persona contra el suelo sea más moderado (Fig. 6).

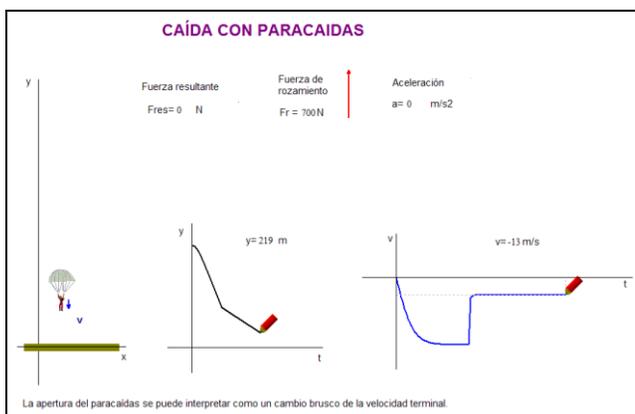


FIGURA 6. Animación *Modellus* que simula una caída con paracaídas.

En relación con la velocidad límite también podemos referirnos al escaso daño que pueden producir las gotas de

Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de la caída libre lluvia, frente al daño considerable que producen las gotas de granizo. También puede ser interesante conocer otro asunto curioso relacionado con este concepto, como, es el estudio de las posturas que adoptan los gatos al caer y cómo éstas afectan a su velocidad límite de caída.

4. ¿Por qué algunos cuerpos caen “muy lento” desde el principio y otros incluso ascienden?

Después de las actividades realizadas en el punto anterior algunos participantes intuyen que algunos cuerpos, como por ejemplo, una pelusilla, caen con una aceleración pequeña, incluso al inicio de la caída, cuando su velocidad todavía es muy pequeña y, por tanto, la fuerza de rozamiento no tiene por qué ser muy grande. Ello se debe a que además de la fuerza de la gravedad y la fuerza de rozamiento, sobre los objetos se ejerce otra fuerza de sentido ascendente (el empuje), causada por estar “sumergidos” en la atmósfera. Nos parece conveniente mostrar la influencia del empuje en la caída libre, donde, por el hecho de que los cuerpos descienden, es frecuente que pase desapercibido o, simplemente, se crea que no existe [23]. Lógicamente a ello contribuye el hecho de que en muchas situaciones, el empuje ejercido por el aire resulta realmente insignificante, puesto que los cuerpos tienen una densidad muy superior a éste.

La fuerza de empuje fue propuesta por Arquímedes. Cuenta la leyenda que dándose un baño se dio cuenta de que podía medir el volumen de un cuerpo en base al agua desplazada al sumergirlo. La leyenda hace poca justicia a la profundidad y complejidad de los estudios de Arquímedes sobre hidrostática, recogidos en su tratado “sobre los cuerpos flotantes” donde, no sólo concibió el concepto de que la fuerza de empuje es igual al peso del fluido desalojado (y, por tanto, depende de la densidad de dicho fluido), sino que también abordó aspectos tecnológicos en relación con el problema de la flotación, objetivo principal del trabajo (por ejemplo, estudió diferentes paraboloides y diferenció soluciones estables e inestables al problema de la flotación de los barcos en base a la densidad y un factor de forma).

Como el peso y el empuje se dirigen en sentidos opuestos, y, para un volumen determinado, la fuerza peso depende de la densidad del cuerpo que cae, el efecto del empuje sobre el movimiento de caída es tanto mayor, cuanto mayor sea la densidad del fluido en comparación con la del objeto, y el objeto puede ascender, en lugar de caer, si la densidad del fluido supera a la de dicho objeto. Así se explica, por ejemplo, que un globo inflado con helio asciende en el aire, como también asciende por la misma razón un bloque de madera en el agua.

