

Clasificación del movimiento de una partícula en mecánica clásica no relativista



S. Díaz-Solórzano,^{1,2} L. González-Díaz^{1,3} y C. Buitrago¹

¹ Centro de Investigación de Matemática y Física, Dpto. Matemáticas y Física, Instituto Pedagógico de Caracas, UPEL, Av. Páez, Caracas 1021, Venezuela.

² Departamento de Física, Universidad Simón Bolívar, Sartenejas, Edo. Miranda 89000, Venezuela.

³ Centro de Física, IVIC, Altos de Pipe, Apdo. 21827, Caracas 1020A, Venezuela.

E-mail: srafael@ipc.upel.edu.ve; lagdelul@gmail.com; buitragoc36@gmail.com

(Recibido el 21 Julio 2012 aceptado el 24 Septiembre 2012)

Resumen

Planteamos una propuesta para la enseñanza de la clasificación del movimiento de una partícula desde los puntos de vista cinemático y dinámico, que hace uso de la teoría de formación de conceptos científicos. Tal propuesta tiene la ventaja de que simultáneamente con la enseñanza del tema de clasificación de movimiento, también se enseña lo referente a la formación de conceptos científicos en Física. Además, las definiciones empleadas son construidas independientemente del marco unidimensional.

Palabras clave: Mecánica clásica, clasificación del movimiento, estructura de conceptos científicos, enseñanza de la mecánica.

Abstract

We raised a proposal for the teaching of the classification of motion of a particle from the views kinematic and dynamic, which makes use of the theory of scientific concept formation. This proposal has the advantage that simultaneously with the teaching of the subject classification of movement, is also taught as regards the formation of scientific concepts in physics. In addition, the definitions used are constructed independently of one-dimensional framework.

Keywords: Classical mechanics, classification of the movement, structure of scientific concepts, teaching mechanics.

PACS: 01.40.gf; 01.55+b; 45.20D.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La Cinemática es una de las ramas de la Mecánica Clásica, cuyo estudio se centra primordialmente en la geometría del movimiento de las partículas sin prestar atención a las causas o agentes que originan al movimiento. Esta rama estudia al movimiento en términos del espacio y tiempo, analizándolo a partir de un cambio continuo en la posición de una partícula, dando origen a una sucesión de puntos o lugares que va ocupando la partícula durante su movimiento. Dicha sucesión de puntos permite dibujar una línea en el espacio llamada *trayectoria* de la partícula. La geometría de esta línea permite clasificar al movimiento según su forma en: Rectilíneo y curvilíneo. Entre las trayectorias curvilíneas se encuentran la parabólica, circular, elipsoidal, espiral, etc. También es posible clasificar al movimiento según la naturaleza del ritmo de movimiento adquirido por una partícula, siendo éste el objetivo de interés en este trabajo. En este caso el movimiento se logra clasificar en: *Uniforme, acelerado y desacelerado*. En particular, si una partícula presenta un movimiento combinado entre uniforme, acelerado y

desacelerado diremos que su movimiento es *variado*. En este artículo analizamos el concepto llamado *Clasificación del movimiento*, tomando como referente teórico la formación o estructura de conceptos científicos. Adicionalmente, presentamos una propuesta para la enseñanza de tal clasificación, estableciendo a nuestro juicio un ordenamiento didáctico de la referida clasificación que no se circunscriba al tópico de cinemática, por el contrario, que éste concepto pueda extenderse al tema de Dinámica (específicamente en los tópicos de Fuerza, Trabajo y Energía).

Las razones por las cuales se analiza el referido concepto surgen, en primer lugar, por la inadecuada caracterización que hacen los textos de Física General y Mecánica [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] a la clasificación del movimiento de una partícula. Observándose los siguientes aspectos

1.- El enfoque utilizado al mostrar la clasificación del movimiento ha quedado reducido al caso de una dimensión, dando la impresión de que tal clasificación está restringida a esta particularidad.

2.- Algunos textos [1, 2, 3] establecen el aspecto operacional de los movimientos uniforme, acelerado y desacelerado en situaciones unidimensionales, sin resaltar previamente es aspecto empírico de tal clasificación.

3.- En cambio, otros autores [4, 5] muestran el aspecto empírico y operacional para el movimiento uniforme, sin mencionar ambos aspectos para los movimientos acelerado y desacelerado. Hewitt [6], por su parte, se queda en el aspecto empírico de la clasificación sin establecer el aspecto operacional; además, omite el aspecto empírico del movimiento uniforme.

4.- En el ámbito operacional, algunos textos [1, 3] afirman, en el marco unidimensional, que un movimiento rectilíneo es acelerado (desacelerado) cuando el producto de la velocidad con la aceleración es positivo (negativo), seguidamente, aluden a un movimiento rectilíneo uniforme cuando la aceleración es nula. Estas afirmaciones, no pueden ser extendidas al caso de trayectorias curvilíneas, por lo que carecen de generalidad y se hace en el marco de una representación particular.

En segundo lugar, existe la creencia de que un movimiento con aceleración no puede ser uniforme, la razón de tal afirmación radica de generalizar la idea de que un movimiento es uniforme cuando la aceleración es nula, la cual sólo es válida para movimientos rectilíneos. Un ejemplo de que tal afirmación no puede ser cierta en situaciones de más de una dimensión es el célebre movimiento circular uniforme, en el cual la partícula presenta una aceleración y el movimiento es uniforme. En muchas ocasiones, se suele confundir movimiento acelerado con el hecho de que una partícula presente un movimiento con aceleración.

A nuestro juicio, observamos que tales errores conceptuales y omisiones provienen del desconocimiento que se tiene referente a la estructura de los conceptos científicos o de las formas conceptuales. La formación de conceptos científicos o la teoría de formas conceptuales [8] permiten ampliar, extender, precisar o sustituir un sistema conceptual por otro. Existe una gran diversidad de conceptos científicos que provienen del lenguaje común u ordinario, otros son creados artificialmente a partir de nuevos descubrimientos o teorías. Lo esencialmente importante es introducir conceptos más precisos y de mayor alcance que los arraigados en el lenguaje cotidiano, los cuales son percibidos a través de nuestro aparato sensorial y sistema conceptual. Para trascender del lenguaje cotidiano, es necesario introducir definiciones como recurso primigenio para el establecimiento de reglas que permitan atribuir significados desde lo cualitativo y comparativo hasta lo cuantitativo, evitando o corrigiendo errores en el razonamiento, eliminando así la ambigüedad y vaguedad de los términos que forman parte de nuestro sistema conceptual [9]. Según Mosterín [8] tales reglas se conocen con el nombre de *escalas de medición*. Las definiciones empleadas en la enseñanza de los conceptos científicos en Física presentan dos aspectos, denominados nominal y operacional. El primer aspecto se conforma estipulando un sistema empírico y formulando axiomas e hipótesis basadas

