

Articulación en la enseñanza en carreras de ingeniería: el movimiento armónico simple y las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal



Viviana A. Costa^{1,2}, Patricia Torroba¹, Eugenio Devece¹

¹IMApEC, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, La Plata, Argentina.

²NIECyT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil, Argentina.

E-mail: vacosta@ing.unlp.edu.ar

(Recibido el 12 Abril 2013, aceptado el 7 de Agosto 2013)

Resumen

En este trabajo se relata una experiencia de articulación entre una asignatura de Física (Mecánica Clásica) y una de Matemática (Álgebra Lineal) en el contexto de las Ciencias Básicas en una Facultad de Ingeniería. La experiencia consistió en la participación activa de profesores de ambas disciplinas en el espacio de aula en la clase de Matemática. Los conceptos vinculados entre ambas asignaturas son los de movimiento armónico simple (MAS) desde el punto de vista de la Física, y las ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden lineal (EDO) desde la Matemática. El objetivo es el de vincular significativamente los conceptos en estudio (EDO) con los adquiridos (MAS) de modo de lograr una visión global del tema en el contexto de carreras de ingeniería. Se presentan pre-test y pos-test que permiten una primera evaluación de la actividad.

Palabras clave: Educación en ingeniería, articulación en la enseñanza, movimiento armónico simple, ecuaciones diferenciales ordinarias.

Abstract

This paper describes an experience of articulation between a subject of Physics (Classical Mechanics) and Mathematics (Linear Algebra) in Basic Sciences Courses of an Engineering Department. The experience involved the active participation of teachers from both disciplines in the classroom space of a math course. The concepts associated are simple harmonic motion (SHM) from the point of view of physics, and ordinary second order linear differential equations (ODE) from Mathematics. The aim is to significantly link the concepts under study in order to obtain an overview of the topic in the context of Engineering. We present a pre-test and a post-test to allow a first evaluation of the activity.

Keywords: Engineering education, teaching articulation, simple harmonic motion, ordinary differential equations.

PACS: 01.40.-d, 01.40.Ha, 01.40.gb.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En el contexto del diseño de una experiencia compartida por dos cursos, uno de Matemática y otro de Física en una Facultad de Ingeniería, se generó la necesidad de definir el concepto asociado a la palabra *articulación*. Se asume la articulación como la necesaria continuidad, coherencia, secuenciación y gradualidad que debe existir en el proceso de enseñanza y de aprendizaje integral. Debe contemplar todos los aspectos comprometidos en el proceso: desde las estrategias didácticas, contenidos, hasta los aspectos de organización institucional, tendiente a evitar aislamientos, contradicciones y duplicaciones entre los distintos niveles.

Cuando se habla de articulación debe especificarse a qué ámbito de continuidad se está aludiendo para poder pensar

en acciones, mecanismos, actores y niveles de responsabilidad que garanticen su consecución.

Diversos tópicos son comunes a las disciplinas de Física y Matemática. Se debe a que ellas estuvieron ligadas desde siempre y los descubrimientos que se realizaban en el campo de la ciencia necesitaron del formalismo matemático para sustentarse.

El ejemplo más significativo son las ecuaciones diferenciales que sirvieron y sirven de instrumento para estudiar los cambios, analizar y predecir con un mismo cuerpo de leyes, los sistemas físicos en movimiento. En particular, el interés estaba centrado en el campo de la astronomía. Las investigaciones científicas estaban basadas metodológicamente a partir de la observación y la obtención de leyes descriptivas de los movimientos, por ejemplo, las

Leyes de Kepler. Es Newton, quien aborda el problema de los movimientos de los cuerpos celestes, desde otro punto de vista. En lugar de observar y describir, busca la causa de los movimientos y cambios de movimientos del conjunto de cuerpos. A partir del conocimiento empírico de la Ley de Gravitación Universal, el problema matemático fundamental al estudiar el movimiento de dos o más cuerpos, moviéndose cada uno bajo la acción gravitatoria de los otros es el de resolver un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

El primer éxito lo obtuvo Newton, expuesto en los Principia en el siglo XVII al demostrar que a partir de sus Tres Principios y de la Ley de Gravitación Universal se podían deducir las tres leyes planetarias de Kepler [1]. El problema de los tres cuerpos sometidos a una acción gravitatoria común fue estudiado intensamente por Euler, Laplace y Lagrange obteniendo sólo resultados parciales.