Para mostrar una consecuencia de estos conceptos, invitamos a los participantes a realizar un experimento semejante al de la caída de la pelotita, que, en este caso, estudia la caída de una bola de un material plástico (de densidad algo superior, pero muy próxima a la del agua) dentro de una probeta llena de agua. La bola se deja caer de forma que sea bien visible a la cámara y el dispositivo experimental incluye la toma de una medición de altura de

referencia que queda registrada en el video (puede ser la propia altura de la probeta). Nuestra hipótesis es que, por ser las densidades tan parecidas, la bola tendrá desde el principio una aceleración muy pequeña y alcanzará enseguida su velocidad límite. Por tanto, casi desde el inicio el descenso podría ser un movimiento uniforme. Para confirmarlo, escribimos en la ventana reservada al modelo físico-matemático las ecuaciones teóricas de un movimiento uniforme y en la pantalla de la animación colocamos una bola que evolucione siguiendo esas ecuaciones. El resultado obtenido confirma la hipótesis, obteniéndose un alto grado de correspondencia entre el movimiento de caída real de la bola y el movimiento teórico uniforme de una bola virtual (Fig. 7).



FIGURA 7. Animación para analizar la caída de una bola de plástico dentro del agua.

Como en la cuestión 2, quienes participan en esta actividad, pueden protagonizar la animación y, si tienen conocimientos suficientes, escribir su modelo físico-matemático (ecuación del movimiento uniforme de la bola), modificar los parámetros, etc.

5. ¿Realizó Galileo el experimento de la Torre de Pisa?

Una aplicación interesante de la influencia de la fuerza de rozamiento en la caída es comprobar si Galileo pudo realizar el experimento de la Torre de Pisa. Cuenta la leyenda que, con objeto de mostrar que en ausencia de rozamiento todos los cuerpos caen con la misma aceleración, Galileo se subió a lo alto de la Torre de Pisa y desde allí dejó caer dos grandes esferas de masas muy diferentes (una de acero y otra de madera). Supuestamente,

los testigos que se encontraban a pie de la Torre habrían visto llegar a ambas esferas al suelo al mismo tiempo.

Para analizar la verosimilitud de esta leyenda, hemos diseñado una animación informática *Modellus* sobre la caída de las dos bolas desde una altura como la de la Torre de Pisa (algo más de 50m). En el modelo físico-matemático hemos escrito las leyes del movimiento de caída, incorporando una fuerza de rozamiento proporcional al cuadrado de la velocidad. En la pantalla también hay cursores que permiten variar ese coeficiente de proporcionalidad y las masas de las bolas. Manipulándolos, los usuarios pueden extraer sus propias conclusiones sobre este experimento. Así comprueban que, si el rozamiento fuera despreciable, las bolas sí tendrían la misma aceleración y llegarían juntas al suelo. Sin embargo, en este caso el rozamiento no se puede despreciar porque las esferas alcanzan enseguida una velocidad considerable. Por eso, las esferas no llegan al suelo juntas y la separación entre ellas es además mayor cuanto mayor sea la diferencia entre las masas de las dos esferas (Fig. 8).

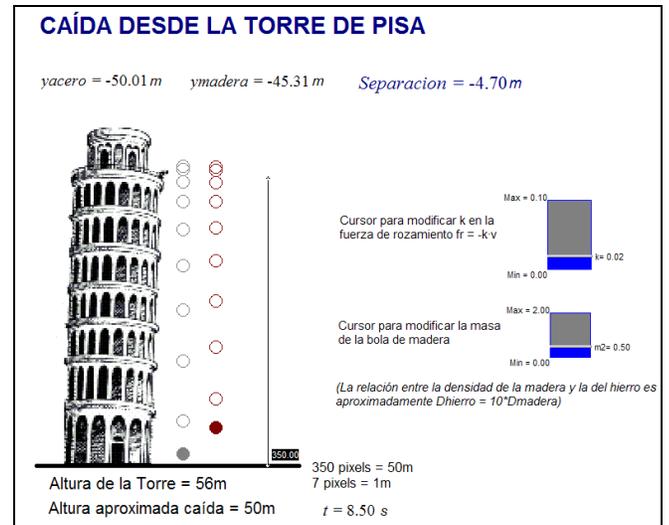


FIGURA 8. Animación para comprobar el supuesto experimento de la Torre de Pisa.