en dicho sistema, lo cual permitirá construir las unidades de conocimiento [10]. El sistema nominal se encuentra asociado, a su vez, a las formas conceptuales cualitativa (clasificatoria) o comparativa (topológica), aludidas en la teoría de formación de conceptos. Las definiciones de las unidades de conocimiento son de naturaleza lexicográfica y teórica [9]. El segundo aspecto, estipula las escalas de medición asociadas a los conceptos cuantitativos (métricos) mediante operaciones lógico-matemáticas. En tal sentido, el sistema operacional se refiere al proceso específico mediante el cual se obtiene una medición. La construcción del sistema operacional requiere del proceso de metrización aludido en la teoría de formas conceptuales.

Este artículo se encuentra organizado de la siguiente manera: En la Sec. II se presentan brevemente los elementos esenciales de la teoría de formas conceptuales para el establecimiento del sistema nominal y operacional, con la finalidad de que la lectura del trabajo sea autocontenida. En las secciones III y IV se discuten los sistemas nominales y operacionales asociados a la clasificación del movimiento, circunscritos tanto en el ámbito cinemático como dinámico. Finalmente, en la Sec. V, se muestran posibles representaciones pictóricas externas que complementan los sistemas nominales y operacionales. Así, la tríada entre el sistema nominal sistema operacional y representaciones pictóricas forman parte del ordenamiento del contenido formativo para un curso de Mecánica o de Física General.

II. FORMACIÓN DE CONCEPTOS CIENTÍFICOS: SISTEMA NOMINAL Y OPERACIONAL

Según Stegmüller (citado en [8]), la estructura de formación de conceptos, también llamada teoría de formas conceptuales, puede ser construida en forma axiomática o intuitivo-constructivista; este último enfoque es el seguido por el referido autor a diferencia de Mosterín (citado en [8]) que describe dicha teoría en forma axiomática. Según éste, para que un concepto sea científicamente aceptado debe cumplir (I) las condiciones formales de adecuación (las cuales son característica al tipo de concepto y común a toda ciencia), además de (II) las condiciones materiales de adecuación, que a diferencia de la primera, permiten fijar dentro de cada disciplina las definiciones o rasgos comunes asociado a cada concepto científico. Lo cual da origen a las *unidades de conocimiento* [10]. Ambos autores distingue tres tipos de formas conceptuales: Los conceptos clasificatorios (cualitativos), topológicos (comparativos) y métricos (cuantitativos). Dentro de las condiciones formales de adecuación, los conceptos clasificatorios corresponden justamente al establecimiento de una relación de equivalencia; en los comparativos, además de una relación de equivalencia se necesita una relación de precedencia que sea transitiva e irreflexiva. Finalmente, para el establecimiento de un concepto métrico es necesaria la

clase de homomorfismos del sistema empírico (se refiere a un conjunto determinado de objetos o sucesos que tienen características comunes) al sistema numérico ordinario (el conjunto formado por los números reales junto a las relaciones de orden y operaciones compatibles con la combinación de elementos en el sistema empírico). Estos homomorfismos, según Mosterín, estipulan una escala de medición.

El proceso de construcción de una escala de medición se conoce con el nombre de *metrización*. Metrización y medir no significan lo mismo, en el primer caso se refiere a la construcción de homomorfismos, en el segundo caso, ya previsto los homomorfismos, se busca el valor en el sistema numérico que se asigna al concepto métrico. La construcción de un homomorfismo es posible mediante el análisis estructural de la metrización, el cual consta de (I) la definición del sistema empírico; (II) la formulación de axiomas e hipótesis que expresan ciertas características cualitativas de ese sistema empírico; (III) la prueba de un teorema de representaciones, que afirma la existencia de un homomorfismo; y por último (IV) el teorema de unicidad, que indica hasta qué punto el homomorfismo es único; es decir, cuáles son las transformaciones (llamadas permisibles) del homomorfismo dado que también constituyen un homomorfismo en el sistema numérico.

Mosterín establece que una transformación es monótona, cuando ésta conecta a dos homomorfismos f y g preservando una relación de orden; es decir, si $f(x) < f(y)$ entonces $g(x) < g(y)$. En cambio, una transformación es lineal positiva cuando ésta conecta a dos homomorfismos f y g por medio de una función afín positiva; es decir, $f(x) = kg(x)$ donde k es una constante positiva. Una transformación es similar cuando los homomorfismos f y g están relacionados mediante una función afín positiva, es decir, $f(x) = kg(x) + s$, donde k es un número positivo y s es un número real. Cuando se estipulan dos homomorfismos asociados a un mismo concepto métrico, se está definiendo simultáneamente dos escalas de medición del mismo concepto. La transformación entre estos homomorfismos permite pasar de una escala a la otra. Según el tipo de transformación, las escalas se distinguen en ordinales, proporcionales y de intervalo. Una escala es ordinal, proporcional o de intervalo cuando la transformación que conecta a dos homomorfismos asociados a un mismo concepto métrico es monótona, similar y lineal positiva, respectivamente.

Las definiciones empleadas en la enseñanza de los conceptos científicos en Física pueden ser distinguidas entre nominales y operacionales; el primer tipo lo denominamos *sistema nominal o empírico* y está conformado por la estipulación del sistema empírico y la formulación de axiomas e hipótesis basadas en dicho sistema, lo cual permitirá construir las unidades de conocimiento. El sistema nominal se encuentra asociado a su vez a las formas conceptuales cualitativa (clasificatoria) o comparativa (topológica), aludidas en la teoría de forma conceptuales. Las definiciones de las unidades de conocimiento son de naturaleza lexicográfica y teórica [9].

El segundo tipo, que denominaremos *sistema operacional*, estipula las escalas de medición asociadas a conceptos cuantitativos (métricos) mediante operaciones lógico-matemáticas. Para el establecimiento de tales escalas de medición se requiere de una prueba de representaciones y del teorema de unicidad, lo cual permite la metrización de los conceptos científicos en Física. En tal sentido, el sistema operacional se refiere al proceso específico mediante el cual se obtiene una medición.

III. CLASIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA EN CINEMÁTICA

El movimiento de una partícula puede clasificarse según su trayectoria y naturaleza, distinguiéndose ésta última en uniforme, acelerado, desacelerado y variado. Sólo se analizarán las tres primeras ya que cualquier combinación de éstas conduce a un movimiento variado. Es decir, una partícula puede realizar en un intervalo de tiempo un movimiento y en el intervalo subsecuente realizar otro. En este sentido, tal clasificación es disjunta, ya que una partícula sólo puede realizar un tipo de movimiento a la vez. En el ámbito cinemático, se logra clasificar el movimiento a partir de la comparación entre los espacios recorridos por una partícula con el tiempo empleado en recorrer dichos espacios. Así, un movimiento es acelerado (desacelerado) cuando se recorren espacios cada vez más grandes (pequeños) en intervalos de tiempo iguales. A diferencia del movimiento uniforme, para el cual se recorren espacios iguales en intervalos de tiempos iguales. Es posible comparar también los intervalos de tiempo transcurridos en espacios de igual tamaño, en consecuencia, un movimiento es acelerado (desacelerado) cuando los intervalos de tiempo se hacen cada vez más cortos (largos) en espacios de igual tamaño. Lo antes expuesto permite establecer las unidades de conocimiento para el sistema nominal asociado a la clasificación del movimiento, tal como se muestra en la Tabla I. Los hechos empíricos antes mencionados proceden de la observación, descripción y constatación del movimiento de un objeto, de manera que las unidades de conocimiento de la referida tabla son generalizaciones a partir de un resultado empírico, las cuales pueden estipularse.

TABLA I. Sistema nominal para la clasificación del movimiento desde el punto de vista cinemático.

Conceptos	Unidades de conocimiento
Uniforme	La partícula recorre espacios iguales en diversos intervalos de tiempo de igual duración.
Acelerado	1.-Los espacios recorridos por una partícula aumentan en diversos intervalos de tiempo de igual duración. 2.-La partícula recorre espacios iguales durante intervalos de tiempo cada vez más cortos.
Desacelerado	1.-Los espacios recorridos por una partícula disminuyen en diversos intervalos de tiempo de igual duración.

	2.-La partícula recorre espacios iguales durante intervalos de tiempo cada vez más largos.
--	--

Con la finalidad de metrizarse el sistema nominal mostrado en la Tabla I, se debe precisar el significado que ha de atribuirse a la frase “intervalo de tiempo de igual duración” y a la palabra “espacio”. La duración de un intervalo temporal $I = (t_1, t_2)$ corresponde a la longitud del referido intervalo; es decir, $\Delta t = t_2 - t_1$. La palabra espacio se entiende como la distancia que recorre una partícula a lo largo de su trayectoria en un intervalo de tiempo I . La distancia recorrida por una partícula puede ser medida mediante la siguiente expresión [1, 4],

$$d = \int_{t_1}^{t_2} |\vec{V}(t)| dt \quad (1)$$

donde $|\vec{V}(t)|$ es la rapidez instantánea que adquiere la partícula en el intervalo de tiempo $I = (t_1, t_2)$. A partir de (1) se observa que la magnitud d_I aumenta, disminuye o permanece constante conforme lo hace la rapidez de la referida partícula, la cual es una función monótona del tiempo en I . Así, la rapidez es creciente, decreciente o permanece constante si el movimiento es acelerado, desacelerado o uniforme, respectivamente. Con esta información se construyen aplicaciones que le hacen corresponder a la rapidez instantánea (medida por $|\vec{V}(t)|$) un número real (dado por $\frac{d}{dt} |\vec{V}(t)|$) el cual es comparado con el elemento neutro de los números reales a través de una relación de orden (igual, mayor o menor a cero), para luego asignarle un nombre distintivo (uniforme, acelerado, desacelerado). Tales asignaciones, permiten establecer tres clases de equivalencias del conjunto llamado *clasificación del movimiento*. Tal como se muestra en la Tabla II.

Otra escala de medición asociada a la clasificación del movimiento, la cual no ha sido reportada en la literatura consultada [1,2, 3, 4, 5, 6, 7], donde se usa la proyección del vector aceleración a lo largo del versor velocidad [11], se obtiene al escribir la rapidez de la partícula de la siguiente manera

$$|\vec{V}(t)| = \sqrt{\vec{V}(t) \cdot \vec{V}(t)} \Rightarrow |\vec{V}(t)|^2 = \vec{V}(t) \cdot \vec{V}(t). \quad (4)$$

TABLA II. Escala de medición asociada a la clasificación del movimiento en Cinemática mediante la rapidez.

Conceptos	Definición operacional
Uniforme	La rapidez instantánea de una partícula en cualquier intervalo de tiempo I permanece constante al transcurrir el tiempo, es decir, $\frac{d}{dt} \vec{V}(t) = 0 \quad \forall t \in I. \quad (2a)$

Acelerado	La rapidez instantánea de una partícula en cualquier intervalo de tiempo I aumenta al transcurrir el tiempo, es decir, $\frac{d}{dt} \vec{V}(t) > 0 \quad \forall t \in I. \quad (2b)$
Desacelerado	La rapidez instantánea de una partícula en cualquier intervalo de tiempo I disminuye al transcurrir el tiempo, es decir, $\frac{d}{dt} \vec{V}(t) < 0 \quad \forall t \in I. \quad (2c)$

Al derivar esta relación respecto al tiempo y luego dividir por la norma del vector velocidad, la cual hemos supuesto que no se anula, se obtiene

$$\frac{d}{dt} |\vec{V}(t)| = \vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t), \quad (5)$$

donde $\vec{A}(t)$ es la aceleración instantánea de la partícula y $\hat{V}(t)$ el versor velocidad de la referida partícula, construido mediante la normalización del vector velocidad instantánea. De (5) se muestra que la aceleración es ortogonal a la velocidad de la partícula cuando la rapidez es constante. De esta manera, cuando el movimiento es uniforme la aceleración es perpendicular a la velocidad en cada punto de la trayectoria. En cambio, la proyección de la aceleración sobre la velocidad es paralela (antiparalela) a ésta cuando la rapidez crece (decrece) monótonamente con el tiempo, de esta forma el movimiento es acelerado (desacelerado). De lo antes expuesto se logra establecer la escala de medición indicada en la Tabla III, mostrando a su vez la equivalencia de esta escala con la indicada en la Tabla II y su conexión con el sistema empírico mostrado en la Tabla I.

TABLA III. Escala de medición asociada a la clasificación del movimiento en Cinemática mediante la proyección de la aceleración sobre el versor velocidad.