II. MARCO TEÓRICO

La investigación realizada la enmarcamos en la teoría cognitiva de aprendizaje significativo [2].

Las teorías cognitivas del aprendizaje sostienen la idea de combinar la información previa con la nueva para arribar a una comprensión más profunda. La teoría de la asimilación de Ausubel incorpora la noción del conocimiento a priori como fundamento del aprendizaje y propone que el aprendizaje significativo requiere la activación del conocimiento de estructuras existentes durante o después del estudio. Además, Ausubel destaca que para que se produzca aprendizaje significativo, el aprendiz debe querer aprender.

Una forma de propiciar el aprendizaje y en forma significativa, es atender a lo expresado por Moreira que sugiere crear situaciones de enseñanza en el aula que motiven el aprendizaje [3].

Por ello, nuestra propuesta consiste en la estrategia de articular conceptos de las disciplinas Matemática y Física, mediante la participación activa de los profesores de ambas disciplinas, involucrados en una experiencia áulica en la clase de matemática en la que se dispuso de material didáctico experimental presentado por los profesores de Física. Consideramos que ésta es una forma de motivar el aprendizaje de modo significativo.

III. ESCENARIO INSTITUCIONAL

En la Facultad de Ingeniería de la UNLP los actuales planes de estudio tienen entre otros, el objetivo de integrar las asignaturas de matemática con el resto de las áreas y materias, mejorar el rendimiento de los estudiantes en dichas asignaturas y disminuir la dificultad de éstos en recuperar los conceptos matemáticos en otros contextos. El esquema se basa en la organización de los contenidos alrededor de ejes conceptuales comunes y en la redistribución de los recursos existentes a fin de mejorar la calidad de la enseñanza impartida. Se define, un trayecto

básico de Matemática, integrado por tres materias consecutivas, dos de Cálculo Diferencial e Integral (Matemática A y B) y la tercera que incluye los contenidos básicos de Álgebra Lineal (Matemática C); y un trayecto básico de Física integrado por tres materias que son Física I, II y III (Tabla I) [4, 5].

Las asignaturas involucradas en la experiencia de articulación vertical, pertenecen al Área Básica: Física I (FI) dictada en el segundo semestre para todas las carreras y Matemática C (MC), asignatura del trayecto Matemática, correspondiente al tercer semestre de todas las carreras.

Los profesores que participan de la experiencia son los mismos investigadores.

TABLA I. Asignaturas del Área Básica.

Eje Matemático	Contenidos	Eje Físico	Contenidos	Semes_ tre
Matemática A	Derivación en una y varias variables	-----	-----	1
Matemática B	Integración en una y varias variables- Cálculo vectorial - Series numéricas	Física I (FI)	Mecánica Clásica. Introducción a la Termodinámica	2
Matemática C (MC)	Algebra Lineal- Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias	Física II	Electromagnetismo Clásico	3
Matemática D	Cálculo Avanzado	Física III	Óptica y Física Moderna	4

IV. TEMA DE ESTUDIO. EL MAS Y LAS EDO

El MAS y las EDO son temas profundamente relacionados, y en el contexto de la Facultad de Ingeniería de la UNLP se estudian en las asignaturas FI y MC (Tabla I), abordados en cada una de ellas desde su perspectiva particular en el Área Básica.

El MAS es uno de los movimientos idealizados más importante, pues constituye una buena aproximación a muchas de las oscilaciones que se dan en la naturaleza y es muy sencillo de describir matemáticamente [6].