Por lo tanto, Galileo no pudo realizar este experimento y, si lo hubiera hecho, los testigos habrían visto llegar al suelo antes a la esfera de acero. Galileo, para estudiar el movimiento de caída, sí recurrió, en cambio, al ingenioso recurso de hacer rodar a esferas por planos inclinados. Esto le permitía aminorar la caída y realizar mediciones de tiempo fiables [24].

Como terminación de esta actividad nos podemos preguntar por qué, si la fuerza de rozamiento depende de la velocidad, pero no de la masa del objeto, ocurre que la masa influye en la caída justamente cuando interviene el rozamiento. El motivo es que, cuando no interviene la fuerza de rozamiento, la masa inercial y la masa gravitatoria se compensan en el cálculo de la aceleración ($a = P/m_i = m_g \cdot g / m_i = g$, si $m_i = m_g$), pero cuando hay fuerza de

rozamiento, ambas masas ya no se compensan, precisamente porque el efecto de la fuerza de rozamiento se agrega a la influencia de una de ellas. En consecuencia, influyen en la aceleración ambas masas y la propia fuerza de rozamiento $[a=(P-fr)/m_i=(m_g \cdot g - k \cdot v^2)/m_i]$.

6. ¿Cómo es una caída en la Luna? ¿Serviría allí un paracaídas?

Por el procedimiento seguido en actividades anteriores se puede estudiar la caída libre hacia otros cuerpos del Cosmos diferentes a la Tierra, si se dispone de una filmación del movimiento de caída en dichos cuerpos celestes. Así ocurre en la Luna, donde podemos usar alguno de los videos que se filmaron en las misiones Apolo.

La imagen adjunta (Fig. 9) corresponde a una animación *Modellus* que hemos elaborado con este propósito y en la que incorporamos un clip de video, disponible en Internet, que muestra un salto del astronauta y proporciona la altura de dicho salto.

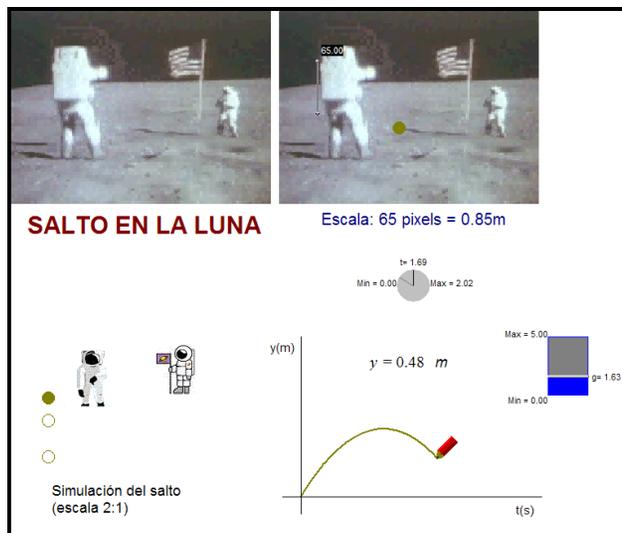


FIGURA 8. Animación para comprobar el supuesto experimento de la Torre de Pisa.

En este caso, en el modelo físico-matemático sustituimos el valor de la aceleración por el valor de g en la Luna ($1.62m/s^2$) y usamos el dato de la altura del salto para establecer la equivalencia entre m y $pixels$. Adicionalmente, colocamos en la pantalla las imágenes de una partícula y de un astronauta, preparándolas para que evolucionen atendiendo a ese modelo físico-matemático. En estas condiciones, se obtiene un alto grado de concordancia entre el movimiento real del astronauta en el salto (filmado) y los movimientos de la partícula y del astronauta virtual, que responden a las leyes de la física. Con ello se confirma la veracidad del valor de la gravedad en la Luna que habíamos introducido en el modelo.

