

# Prototipo didáctico para visualizar la trayectoria parabólica de un chorro de agua



L. Castro-A.<sup>1</sup>, J. C. Campos-García<sup>2</sup>, B. Manzanares Martínez<sup>1</sup>,  
Oscar R Gomez-A<sup>1</sup>, C. Figueroa-N.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física Matemáticas e Ingeniería, Unidad Sur, Universidad de Sonora,  
Blvd. Lázaro Cárdenas No. 100 Col Francisco Villa. Navojoa Sonora, México.

<sup>2</sup>Departamento de Física Matemáticas e Ingeniería, Universidad de Sonora, Campus Cajeme,  
Blvd. Bordo Nuevo s/n, Antiguo Ejido Providencia, Cd. Obregón, Sonora, México.

<sup>3</sup>Departamento de Ingeniería Industrial Universidad de Sonora Unidad Regional Centro  
Blvd. Luis Encinas y Rosales S/N Col. Centro Hermosillo Sonora, México.

**E-mail:** lcastro@navojoa.uson.mx

(Recibido el 1 de Abril de 2013; aceptado el 30 de Agosto de 2013)

## Resumen

En el presente trabajo, se desarrolla el funcionamiento de un prototipo educativo que facilita la tarea de enseñanza de la física del movimiento con trayectoria parabólica. A través de este diseño, se muestra en forma cualitativa y cuantitativa el trazado del movimiento de un chorro de agua. Al efectuar esta práctica, se obtienen resultados de la posición del proyectil, y de forma indirecta se calcula la velocidad inicial del mismo.

**Palabras clave:** Ayuda Educativa, Experimentos Demostrativos y Aparatos, Balística, Proyectiles, Cohetes.

## Abstract

In the present work its show the elaboration of the educational prototype, which, helps at the task of teaching of the physical of the movement of the parabolic shot. Through of this design, it is possible to show qualitatively and quantitative the layout of the movement of the jet of water. In making this practice, are obtained results of the position of the jet and lat of indirect way is calculated the initial velocity of thereof.

**Keywords:** Educational Aids, Demonstration Experiments and Apparatus, Ballistics, Projectiles, Rockets.

**PACS:** 01.50.-i, 01.50.My, 45.40.Gj

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

La cinemática del movimiento bidimensional es una de las áreas particulares de la mecánica clásica [1, 2], que los profesores de nivel licenciatura no pueden omitir en la enseñanza de física, por razones de relevancia en cuanto a la física contenida en el fenómeno y a las potencialidades de sus aplicaciones. Sin embargo, los métodos didácticos teóricos, los cuales son algo variados en la enseñanza del movimiento circular y parabólico, a veces resultan insuficientes para la comprensión óptima del fenómeno por parte del estudiante. Una metodología que ya ha sido incluida para la asimilación complementaria de los conceptos físicos que involucran, por ejemplo, al movimiento de proyectiles, resulta ser la construcción de diversos prototipos que ayuden a visualizar el movimiento de proyectiles, por ejemplo, en la literatura aparecen algunos [3, 4].

En el presente trabajo, se desarrolla un prototipo educativo del tiro parabólico, el cual surge durante el curso de Física General para Ingenieros. En la segunda sección, se

describen los aspectos teóricos de la cinemática del tiro parabólico. En la tercera sección, se lleva a cabo una descripción detallada del prototipo. En la cuarta sección, se muestran los resultados de mediciones de la posición del proyectil de agua usando dicho prototipo. En la última sección, se discuten los resultados y se establece la conclusión final del trabajo.

## II. ECUACIONES DEL TIRO PARABÓLICO

A continuación, se muestran las ecuaciones que describen la cinemática del movimiento en tiro parabólico, las cuales son descritas en todo curso inicial de física de nivel medio y superior. Estas ecuaciones son fundamentales en la resolución de problemas de esta rama tan importante de la mecánica clásica.

En la literatura estándar de nivel Licenciatura (ver por ejemplo: [2]), es común encontrar las ecuaciones cinemáticas del tiro parabólico en la siguiente forma [1]:

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t - \frac{1}{2} \vec{g} t^2, \quad (1)$$

que relaciona el vector posición del proyectil en función del tiempo.

La ecuación de la velocidad del proyectil es dada por

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i - \vec{g} t, \quad (2)$$

obtenida de la definición de aceleración, y relaciona a las velocidades inicial y final entre dos puntos del trayecto.

El alcance máximo horizontal es otro de los parámetros muy recurridos para usar en la solución de problemas de este tipo

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}, \quad (3)$$

donde  $v_i$  es la magnitud de la velocidad inicial con la que sale el proyectil, y  $\theta_i$  es su ángulo de lanzamiento.