Los conceptos involucrados en este tratamiento, resultan ser el primer nivel de entendimiento para otros sistemas más complejos que se expresan como combinación lineal del caso sencillo. Las oscilaciones juegan un papel muy importante fuera del campo de la mecánica, por ejemplo como las vibraciones de las moléculas de un sólido alrededor de su posición de equilibrio (modelo mecanicista),

los electrones en una antena emisora que oscilan rápidamente o las vibraciones de un diapasón que están generando una onda sonora. También en fenómenos biológicos aparecen las oscilaciones, por ejemplo, en la producción del sonido por las cuerdas vocales o por el movimiento de las alas de los insectos. Aunque la naturaleza de los sistemas oscilatorios pueda ser diversa, las ecuaciones que los describen presentan similitudes, razón por la cual es importante estudiar al oscilador armónico mecánico con cierto detalle [7].

A. Organización de estudio en el Área de Física

Durante el trayecto de FI y en el marco teórico de la Mecánica Newtoniana, los estudiantes abordan el estudio de sistemas físicos sometidos a fuerzas no constantes como la que describe la Ley de Hooke:

$$F = -k x, \quad (1)$$

donde, F es la fuerza ejercida por el resorte sobre un cuerpo, x la elongación o alargamiento y k la constante elástica del resorte.

El ejemplo paradigmático para tratar este tema es el de un cuerpo de masa m unido a un resorte de constante elástica k , debido a que bajo condiciones de idealidad, este sistema mecánico puro no requiere de ninguna aproximación relevante para describir un MAS (Figura 1, situación 1).

El tema se aborda a partir de la observación de distintos dispositivos como péndulos simples, de torsión, dispositivos conteniendo resortes, bandas elásticas, etc. Mediante una breve instancia de discusión entre docentes y estudiantes, se concluye que todos los dispositivos ejecutan movimientos oscilatorios y periódicos. En una segunda instancia se modela el sistema físico y su entorno, explicando todas las aproximaciones y suposiciones del mismo. Finalmente se plantea formalmente el problema en el marco teórico newtoniano. El desarrollo del Segundo Principio de Newton en particular, conduce a la ecuación diferencial lineal de segunda orden, homogénea, asociada a la dinámica del sistema:

$$x''(t) + \omega^2 x(t) = 0, \quad (2)$$

donde $x(t)$ es el apartamiento de la posición de equilibrio, t el tiempo y $\omega = \sqrt{k/m}$.

Es así como se arriba en la clase de FI a la definición del MAS. Todos los sistemas, cuya ecuación dinámica está representado por la ecuación (2) es un MAS. En algunos sistemas como el de *masa-resorte* (Figura 1, situación 1) surge directamente del desarrollo del Segundo Principio. En otros como el péndulo simple (Figura 1, situación 2) la ecuación (2) se obtiene sólo cuando el sistema es apartado un pequeño ángulo desde el punto de equilibrio. En esta última situación las ecuaciones análogas a (1) y (2) son:

$$F = -mg \text{ sen}(\theta), \quad (3)$$

$$\theta''(t) + \omega^2 \theta(t) = 0. \quad (4)$$

Es interesante destacar que en las expresiones (2) y (4) la constante ω contiene los aspectos característicos del sistema físico particular según sea el sistema físico bajo estudio (Figura 1).

La búsqueda de la solución de la ecuación (2), en FI, se ensaya a partir de correlacionar los aspectos cualitativos del sistema físico, con los conocimientos matemáticos de funciones de una variable, estudiadas en el transcurso de la asignatura Matemática A.

Las funciones periódicas y oscilatorias más sencillas que surgen son: seno y coseno. Luego a partir de las condiciones iniciales del sistema físico, se esboza la o las posibles soluciones. Cabe mencionar que los estudiantes tienen conocimientos de la correlación entre las condiciones iniciales de un sistema físico y las constantes que acompañan la evolución de la posición y la velocidad con el tiempo, por analogía con el análisis realizado sobre sistemas accionados con fuerzas constantes.