Podemos completar esta actividad preguntando a las personas que manipulan la animación si piensan que puede

Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de la caída libre ser peligrosa una caída en la Luna y si allí serviría un paracaídas. Para responder a estas cuestiones hemos diseñado otra animación que permite al usuario simular caídas en la Luna desde diferentes alturas. Aunque allí la aceleración de la gravedad es mucho más pequeña que en la Tierra, lo cierto es que a partir de unos $10m$ de altura, la velocidad a la que se produce el impacto con el suelo es importante y la caída resulta peligrosa o, para alturas mayores, mortal. Para evitarlo no servirá en absoluto un paracaídas, puesto que en la Luna no hay atmósfera y, por tanto, el paracaídas no tiene con qué rozar. Precisamente, la ausencia de atmósfera es causa de que los meteoritos hayan hollado el suelo lunar de forma tan apreciable, al no ser desintegrados ni frenados por una atmósfera inexistente.

7. ¿Cae la Luna sobre la Tierra?

A propósito de la Luna nos podemos preguntar por qué “se piensa” que no cae sobre la Tierra, a pesar de ser atraída por nuestro planeta. Para responder a esta cuestión, comenzamos involucrando a las personas interesadas en un estudio del tiro horizontal, mediante un experimento en el que pueden protagonizar y manipular una animación, de forma similar a como se hizo al tratar las cuestiones 2 y 4.

Para producir el tiro horizontal, la persona hace rodar una pelota de tenis encima de una mesa, iniciándose el lanzamiento horizontal al empezar a caer de ella. En el experimento se pretende verificar la hipótesis de Galileo, según la cual el tiro horizontal se puede concebir como composición de dos movimientos independientes: un movimiento horizontal uniforme (MRU) (despreciando el rozamiento con el aire) y un movimiento vertical de caída, idéntico a una caída libre desde la altura del lanzamiento (MRUA). Para ello, en el modelo físico-matemático de la animación escribimos las ecuaciones de ambos movimientos y en la pantalla colocamos tres pelotitas virtuales: una realizando el movimiento horizontal, otra el movimiento de caída, y la tercera el movimiento resultante de la composición de ambos. El tiempo que dura la caída se obtiene directamente del propio video, insertado en la animación, y su valor permite calcular la velocidad de avance del tiro horizontal. En cuanto al movimiento de caída vertical, le atribuimos una aceleración igual a g .

Bajo estas condiciones, la pelotita virtual, cuyo movimiento se programa como composición del movimiento horizontal y la caída vertical, acompaña perfectamente a la pelota real, filmada en el clip de video (Fig. 10).

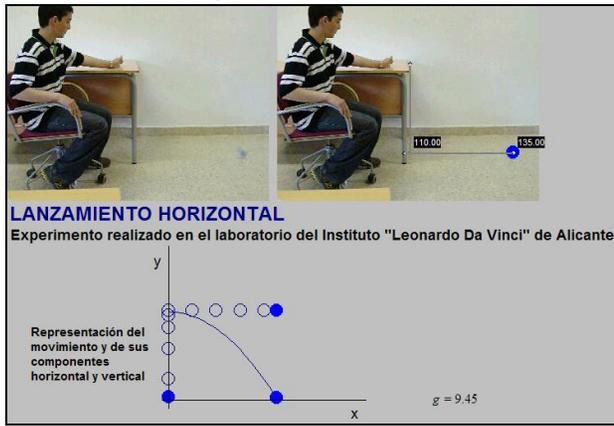


FIGURA 10. Animación que verifica la hipótesis de Galileo sobre el tiro horizontal.

Ahora, para establecer una relación entre el tiro horizontal y el problema de la caída de la Luna hacia la Tierra, hacemos uso del gran experimento mental que planteó Newton y aparece plasmado en una ilustración de los Principia [25], como ejemplo de superación de la barrera Cielo-Tierra. Nuestra modesta réplica a tan fructífera idea fue preparar una animación en la que inicialmente sólo se observan tres pelotas realizando tres tiros horizontales (Fig. 11a). Con esta animación en la mano, los alumnos preguntan a los interesados, cuál de las tres pelotas tiene una caída más acusada. Lógicamente es muy fuerte la tentación de pensar que se trata de la bola situada más a la derecha en la imagen.