Conceptos	Definición operacional
Uniforme	Se presenta cuando la aceleración es ortogonal a la velocidad para cualquier intervalo de tiempo I , es decir, $\vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t) = 0 \quad \forall t \in I. \quad (3a)$
Acelerado	Se presenta cuando la proyección de la aceleración sobre la velocidad es paralela a ésta para cualquier intervalo de tiempo I , es decir, $\vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t) > 0 \quad \forall t \in I. \quad (3b)$
Desacelerado	Se presenta cuando la proyección de la aceleración sobre la velocidad es antiparalela a ésta para cualquier intervalo de tiempo I , es decir, $\vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t) < 0 \quad \forall t \in I. \quad (3c)$

La transformación entre los homomorfismos $\frac{d}{dt}|\vec{V}(t)|$ y $\vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t)$ presentados en (5), corresponde a una transformación de tipo similar. No obstante, las definiciones operacionales presentadas en la Tabla III corresponden a una escala de medición ordinal, ya que se preserva la relación de orden al transformar de un homomorfismo a otro.

IV. CLASIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA EN DINÁMICA

La clasificación del movimiento de una partícula es habitualmente discutida cuando se enseña Cinemática, y no se elaboran estrategias que permitan incluir la clasificación del movimiento en los tópicos de Dinámica. La razón fundamental es que no se han presentado las transformaciones que permiten pasar de las escalas mostradas en las Tablas II y III a otras escalas que involucren las magnitudes típicas de la dinámica como lo son: Fuerza, trabajo, energía cinética, entre otras. Para incorporar la clasificación del movimiento en el tópico de Dinámica es necesario estipular, por un lado, las unidades de conocimiento referente a cada clasificación (sistema nominal), y por el otro, definir las escalas de medición asociadas a este sistema nominal (sistema operacional). Estos nuevos sistemas conceptuales, deben ser equivalentes a los planteados en las Tablas I, II y III.

Se puede evidenciar empíricamente, en este enfoque, que al no aplicar fuerzas sobre una partícula ésta no experimenta cambios en sus estados de movimiento, por lo que la partícula se mantendrá en movimiento uniforme bajo esta condición. Este estado de movimiento también es mantenido si no existen fuerzas actuando a lo largo de la dirección del movimiento. En cambio, si durante un intervalo de tiempo I , las fuerzas que actúan sobre una partícula lo hacen a favor (en contra) de la dirección del movimiento resulta que la partícula acelera (desacelera). Estos hechos empíricos permiten establecer la definición nominal presentada en la Tabla IV basado en el concepto de fuerza, propio de la Dinámica. El cual tiene en consideración a las leyes de Newton.

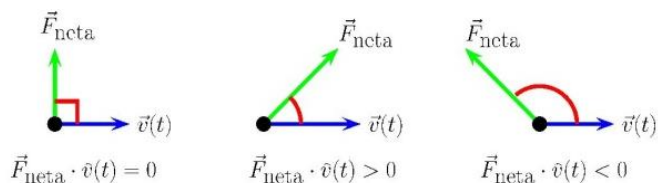


FIGURA 1. Representación gráfica de los vectores fuerza neta $\vec{F}_{neta}(t)$ y velocidad $\hat{v}(t)$ cuando el movimiento de una partícula es uniforme (izquierda), acelerado (centro) y desacelerado (derecha). Obsérvese que la fuerza no contribuye a la dirección de

TABLEA IV. Sistema nominal para la clasificación del movimiento de una partícula desde el punto de vista de fuerza.

Conceptos	Unidades de conocimiento
Uniforme	1.- Las fuerzas que actúan sobre una partícula se compensan entre sí, o no existen fuerzas actuando sobre la partícula. 2.- No se ejercen fuerzas sobre la dirección del movimiento o estas se compensan entre sí en dicha dirección.
Acelerado	El conjunto de fuerzas que actúan sobre una partícula la empujan o jalan sobre la dirección del movimiento, moviéndola cada vez con mayor rapidez.
Desacelerado	El conjunto de fuerzas que actúan sobre una partícula se encuentra en oposición a la dirección del movimiento, deteniéndola o frenándola, de forma tal que la partícula se mueve cada vez con menor rapidez.

Para metrizar el sistema nominal de la Tabla IV debe considerarse que la cantidad \vec{F}_{neta} , denominada fuerza neta, es la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula, y por tanto, ella en sí misma no describe una interacción, a menos que sólo exista una fuerza presente. Así, la condición $\vec{F}_{neta} = \vec{0}$ indica que las fuerzas que actúan sobre una partícula se anulan o se compensan entre sí; esto quiere decir que el movimiento es uniforme bajo dicha condición. Un movimiento también será uniforme cuando la fuerza neta es perpendicular a la dirección del movimiento; es decir, $\vec{F}_{neta}(t) \cdot \hat{V}(t) = 0$. En dicho caso no se ejercen fuerzas en la dirección de movimiento. En cambio, en un movimiento acelerado (desacelerado) la proyección de la fuerza resultante en la dirección de movimiento es positiva (negativa), lo cual conduce $\vec{F}_{neta}(t) \cdot \hat{V}(t)$ sea mayor (menor) que cero, tal como se ilustra en la Fig. 1. En tal sentido, la metrización del sistema nominal de la Tabla III se operacionaliza como lo indicado en la Tabla V.

TABLEA V. Escala de medición asociada a la clasificación del movimiento desde el punto de vista de la fuerza neta.

Conceptos	Definición operacional
Uniforme	Se presenta cuando la fuerza neta es ortogonal a la velocidad para cualquier intervalo de tiempo I , es decir, $\vec{F}_{neta}(t) \cdot \hat{V}(t) = 0 \quad \forall t \in I. \quad (6a)$
Acelerado	Se presenta cuando la proyección de la fuerza neta sobre la velocidad es paralela a ésta para cualquier intervalo de tiempo I , es decir, $\vec{F}_{neta}(t) \cdot \hat{V}(t) > 0 \quad \forall t \in I. \quad (6b)$

Desacelerado	Se presenta cuando la proyección de la fuerza neta sobre la velocidad es antiparalela a ésta para cualquier intervalo de tiempo I , es decir, $\vec{F}_{\text{neto}}(t) \cdot \hat{V}(t) < 0 \quad \forall t \in I. \quad (6c)$
--------------	--

Para mostrar la equivalencia entre los sistemas nominales indicados en las Tablas I y IV, es prescindible demostrar la equivalencia entre los sistemas operacionales presentados en las Tablas II ó III con V. Para ello se debe determinar tal transformación entre dichas escalas, lo cual se consigue al sustituir en la expresión (5) la aceleración en función de la fuerza neta, mediante la segunda ley de Newton, resultando,

$$\frac{d}{dt} |\vec{V}(t)| = \vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t) = \frac{1}{m} \vec{F}_{\text{neto}} \cdot \hat{V}(t). \quad (7)$$

Donde m es la masa de la partícula.