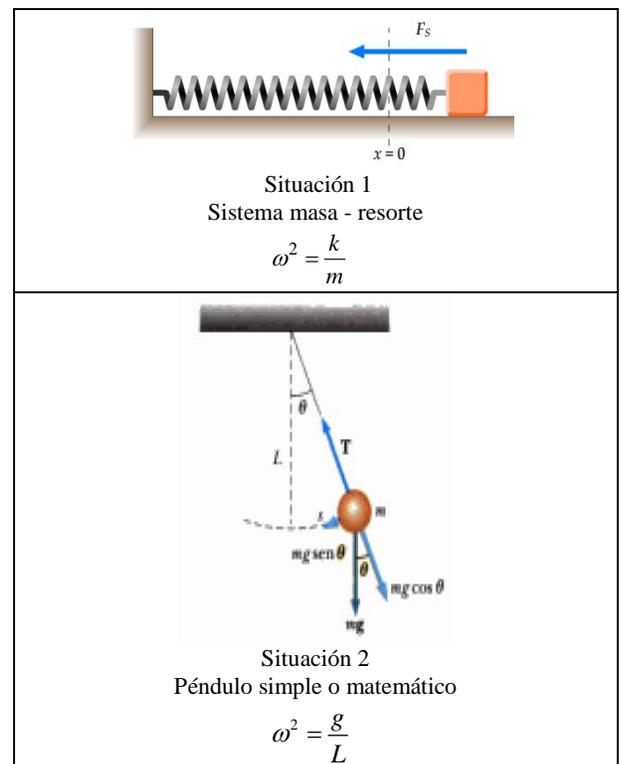


FIGURA 1. Situación 1: Sistema masa-resorte sobre una superficie ideal. Situación 2: Péndulo simple.

Las funciones matemáticas que describen dicho movimiento son [8]:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi), \quad (5)$$

derivando la expresión (5) respecto del tiempo, se obtiene la velocidad:

$$x'(t) = V_x(t) = (-A \cdot \omega) \text{sen}(\omega t + \phi). \quad (6)$$

Estas ecuaciones presentan para los estudiantes, una mayor complejidad, tanto en su interpretación física como en su uso para la resolución de problemas concretos.

Derivando la expresión (6) respecto del tiempo, se obtiene:

$$x''(t) = a(t) = (-A\omega^2) \cos(\omega t + \phi). \quad (7)$$

Con estas expresiones reemplazadas en la ecuación (2) encontramos que se verifica la ecuación dinámica del sistema. Finalmente se realiza el estudio de los aspectos energéticos de los dispositivos idealizados y se discuten los sistemas armónicos amortiguados y forzados, mostrando las ecuaciones diferenciales y las respectivas soluciones. Estos sistemas más complejos son los que más interesan a los estudiantes de ingeniería.

B. Organización de estudio en el Área de Matemática

En el tercer semestre en la asignatura MC, los alumnos abordan el estudio de las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal, desde la perspectiva matemática [9]. Utilizando conceptos del Álgebra Lineal, el alumno resuelve la ecuación diferencial lineal de segundo orden:

$$x''(t) + p(t)x'(t) + q(t)x(t) = r(t), \quad (8)$$

donde $p(t)$, $q(t)$ y $r(t)$ son funciones de la variable independiente t . La ecuación generalizada (8), representa innumerables situaciones físicas. Por ejemplo en un circuito eléctrico LCR con una fuente de alterna [10], o en un sistema masa-resorte forzado [8], la función $r(t)$ puede ser una función $\text{sen}(t)$ o $\text{cos}(t)$.

La ecuación (2) es un caso particular de la ecuación (8), con coeficientes constantes y homogénea.

En matemática, varios métodos abordan la resolución de la ecuación (2), obteniendo la forma de la solución general:

$$x(t) = c_1 \cos(\omega t) + c_2 \text{sen}(\omega t). \quad (9)$$

La función (9) es algebraicamente igual a la obtenida en (5) hallada experimentalmente en física. Se obtienen las relaciones de los pares de constantes (C_1 , C_2) y (A , ϕ) de esta forma:

$$\begin{cases} C_1 = A \cos(\phi), \\ C_2 = -A \text{sen}(\phi), \end{cases} \quad \begin{cases} A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}, \\ \phi = \arctan(-C_2 / C_1). \end{cases} \quad (10)$$

V. DISEÑO Y EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Los actores de la articulación son los alumnos de un curso de MC y los profesores de MC y FI, autores del presente

trabajo.