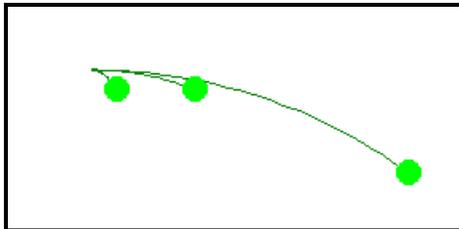


FIGURA 11a. Sugiere que la pelotita más a la derecha es la de mayor caída.

Sin embargo, la imagen oculta una información relevante: la del objeto del Cosmos que está atrayendo a las tres pelotas (la Tierra). Cuando se incorpora esa imagen, resulta que justamente la pelota que aparentemente “cae más” es la única de las 3 que, tras haber sido lanzada horizontalmente, no va a tropezar con el suelo (Fig. 11b). Esta pelota, como las otras dos cae hacia la Tierra, pero la relación que hay entre su movimiento de avance y su movimiento de caída es la misma que hay entre el avance horizontal del suelo terrestre y su caída. Por eso, no tropieza nunca con el suelo, sino que realiza un movimiento orbital alrededor de la Tierra, como, sin ir más lejos, el de nuestro satélite. Por tanto, ya podemos responder a la pregunta acerca de la

caída de la Luna hacia la Tierra. Nuestro satélite es atraído por la Tierra y está cayendo hacia ella continuamente, pero, igual que la pelota de la derecha de la imagen, lo hace describiendo una órbita casi circular.

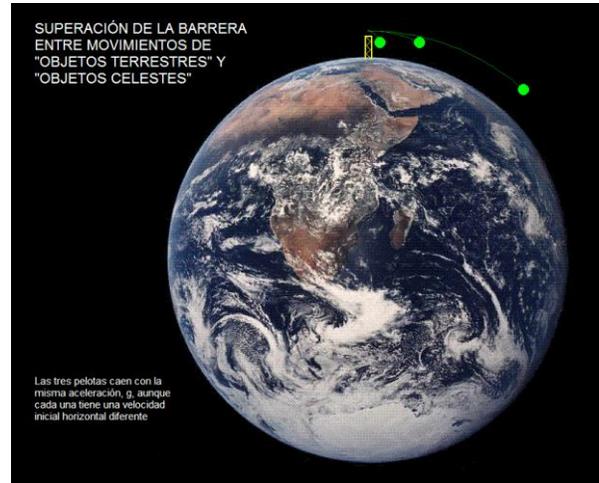


FIGURA 11b. Revela que justamente la pelotita que parecía tener una caída más acusada es la única de las 3 que no tropieza contra el suelo (realiza un movimiento orbital).

Una vez que se entiende el concepto de que una órbita supone una caída [26] se abre un abanico de posibilidades, que podemos trabajar. Entre otras, usamos un montaje elemental que simula un campo gravitatorio central (construido con un embudo y una papelera) para que los interesados dejen caer o lancen con velocidades diferentes una pelotita y vean diferentes tipos de órbita que dicha pelotita describe (Fig. 12a).



FIGURAS 12a y 12b. A la izquierda se muestra un montaje casero para producir movimientos semejantes a los movimientos orbitales. A la derecha una animación para reproducir estos mismos movimientos.

También ofrecemos a las personas interesadas manipular otra animación en la que un satélite puede ser lanzado horizontalmente con diferentes velocidades, dando lugar a que recorra órbitas parabólicas, elípticas o hiperbólicas, según el caso (Fig. 12b). Usando esta animación, los participantes también se aproximan al concepto de velocidad de escape, del que vale la pena considerar algunas aplicaciones (por ejemplo, ¿por qué existe atmósfera en la Tierra y no en la Luna?).

AGRADECIMIENTOS

Queremos terminar haciendo una mención especial de agradecimiento a Ana Isabel Aracil Belmonte, Asier Martínez Ferrándiz, María Ortega Martínez y Antonio Rodríguez Ávila, alumnos de Bachillerato. Prepararon con gran dedicación y entusiasmo las demostraciones y las llevaron a cabo con éxito en Ciencia en Acción 2010 (Mención de Honor del Jurado).