De la expresión (7) observamos que la proyección de la fuerza neta sobre la velocidad se anula cuando el movimiento es uniforme; además, dicha proyección es positiva (negativa) si el movimiento es acelerado (desacelerado). Así, dicha expresión establece una relación entre los homomorfismos $\frac{d}{dt} |\vec{V}(t)|$ y $\vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t)$ con

$\vec{F}_{\text{neto}} \cdot \hat{V}(t)$. Las constantes de proporcionalidad entre dichos homomorfismos son positivas, de manera que la transformación entre éstos es del tipo lineal positiva. Mientras que la transformación de escalas presentadas en la Tablas II y III con V es del tipo monótona, para el caso de movimientos acelerados y desacelerados; siendo la transformación de tipo similar para el caso de movimientos uniforme. En tal sentido, se ha mostrado la equivalencia entre las escalas presentadas en las Tablas II, III y V, lo cual garantiza a su vez la equivalencia entre los sistemas nominales presentados en las Tablas I y IV.

La clasificación del movimiento puede ser incorporada en el tema de Trabajo y la Energía, empleándose los conceptos de *energía cinética* y *trabajo mecánico* para establecimiento del sistema nominal. En la Tabla VI se estipulan dos unidades de conocimiento para cada clasificación. La primera unidad de conocimiento se refiere al hecho de que la energía cinética o energía asociada al movimiento aumenta (disminuye) o permanece constante si éste es acelerado (desacelerado) o uniforme, respectivamente. En cambio, la segunda unidad de conocimiento se refiere a la forma en que se transfiere la energía cinética durante el movimiento; así, al aumentar (disminuir) la energía cinética se establece un intercambio energético entre el entorno y la partícula, y tal transferencia se conoce con el nombre de trabajo mecánico.

Para metrizar la primera unidad de conocimiento que se muestra en el sistema nominal de la Tabla VI hay que establecer al menos una escala que permita medir a los conceptos de *energía cinética* y la *transferencia de esta energía*. La escala que comúnmente se utiliza [1-7] para medir la energía cinética viene dada por la expresión

$K(t) = \frac{1}{2} m |\vec{V}(t)|^2$, donde m es la masa de la partícula y $|\vec{V}(t)|$ su rapidez instantánea. Dicha cantidad aumenta (disminuye) o permanece constante a media que su derivada respecto al tiempo sea positiva (negativa) o

TABLA VI. Sistema nominal asociado a la clasificación del movimiento desde el punto de vista dinámico.

Conceptos	Unidades de conocimiento
Uniforme	1.- La partícula conserva su energía cinética durante su recorrido. 2.- No existe transferencia de energía cinética entre la partícula y su entorno.
Acelerado	1.- La partícula adquiere energía cinética durante su recorrido. 2.- Existe una transferencia de energía cinética desde el entorno a la partícula.
Desacelerado	1.- La partícula le cede al entorno energía cinética durante su recorrido. 2.- Existe una transferencia de energía cinética desde la partícula al entorno.

permanecerá constante, en el intervalo de tiempo I durante el cual transcurre el movimiento. Con ello, el movimiento será acelerado (desacelerado) o uniforme cuando la energía cinética aumenta (disminuye) monótonamente con el tiempo o permanece constante en el tiempo, respectivamente. Así, la metrización del sistema nominal presentado en la Tabla VI queda establecida por la escala presentada en la Tabla VII.

TABLA VII. Escala de medición asociada a la clasificación del movimiento desde el punto de vista de la energía cinética.

Conceptos	Definición operacional
Uniforme	La energía cinética de una partícula permanece constante a medida que transcurre el tiempo, es decir, $\frac{d}{dt} K(t) = 0 \quad \forall t \in I. \quad (8a)$
Acelerado	La energía cinética de una partícula aumenta conforme transcurre el tiempo, es decir, $\frac{d}{dt} K(t) > 0 \quad \forall t \in I. \quad (8b)$
Desacelerado	La energía cinética de una partícula disminuye conforme transcurre el tiempo, es decir, $\frac{d}{dt} K(t) < 0 \quad \forall t \in I. \quad (8c)$

Para probar la equivalencia entre el sistema nominal de la Tabla VI y el sistema operacional de la Tabla VII con todos los sistemas nominales y operacionales previamente establecidos, bastará con derivar la energía cinética respecto al tiempo y mostrar que dicha derivada es proporcional al cambio de rapidez de la partícula. En efecto,

Clasificación del movimiento de una partícula en mecánica clásica no relativista basta con escribir el teorema de trabajo y la energía cinética [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] de la siguiente forma,

$$K(t) = \frac{1}{2} m |\vec{V}(t)|^2 \therefore \frac{d}{dt} K(t) = m |\vec{V}(t)| \frac{d}{dt} |\vec{V}(t)|, \quad (9)$$

obsérvese que el término de proporcionalidad $m |\vec{V}(t)|$ es positivo y no modifica la relación de orden entre la escala presentada en la Tabla II con la mostrada en la Tabla VII.

Con la finalidad de metrizar la segunda unidad de conocimiento presentada en el sistema nominal de la Tabla VI, que alude a la transferencia de energía cinética, se requiere del concepto de *trabajo mecánico* y el *teorema de trabajo-energía cinética* [1-7]. El trabajo debido a todas las fuerzas que actúan sobre una partícula, cuando ésta se desplaza desde un punto *A* hasta otro punto *B* a lo largo de su trayectoria *C*, se denotará mediante el símbolo $W_{\text{Total}}^{[A,B;C]}$. Esta cantidad resulta positiva (negativa) cuando la transferencia de energía es desde el (la) entorno (partícula) a la (al) partícula (entorno), y nula cuando no existe transferencia de energía alguna. Con ello se establece que para un movimiento acelerado (desacelerado) el trabajo total es positivo (negativo) a lo largo de la trayectoria que conecta a dos puntos, debido a que la partícula adquiere (cede) energía cinética del (al) su entorno. Sin embargo, el movimiento es uniforme cuando el trabajo total se anula a lo largo del trayecto que conecta a dos puntos. En tal sentido, se presenta en la Tabla VIII el resultado de la metrización para la segunda unidad de conocimiento de la Tabla VI.