La experiencia se inicia en el año 2009, se replica con la implementación de diversas actividades en los años 2010, 2011 y 2012.

En lo que sigue relatamos la experiencia y resultados de *pre-test* y *post-test*, realizados a los estudiantes participantes, que nos permite realizar una primera evaluación.

A. Investigación pre-test

Durante los cursos 2010 y 2011, en la asignatura MC, antes de la realización de la experiencia se realizó a los alumnos un *pre-test*. El objetivo fue indagar cuales conceptos recordaban los alumnos del MAS estudiado en FI y si relacionaban, la solución obtenida del MAS en Física, con las soluciones analíticas encontradas para una ecuación diferencial de segundo orden en MC, ya que son presentadas con distinta notación. Las preguntas del pre-test se muestran en la Tabla II.

TABLA II. Preguntas del Pre-test sobre conceptos del MAS.

Preguntas	Pre-test
1	¿Recuerda alguna característica del Movimiento Armónico Simple (MAS)? ¿Cuáles?
2	¿Podría dar algún ejemplo de un MAS?
3	¿Recuerda la ecuación diferencial que satisface el MAS y la interpretación física de las constantes involucradas?

El *pre-test* fue anónimo. Se realizó en el espacio de aula y fue respondido por 26 alumnos en el año 2010 y por 35 alumnos en el año 2011. Las preguntas de respuesta abierta fueron analizadas en forma cuantitativa. Consideramos las categorías: no contesta, contesta mal, regular, bien y muy bien, para clasificar las respuestas en niveles de conceptualización. Los resultados se muestran en las figuras 2, 3 y 4. En los mismos se observa el porcentaje de la cantidad de alumnos según la categoría seleccionada.

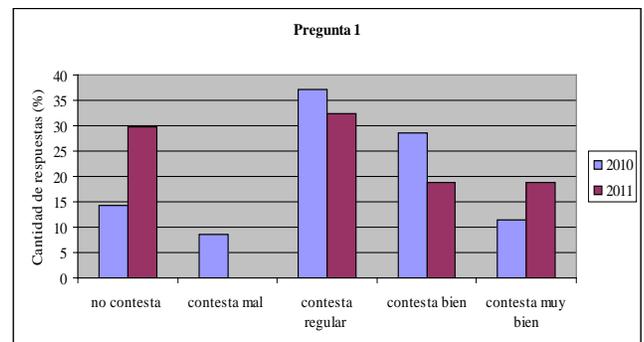


FIGURA 2. Respuestas a la pregunta 1 del pre-test. Años 2010 y 2011.

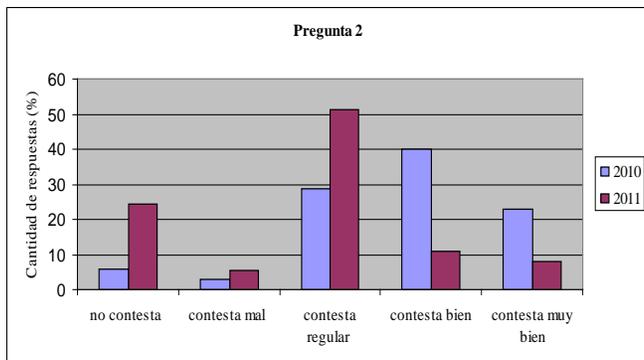


FIGURA 3. Respuestas a la pregunta 2 del pre-test. Años 2010 y 2011.