Además de la satisfacción que nos produjo su implicación y acierto, no debemos olvidar que, junto con el resto de materiales que forman parte de nuestra propuesta para la enseñanza de la mecánica newtoniana, estas cuestiones sobre la caída libre se someten a un proceso continuo de revisión y mejora, como consecuencia del análisis de su funcionamiento en clase. Evidentemente, los cuatro alumnos mencionados son quienes han dado el impulso mayor a las mismas en este sentido.

REFERENCIAS

- [1] Aristotle., *On the heaven*, Traducido por J.L.Stoks (<http://ebooks.adelaide.edu.au/a/aristotle/heavens/>, eBooks@Adelaide) (2004).
- [2] Hall, A. R., *The Scientific Revolution 1500-1800*, (<http://www.archive.org/details/scientificrevolu029510mbp>, Osmania University) (1954).
- [3] Holton, G., *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*, (Reverté, Barcelona, 1989).
- [4] Hewitt, P., *Física conceptual*, (Pearson, Barcelona, 2004).
- [5] Carrascosa, J., Gil, D., *Concepciones alternativas en mecánica*, Enseñanza de las Ciencias **10**, 314-318 (1992).
- [6] Gil, D., *Contribución de la historia y la filosofía de las ciencias al desarrollo de un modelo en enseñanza/aprendizaje como investigación*, Enseñanza de las ciencias **9**, 69-77 (1993).
- [7] Furió, C., *La enseñanza-aprendizaje de las ciencias como investigación: un modelo emergente*, Investigaciones en didáctica, J. Guisáosla (Ed.) (UPV-EHU, España, 2001) pp. 15-42.
- [8] Gil, D., Martínez, T. J., *Los programas-guía de actividades. Una concreción del modelo constructivista de aprendizaje de las ciencias*, Investigación en la Escuela **3**, 3-12 (1987).
- [9] Sanmartí, N., *El diseño de unidades didácticas*, p. 239-266, en Francisco J. Perales y Pedro Cañal (dirección), *Didáctica de las Ciencias Experimentales. Teoría y Práctica de la Enseñanza de las Ciencias*, (Marfil, Alcoy, 2000).
- [10] Martínez, T. J., Alonso, M., Carbonell, F., Carrascosa, J., Domenech, A., Domínguez, A., Osuna, L., Verdú, R., *El movimiento de todas las cosas*, Física y química de 4º ESO

Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de la caída libre (Aguacilar, Alicante, 1999) (versión electrónica en <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/4015>)

- [11] Gil, D., Martínez, T. J., *¿Cómo convertir los problemas de lápiz y papel en auténticos desafíos de interés?*, Cap. 5 del libro: *¿Cómo promover el interés por la cultura científica?* Libro digital gratuito editado por la UNESCO, 2006 (<http://www.campusoei.org/decada/promocion08.pdf>)
- [12] Herrán, C., Parrilla, J. L. *La utilización del ordenador en la realización de experiencias de laboratorio*, Enseñanza de las ciencias **12** (3) 393-99 (1994).
- [13] Gras-Martí, A., Alonso, M., Soler, V. y otros, Recursos digitales para los alumnos de ciencias, en MEMBIELA, P., *Libro 3. Experiencias innovadoras de utilización de las NTIC en actividades prácticas de ciencias*. (Educación editora, Orense, 2007).
- [14] Calderon, S., Nuñez, P., GIL, S., *La cámara digital como instrumento de laboratorio. Estudio del tiro oblicuo*, Latin-American Journal of Physics Education **3**, 87-92 (2009).
- [15] Torres, C. A. L., *Empleo del laboratorio asistido por ordenador en la enseñanza de la física y la química de secundaria y de bachillerato*, Rev. Eureka Enseñ. Divul. Cien. **7**, 693-707 (2010).
- [16] Alonso, M., Soler, V., *Animaciones Modellus para las clases de Física*, Revista de Enseñanza de la Física. Vol 22, 51-57 (2008). (versión electrónica en http://rsef.uc3m.es/images/REF/vol_n3/8.pdf).
- [17] <http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/fisica.htm>.
- [18] Brown, G. B., *Gravitational and inertial mass*, American Journal of Physics **53**, 475-483 (1960).
- [19] Alonso, M., *La enseñanza del concepto de masa a partir de un modelo de enseñanza por investigación*, Alambique. Didáctica de las Ciencias Experimentales **9**, 109-119 (1996).
- [20] Duarte, V., *Modellus*, (<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>). Universitat de Lisboa (1996).
- [21] Gluck, P., *Air resistance on falling balls and balls*, The Physics Teacher **41**, 178-180 (2003).
- [22] Takahashi, K., Thompson, D., *Measuring air resistance in a computerized laboratory*, American Journal of Physics **67**, 709-711 (1999).
- [23] Guyon, J. y Misery, M., *Travaux relatifs a une recherche concernant le volume, la masse volumique et la poussée D'Archimede en classe de cinquieme*, ASTER: Recherches Pedagogiques **18**, 117-122 (1980).
- [24] Galilei, G., *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias*, (Losada, Capital Federal Argentina 2003).
- [25] Newton, I., 1687, *Principios matemáticos de la Filosofía natural* [*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*] (Altaya, Barcelona edición 1993)
- [26] Misner, C. W., Thorne, K. S., Wheeler, J. A., *Gravitation*, (Freeman & Co., San Francisco, 1973).