TABLA VIII. Escala de medición asociada a la clasificación del movimiento desde el punto de vista del trabajo mecánico.

Conceptos	Definición operacional
Uniforme	El trabajo mecánico debido a todas las fuerzas que actúan sobre una partícula a lo largo de su trayectoria <i>C</i> que conecta a los puntos <i>A</i> y <i>B</i> se anula, es decir, $W_{\text{Total}}^{[A,B;C]} = 0.$ (10a)
Acelerado	El trabajo mecánico debido a todas las fuerzas que actúan sobre una partícula a lo largo de su trayectoria <i>C</i> que conecta a los puntos <i>A</i> y <i>B</i> es positivo, es decir, $W_{\text{Total}}^{[A,B;C]} > 0.$ (10b)
Desacelerado	El trabajo mecánico debido a todas las fuerzas que actúan sobre una partícula a lo largo de su trayectoria <i>C</i> que conecta a los puntos <i>A</i> y <i>B</i> es negativo, es decir, $W_{\text{Total}}^{[A,B;C]} < 0.$ (10c)

Para probar la equivalencia entre los sistemas nominales y operacionales asociados a la clasificación del movimiento desde el punto de vista del trabajo mecánico con los establecidos en las Tablas I y II, y por tanto con todos los sistemas nominales y operacionales antes mencionados,

$$|\vec{V}_B|^2 - |\vec{V}_A|^2 = \frac{2}{m} W_{\text{Total}}^{[A,B;C]}. \quad (11)$$

Cuando el trabajo a lo largo del camino *C* que conecta a los puntos *A* y *B* se anula, entonces la rapidez se mantiene constante durante su movimiento; y de acuerdo a lo presentado en la Tabla II el movimiento es uniforme. Pero si el trabajo es positivo (negativo) a lo largo del camino la rapidez va en aumento (disminución) y el movimiento es acelerado (desacelerado). Así, queda demostrada la equivalencia entre las escalas presentadas en las Tablas II y VIII, y por tanto con todas las escalas presentadas en esta sección.

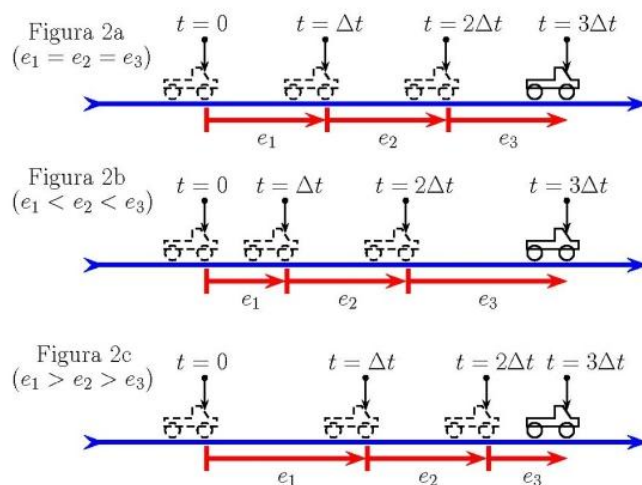


FIGURA 2. Representación de un movimiento (a) uniforme, (b) acelerado y (c) desacelerado sobre una trayectoria rectilínea. Las cantidades e_i corresponden a los espacios recorridos por un objeto en intervalos de tiempos iguales Δt .

V. REPRESENTACIONES PICTÓRICAS

Entendemos por representación pictórica externas al conjunto de ilustraciones, figuras, gráficos, símbolos o inclusive ecuaciones, el cual permite estereotipar o fijar una idea referente a una escala de medición o sistema nominal. Tales representaciones son útiles para el anclaje de la atribución de significado que se le asigna a un concepto a través de sus sistemas nominales y operacionales. Estas representaciones son consideradas útiles cuando el aprendizaje es más visual que analítico. Por ello, consideramos pertinente que las definiciones nominales y operacionales deben complementarse con las representaciones pictóricas externas, de manera que éstas deben formar parte de la elección y ordenamiento didáctico del contenido formativo. Por ello, en esta sección indicaremos algunas construcciones para las representaciones pictóricas externas

S. Díaz-Solórzano, L. González-Díaz y C. Buitrago
que ilustran los sistemas nominales y operacionales de la sección precedente.

Al mostrar el sistema nominal de la Tabla I, los docentes deben reforzar las unidades de conocimiento mediante ilustraciones que reflejen los espacios recorridos en intervalos de tiempos iguales. Esto se consigue mediante el uso de trayectorias rectilíneas tal como se muestra en la Fig. 2. Inclusive, se recomienda dibujar trayectorias curvilíneas en lugar de rectas (que es lo habitual); por ejemplo, en la Fig. 3 se ilustra el movimiento uniforme de una partícula en una trayectoria curvilínea. Es de mencionar, que el comportamiento exhibido en las Figs. 2 y 3 ocurre para cualquier elección del intervalo de tiempo Δt .

Es importante aclarar la falsa idea de que <<en todo movimiento uniforme la velocidad es constante>>; dicha afirmación es válida sólo para trayectorias rectilíneas. El hecho que exista una aceleración asociada al movimiento de una partícula no implica que éste deje de ser uniforme, como ocurre para el movimiento circular uniforme y el

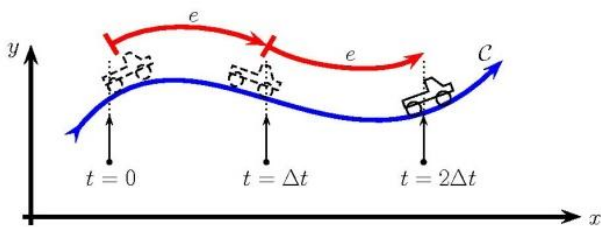


FIGURA 3. Representación de un movimiento uniforme curvilíneo bidimensional; la partícula recorre espacios iguales (e) en intervalos de tiempo iguales Δt .

movimiento indicado en la Fig. 3. Tal afirmación se verifica al hacer uso de la siguiente expresión para la aceleración de una partícula [1, 4]

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} [|\vec{V}|] \hat{V} + \kappa |\vec{V}|^2 \hat{V}_\perp, \quad (12)$$

donde \hat{V} y \hat{V}_\perp son vectores unitarios cuyas direcciones son tangente y perpendicular a la trayectoria, respectivamente. La cantidad κ determina la curvatura de la trayectoria descrita por la partícula. El versor \hat{V}_\perp es perpendicular a \hat{V} y apunta hacia la parte cóncava de la trayectoria descrita por la partícula. Cuando la partícula describa una trayectoria rectilínea la curvatura se nula ($\kappa=0$), por consiguiente el segundo término de (11) también; quedando sólo el primer término. En esta situación, observamos que para un movimiento uniforme la aceleración se anula. Por el contrario, si la trayectoria no es rectilínea ($\kappa \neq 0$) y el movimiento es uniforme, el primer término de (11) se anula quedando el segundo. Para un

movimiento circular uniforme, la curvatura es igual al inverso del radio descrito por la partícula ($\kappa=1/R$), de forma que dicha aceleración corresponde justamente a la aceleración centrípeta.