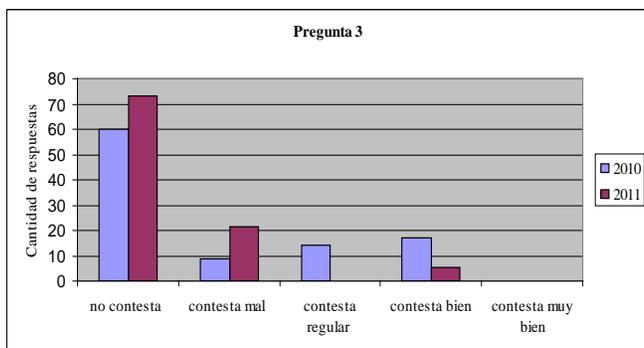


FIGURA 4. Respuestas a la pregunta 3 del pre-test. Años 2010 y 2011.

Algunas de las respuestas de los alumnos a la pregunta 1 fueron: “Velocidad máxima en el punto medio, cero en los extremos...Movimiento periódico...Fuerzas conservativas. Se conserva la energía...Tenía que ver con el seno y el coseno ...Tenía longitud de onda”.

A la pregunta 2, la mayoría de los alumnos contesta: “Péndulo... péndulo menor a 15°...resorte... resorte sin fuerzas externas”.

Un solo estudiante contestó: “Amortiguador de un automóvil”. Varios alumnos para contestar utilizaron gráficos donde dibujaron sistemas con péndulos y resortes.

En relación a la pregunta 3, en el año 2010, el 65,63 % de los estudiantes recuerda las características del MAS. El 62,85 % ejemplifica correctamente situaciones físicas que describen un MAS. El 60 %, no recuerda la ecuación diferencial que satisface el MAS ni la interpretación física de las constantes involucradas. En el año 2011 la mayoría de los alumnos no contesta esta pregunta y expresaron que no habían estudiado ese tema con profundidad en física y por eso no lo recordaban. El resto de los que contesta mal fue porque sólo escriben la expresión matemática de la solución y no interpretan las constantes involucradas en el MAS. Ningún alumno escribió la ecuación diferencial.

B. Desarrollo de la experiencia en la clase de matemática

Diversas estrategias son posibles de abordar para la implementación de una articulación. En nuestro caso, elegimos de entre otras, la participación activa de los profesores de Física, junto a los profesores de Matemática, involucrados en la experiencia. Se generó un encuentro entre todos los profesores y alumnos. Se dispuso de material didáctico experimental presentado por los profesores de FI.

Durante el encuentro, los alumnos observan los mismos dispositivos con los que el tema fue abordado en FI y asocian las expresiones matemáticas con éstos (figura 5).

Cabe destacar que simultáneamente con MC, los alumnos cursan la asignatura Física II, y surgió mucho interés cuando se trató el tema de los circuitos de corriente alterna: a) Con un inductor y un capacitor cargado, b) con un inductor, un capacitor y una resistencia y por último c) con un inductor, un capacitor, una resistencia y una fuente alterna. Se observó la analogía formal con los casos del MAS, del movimiento amortiguado, el movimiento amortiguado forzado y por último el movimiento amortiguado y forzado, arribando a la comprensión del fenómeno de resonancia.



FIGURA 5. Espacio de aula donde se realiza la experiencia. Montaje del dispositivo.

Durante el año 2011, incluimos en la clase la realización de una serie de experiencias empleando TIC. Se hizo oscilar un sistema masa-resorte y mediante el empleo de sensores de movimiento se representó la solución de la ecuación diferencial del MAS (figura 6). La toma de datos a tiempo real permitió además, contrastar los resultados experimentales con los modelos teóricos empleados en la obtención de la ecuación diferencial del MAS y dar validez a las suposiciones y aproximaciones tenidas en cuenta. Otro ejemplo analizado fue el péndulo simple y un movimiento armónico forzado. Este último movimiento se generó a partir de agregar un freno aerodinámico a un resorte como se puede ver en la figura 7.