ANEXO. RELACIÓN DE MATERIALES

Como se ha comentado, las cuestiones objeto de este artículo se desarrollan usando materiales obtenidos de una propuesta de enseñanza-aprendizaje sobre la Mecánica de Newton en Bachillerato. En la siguiente tabla se ofrecen las direcciones dónde se pueden descargar materiales diversos relativos a cada cuestión.

Cuestión	Material disponible	Dirección Web
1. ¿Qué cae antes, una bola de acero o una de plástico o de papel?	Masa inercial y masa gravitatoria: Programa-guía, animaciones y clips de video.	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Caida_libre/Caida-libre-dinamica/masasycaida.htm
2. Obtención de g en el movimiento de caída de una pelotita, con ayuda de una animación <i>Modellus</i> .	Descripción del experimento, animaciones y clips de video	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Caida_libre/caida_modellus.htm
	Ficha técnica del experimento	http://www.cienciaenaccion.org/experiment/caida-libre-de-una-pelotita
3. ¿Cómo influye el rozamiento en la caída libre?	Caída con rozamiento: Animaciones y documentos.	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Rozamiento-fluido/rozamiento-fluidos.htm
	Experimento de la velocidad límite con sensores, archivos con los resultados experimentales.	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Rozamiento-fluido/caida-aire-sensores.htm
4. ¿Por qué algunos cuerpos caen "muy lento" desde el principio y otros incluso ascienden?	Experimento de la caída de una bola en el agua, animaciones y clips de video	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Rozamiento-fluido/caida-agua-modellus.htm
	Ficha técnica del experimento	http://www.cienciaenaccion.org/experiment/caida-dentro-del-agua
5. ¿Realizó Galileo el experimento de la Torre de Pisa?	Animación	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Mecanica/Pisa.zip
6. ¿Cómo es una caída en la Luna? ¿Serviría allí un paracaídas?	Experimento del salto de un astronauta en la Luna, animaciones y clips de video	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Caida_libre/salto_Luna_modellus.htm
7. ¿Cae la Luna sobre la Tierra?	Tiro horizontal y la superación de la barrera Cielo-Tierra: Programa-guía, animaciones y clips de video	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Tiro-horizontal/Tiro-horizontal.htm
	Experimento del lanzamiento horizontal de una pelotita	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Tiro-horizontal/horizontal-modellus.htm
	Ficha técnica del experimento	http://www.cienciaenaccion.org/experiment/tiro-horizontal-0
	Movimientos en el campo gravitatorio: Posibles trayectorias. Tema, actividades y animaciones.	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/Campo_gravitatorio/Campo_gravitatorio7.htm
Mecánica newtoniana	Todos los temas de Mecánica Newtoniana para 1º Bachillerato	http://intercentres.edu.gva.es/iesleonardodavinci/Fisica/conceptos-clave-fisica.htm