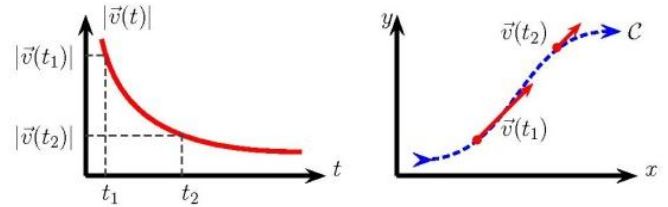


FIGURA 4. A la izquierda se muestra el decrecimiento de la rapidez de una partícula en función del tiempo y a la derecha se presenta la trayectoria seguida por ésta y el cambio del vector velocidad.

Las representaciones pictóricas asociadas a los sistemas operacionales de la Tabla II, pueden emplearse en situaciones donde se conozca la forma funcional de la velocidad con el tiempo, o en su defecto cuando se conozca la rapidez de la partícula como función del tiempo. Bajo tales circunstancias, se recomienda el uso de las gráficas de rapidez versus tiempo. Por ejemplo, para el caso de un movimiento desacelerado la ilustración correspondiente se indica en la Fig. 4 (izquierda). También puede mostrarse la trayectoria seguida por la partícula y dibujar en distintos momentos el vector velocidad; de forma tal que la magnitud del vector se mantenga, aumente o disminuya si el movimiento es uniforme, acelerado o desacelerado, respectivamente. Por ejemplo en la Fig. 4 (derecha) se muestra el caso de un movimiento desacelerado.

Para el caso de ilustraciones asociadas a las escalas de medición presentadas en la Tablas III y V, es necesario mostrar la trayectoria seguida por la partícula y dibujar la velocidad así como el vector aceleración o fuerza neta sobre varios puntos de la trayectoria para luego establecer la proyección del vector velocidad sobre el vector aceleración o fuerza. El signo de tales proyecciones no deben cambiar a lo largo de la trayectoria, de lo contrario el movimiento sería variado. Debe hacerse especial énfasis en mostrar que en el movimiento uniforme la fuerza neta o la aceleración son perpendiculares a la velocidad, a diferencia del movimiento acelerado para el cual la fuerza neta o aceleración forman un ángulo agudo ($0 \leq \theta \leq \pi/2$) respecto a la velocidad. En el movimiento desacelerado la fuerza neta y la aceleración forman un ángulo obtuso ($\pi/2 \leq \theta \leq \pi$) respecto a la velocidad. Esta estrategia puede implementarse para demostrar que en un lanzamiento horizontal (ver Fig. 5a) bajo la influencia del campo gravitacional terrestre el movimiento es acelerado. En cambio, para un lanzamiento de proyectil (ver Fig. 5b) el movimiento de ascenso es desacelerado mientras que el

movimiento de descenso es acelerado, en conclusión todo el movimiento es variado.

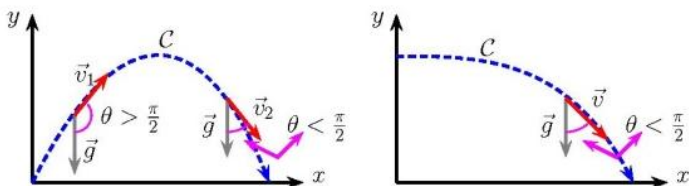


FIGURA 5. Proyección del vector velocidad sobre el vector aceleración en distintos tiempos, para el caso del lanzamiento de un proyectil (izquierda) y para un lanzamiento horizontal del mismo (derecha).

Finalmente, para ilustrar los sistemas nominales y operacionales indicados en las Tablas VI, VII y VIII se puede implementar diagramas de transferencia de energía, donde se represente la energía transferida mediante flechas. En dichos diagramas, una flecha entrando (saliendo) a la partícula o cuerpo indicará que ésta adquiere (cede) energía cinética debido a una interacción externa; de manera que, la fuerza asociada a dicha interacción hace un trabajo positivo (negativo). Por otra parte, el tamaño de estas flechas indicara la cantidad de energía que se está transfiriendo. La situación en la cual la transferencia neta de energía cinética es nula, es representada mediante flechas de igual tamaño que entran y salen en igual cantidad. En tal situación el movimiento es uniforme, como puede verse a partir de la Fig. 6 (izquierda), mientras que un movimiento desacelerado puede ilustrarse según la Fig. 6 (derecha).

VI. DISCUSIÓN

Con el conjunto de sistemas nominales es posible que los aprendices puedan tener una idea clara sobre la formación cualitativa y comparativa de un concepto científico en Física. Mientras que el conjunto de sistemas operacionales le permitirá al aprendiz adquirir destrezas en cuanto al proceso de metrización y de medición de un concepto; en otras palabras, el sistema operacional le permitirá al aprendiz adquirir destrezas en cuanto al manejo lógico-matemático. A nuestro juicio, el aprendizaje de un concepto en Física se logra cuando el aprendiz sea capaz de encontrar el conjunto de todas las clases de homomorfismos o el conjunto de todas las escalas de medición asociadas al concepto o al menos logre manejar un gran número de transformaciones entre escalas de medición. Por otra parte, esta construcción permite enseñarle al aprendiz que la definición de una escala asociada a un concepto y el concepto en sí mismo son estructura totalmente diferentes.

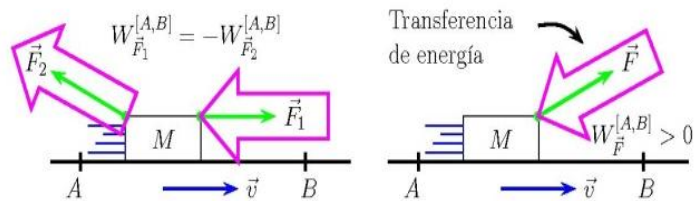


FIGURA 6. Diagramas de transferencia de energía: A la izquierda el cuerpo adquiere energía y por ello acelera. A la derecha, la transferencia de energía neta es nula y el cuerpo mantiene un movimiento uniforme.