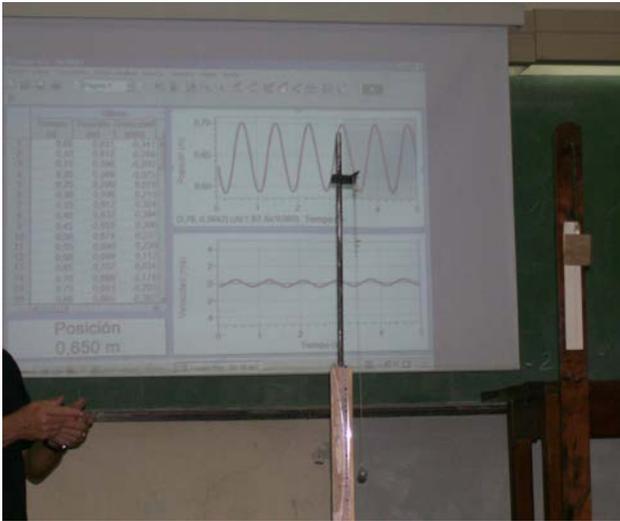


FIGURA 6. Imagen de la representación de los datos tomados por el sensor de movimiento del sistema masa-resorte.



FIGURA 7. Dispositivo presentado en la clase. Sistema masa-resorte con freno aerodinámico.

C. Respuestas y comentarios de los estudiantes al post-test realizado luego de la experiencia de articulación

Luego de la experiencia de articulación de los temas abordados, y con el objeto de validar y hacer una evaluación de la misma, es que realizamos a los alumnos participantes un *post-test*.

Las preguntas estaban orientadas a conocer su opinión acerca de si la experiencia de articulación había sido beneficiosa para ellos, y si hubiesen vinculado los temas sin la intervención de los docentes de ambas disciplinas en el

espacio del aula de matemática. Las preguntas se detallan en la Tabla III.

TABLA III. Preguntas del Post-test realizado a los estudiantes luego de realizada la experiencia de articulación.

Preguntas	Post-test
1	¿Usted hubiese vinculado las soluciones, encontradas en matemática, de la ecuación $x''(t) + \omega^2 x(t) = 0$ con la dada en Física I del Movimiento Armónico Simple (MAS) sin la intervención de los docentes? SI NO
2	¿Usted considera que la participación de los profesores de Física I en la clase de Matemática C, en esta experiencia interdisciplinaria lo ayudó a conectar los contenidos dados en ambas disciplinas?

Las respuestas a la pregunta 1, que eran respondidas por SI o por NO, se detallan en la figura 8. A la pregunta 2, los alumnos contestaron por Si o por No (figura 9) y además la mayoría de ellos expusieron comentarios.

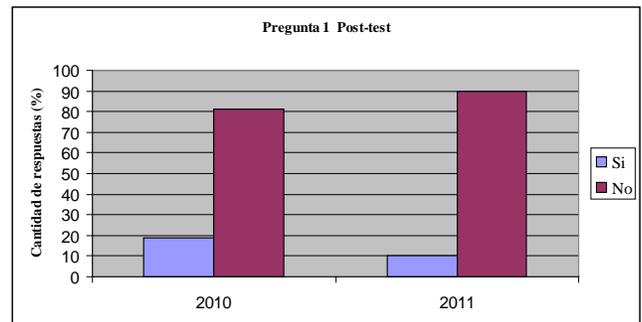


FIGURA 8. Porcentaje de alumnos que contestan por SI o NO a la pregunta 1 del post-test.

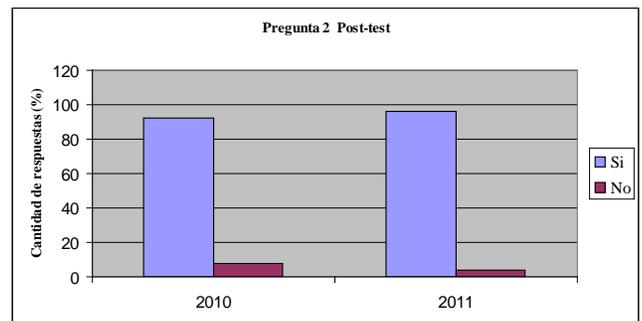


FIGURA 9. Porcentaje de alumnos que contestan por SI o NO a la pregunta 2 del post-test.