Por otra parte, cada sistema nominal permite introducir los conceptos científicos mediante el lenguaje cotidiano y las condiciones materiales de adecuación, para luego precisar el concepto estipulando las escalas de medición que conforman al sistema operacional. Para ello se requiere el proceso de metrización. Estipulando los sistemas operacionales y probando las equivalencias entre las distintas escalas se puede establecer representaciones pictóricas, en términos de ilustraciones, acordes a las escalas. Estas representaciones juegan un papel importante para la aprehensión de las distintas escalas a nivel cualitativo y comparativo. Debido a que, estas representaciones pueden servir de anclaje para afianzar el sistema nominal y operacional asociado a un concepto científico en Física. Es por ello que el uso de representaciones pictóricas para la enseñanza de algún concepto científico en Física, deberá ser consistente con las unidades de conocimiento y las escalas de medición asociadas al referido concepto. De lo contrario, puede inducirse en el aprendiz concepciones no coherentes con las unidades de conocimiento y la escala de medición dada.

En cuanto al ordenamiento didáctico del concepto clasificación del movimiento, consideramos pertinente mostrar, en primer lugar, los sistemas nominales; luego mediante el proceso de metrización construir los sistemas operacionales para finalmente presentar representaciones pictóricas externas. Un aspecto fundamental, el cual no fue abordado en este trabajo, es el proceso de medición. Éste se encuentra implícito en la construcción de las representaciones pictóricas y juega un papel preponderante en los instrumentos de evaluación de la referida clasificación.

En cuanto al dominio conceptual, desarrollado en este trabajo, se establece durante un movimiento acelerado la partícula no puede detenerse en algún momento de su recorrido, a diferencia con un movimiento desacelerado que puede detenerse en algún momento (distinto del inicial), en virtud de que la rapidez decrece hasta anularse.

Además, un movimiento desacelerado no puede exhibir como condición inicial el reposo; debido a que para un tiempo subsecuente la rapidez de la partícula debe ser menor que la rapidez inicial, lo cual no es posible en virtud de que la rapidez es una magnitud definida positiva. Otra

forma de establecer tal condición, consiste en afirmar que una partícula no puede desacelerarse a partir del reposo. Una partícula que experimenta un movimiento uniforme puede describir, en general, una trayectoria curvilínea, contrario a la creencia de que un movimiento es uniforme cuando la aceleración se anula. No obstante, lo recíproco es cierto, un movimiento sin aceleración corresponde a que su velocidad es constante y por tanto su rapidez.

A partir de la definición operacional mostrada en la Tabla III, se concluye que en una dimensión el movimiento es acelerado (desacelerado) cuando la aceleración es paralela (antiparalela); y nula cuando el movimiento es uniforme [12], contrario a lo afirmado por algunos textos escolares [3] que establecen que el movimiento es acelerado (desacelerado) cuando la velocidad es positiva y la aceleración es positiva (negativa). Tal afirmación carece de generalidad y se hace en el un sistema de coordenada particular. Por supuestos, el enfoque vectorial utilizado en este trabajo permite hacer innecesario el uso de coordenadas.

VII. CONCLUSIONES

Para la enseñanza de la clasificación del movimiento se requiere mostrar tanto la definición nominal (en primer lugar) como la operacional. En otras palabras, para estipular y enseñar los conceptos de movimientos uniforme, acelerado y desacelerado se requieren definiciones, que en el caso que nos ocupa, las clasificamos en nominales y operacionales. Las definiciones nominales y operacionales resultan naturalmente equivalentes cuando la metrización es realizada usando el formalismo vectorial, lo cual pone de manifiesto que el uso de dicho formalismo no es “un capricho matemático”, sino nada más y nada menos, la estructura que surge naturalmente en el proceso de metrización de la clasificación del movimiento. La teoría de formación de conceptos científicos en Física provee un marco unificador para la clasificación del movimiento, ya que permite mostrar la complementariedad de los puntos de vista cinemático y dinámico de la clasificación del movimiento. La propuesta didáctica presentada en este trabajo constituye un buen ejemplo que ilustra de manera sencilla y concreta, la forma en que se estipulan y metrizan los conceptos en Física, lo cual es un área ignorada o muy poca tratada en los textos escolares de Física.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con apoyo del Proyecto de Investigación **08-011**, inscrito ante la Subdirección de Investigación y Postgrado del Instituto Pedagógico de Caracas de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

REFERENCIAS

- [1] Alonso, M. y Finn, E., *Física*, Vol. 1 (Fondo Educativo Interamericano, Caracas, 1976).
- [2] Bueche, F. J., *Física para estudiantes de ciencias e ingeniería*, Tomo 1 (Mc Graw Hill, México, 1988).
- [3] Serway, R. y Jewett, J., *Física para ciencias e ingeniería*, Vol. 1 (International Thomson, México, 2005).
- [4] Savéliev, I. V., *Curso de física general: Mecánica y Física Molecular*, Tomo 1 (Mir, Moscú, 1984).
- [5] Landau, L., Ajiezer, A. y Lifshitz, E., *Curso de física general: Mecánica y Física Molecular*, Tomo 1 (Mir, Moscú, 1973).
- [6] Hewitt, P., *Conceptos de física*, (Limusa, México, 2005).
- [7] Holliday, D. y Resnick, R., *Física*, Primera parte (Compañía editorial Continental, México, 1984).
- [8] Hempel, C., *Fundamentos de la formación de conceptos en ciencia empírica*, (Editorial Alianza, España, 1988); Stegmüller, W., *Teoría y Experiencias*, (ARIEL, Barcelona, España, 1979); Mosterin, J., *La estructura de los conceptos científicos*, *Investigación y Ciencia* **16**, 82-93 (1978).
- [9] Copi, I. y Cohen, C., *Introducción a la lógica*, 8va Ed. (Editorial LIMUSA, México, 2009).
- [10] Para establecer un concepto científico se necesitan ideas abstractas, mediante las cuales comprendamos las experiencias que emergen de la interacción con el entorno, así como también se requiere conocimientos previos. Tales ideas abstractas y conocimientos previos las denominaremos *unidad de conocimiento*.
- [11] En este trabajo se entiende por proyección al número real que se obtiene de multiplicar escalarmente un vector por un versor. A diferencia de significado preciso en matemática el cual considera a la proyección como un vector.
- [12] La condición de ortogonalidad $\vec{A}(t) \cdot \hat{V}(t) = 0$ en una dimensión se reduce a que $\vec{A}(t) = \vec{0}$.