Hacemos las siguientes observaciones. Más del 80% de los estudiantes, expresó que NO hubiese vinculado las soluciones encontradas en matemática (MC) con la obtenida en física (FI). Más del 85%, contesta que SI considera que la participación de los profesores de Física I en la clase de

Matemática en esta experiencia interdisciplinaria lo ayudó a vincular los contenidos en estudio en Matemática C, Física I y Física II.

Los post-test estarían indicando la necesidad de la participación de los docentes en el proceso de vinculación entre ambas disciplinas.

Algunos comentarios a la pregunta 2, fueron: “*Si, anteriormente no veía claramente la conexión entre ambas materias, ahora me he dado cuenta de su relación, por tal razón esta experiencia me ayudo bastante en este sentido*”.....*Si, definitivamente ayudó a asimilar los contenidos y poder integrar conocimientos aplicándolo al mundo real*”...” *Si creo que ese tipo de experiencia refuerza los conocimientos matemáticos incorporados y además muestra la utilidad de las mismas en el campo físico de aplicación...Si, porque llevan conocimientos teóricos (matemáticos) a relacionarlos con los prácticos. Y así con temas de ingeniería...Me ayudó a comprender los fenómenos físicos en los sistemas masa-resorte y el péndulo....Si, porque la solución que estudiamos en física no sabíamos como se obtenía. Además recordamos los conocimientos de las dos materias y poder darle una interpretación a las soluciones de las ecuaciones diferenciales...*”.

VI. CONCLUSIONES

En el contexto de una facultad de ingeniería y con el objeto de lograr un aprendizaje significativo para los estudiantes, y teniendo en cuenta que los tiempos académicos en que se desarrollan las actividades curriculares en general son escasos, consideramos que la experiencia presentada lograría el objetivo propuesto.

Como consecuencia, los estudiantes retoman temas ya estudiados con una mirada más acabada y madura recorriendo simultáneamente conceptos físicos y su representación matemática, de manera tal, que el próximo paso de apropiación de saberes por parte de ellos, esté dirigido a la indivisibilidad física-matemática y viceversa.

Entendemos que esta experiencia de articulación, permite además, relacionar las distintas notaciones para un mismo problema en ambas disciplinas, desarrollar en los alumnos la habilidad de aplicar los conceptos adquiridos en distintos y/o nuevos contextos, generar una visión global del

tema en el contexto de carreras de ingeniería y su aplicación en el ejercicio profesional.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el marco de un Proyecto de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. “Estrategias didácticas en Ciencias Básicas. Investigación de nuevos escenarios educativos basados en TIC”. 11 / I 148.

REFERENCIAS

- [1] Boido, G., *Noticias del Planeta Tierra* (A -Z editora S. A., República Argentina, 1996).
- [2] Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H., *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, Vol. 3, (Trillas, México, 1976).
- [3] Moreira, M. A., *Aprendizaje significativo. Un concepto subyacente*. Actas del II Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo, Burgos, España (1997).
- [4] Bucari, N., Abate, S., Melgarejo A., *Un cambio en la enseñanza de las Matemáticas en las carreras de Ingeniería de la UNLP: propuesta, criterios y alcance*. Anales del IV Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería, Buenos Aires, Argentina (2004).
- [5] Bucari, N., Abate, S., Melgarejo A., *Las clases de Matemática y la construcción de un contrato didáctico diferente*, Anales de INMAT 05, Facultad de Ingeniería, UBA, Buenos Aires (2005).
- [6] Alonso, M., Finn, E. J., *Física* (Addison-Wesley Iberoamericana, S. A., Wilmington, Delaware, E.U.A. 1995).
- [7] Feynman, R., Leighton, R.-Sands, M., *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. I, Mecánica, radiación y calor, (Fondo Educativo Ineramericano, S.A., E.U.A., 1971), Capítulo 21-1.
- [8] Resnick, R., Halliday D., Krene, K., *Física* (Volumen 1, Capítulo 17, Grupo Editorial Patria, México, 2008).
- [9] Henry, R. *Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna* (Reverte, España, 2008).
- [10] Tipler, P., *Física para la ciencia y la tecnología*. (Volumen II, Reverté, España, 1999).