La altura máxima del proyectil se obtiene por

$$h = \frac{v_i^2 (\sin \theta_i)^2}{2g}, \quad (4)$$

donde  $v_i$  y  $\theta_i$  fueron ya definidos. La expresión para la posición vertical en función de la posición horizontal  $y(x)$  se obtiene por

$$y(x) = (\tan \theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}\right)x^2. \quad (5)$$

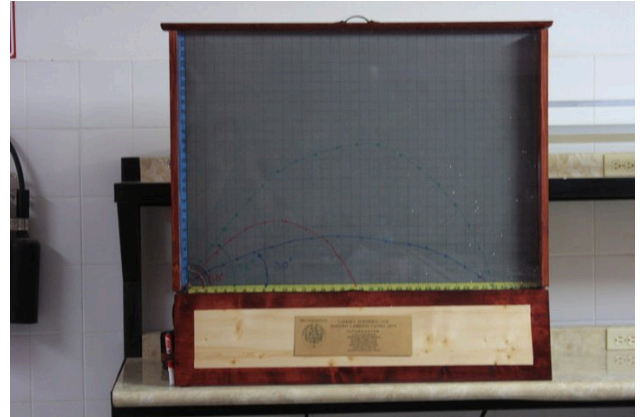
### III. DESCRIPCIÓN DEL PROTOTIPO

Este trabajo promueve la construcción de un prototipo de madera de  $n \times m$  metros de frente y  $k$  metros de espesor, su elaboración se lleva a cabo en una carpintería y es de bajo costo estando así al alcance de cualquier Laboratorio o centro educativo.

El procedimiento para construir el prototipo es el siguiente:

- Se pegan dos cintas métricas graduadas en dos orillas perpendiculares de una pantalla de madera ( $94 \times 66 \text{ cm}$ ) para tener las referencias para los ejes  $x$ - $y$ .
- Haciendo uso de la cinta métrica y el metro, se dibuja una cuadrícula en la pizarra blanca haciendo uso de los pinceles.
- Se fija un depósito rectangular debajo de la pantalla, con el cual, se recoge el fluido (agua).
- Se instala la bomba dentro del depósito y una manguera que conduzca un flujo de agua en forma paralela al plano  $x$ - $y$  de la pantalla.
- Se coloca un transportador en el origen (punto de referencia) para medir el ángulo de salida del chorro de agua.

El resultado de este procedimiento se observa en la Figura 1. En este aparato, se ha colocado una puerta de vidrio como protección, donde se dibujan los trayectos del chorro de agua con los plumones, además, de que se realizan otros acabados para darle buena apariencia al aparato.



**FIGURA 1.** Prototipo del tiro parabólico ya conformado. Sobre la puerta de vidrio, se visualiza el trazado de diferentes trayectos del chorro de agua, que corresponden a diferentes ángulos de salida desde la manguera ubicada en la esquina inferior izquierda, entre la pizarra cuadrículada y la puerta de vidrio.

### IV. FUNCIONAMIENTO Y OBTENCIÓN DE RESULTADOS

Para dar inicio al experimento, se ajusta la salida metálica (mediante perilla colocada en la parte posterior) a un ángulo de salida correspondiente a  $\theta_0$ , en seguida, se enciende el motor, el cual; sirve para impulsar el flujo de agua del depósito a través de la manguera y así lograr generar la trayectoria parabólica, como se ha presentado ya en la Figura 1, después se usa un marcador para pizarrón blanco para anotar varios puntos de la trayectoria del chorro de agua sobre la puerta de vidrio frontal.

Ejemplificando el funcionamiento del prototipo con un ángulo de tiro de  $\theta = 40^\circ$ . Se activa el botón que enciende el motor de la bomba, produciéndose el flujo inicial de agua, el cual describe una trayectoria parabólica. Y así, mediante un marcador de pizarrón blanco se anotan varios puntos de la trayectoria sobre la pantalla de vidrio del frente, tal y como se observa en la Figura 1.

Se obtienen las coordenadas  $(x, y)$  de cada punto de la trayectoria y se muestran en la Tabla I. Se grafican los datos y se ajustan a una curva, como se muestra en la Figura 2. El punto máximo de la curva de ajuste es  $y_{max} = 18.24 \text{ cm}$ , tomando este valor como la altura máxima. A partir de la ecuación de la cinemática  $v_{y_{max}}^2 = v_{y_0}^2 - 2g(y_{max} - y_0)$ , dado que en el punto más alto  $v_{y_{max}} = 0 \text{ m/s}$  y que  $y_0 = 0 \text{ m}$ , podemos calcular que  $v_{y_0} = 189.17 \text{ cm/s}$ . Dado que el ángulo de tiro es de  $40^\circ$ , se obtiene que  $v_0 = \frac{v_{y_0}}{\sin \theta} = \frac{189.17 \text{ cm/s}}{\sin 40} = 294.30 \text{ cm/s}$ .

La cinemática define que la trayectoria parabólica seguida por un objeto saliendo del origen, sigue la ecuación (5). Con el graficador se obtiene que los datos experimentales se ajusten a la curva  $y(x) = 0.8398x - 0.00967m^{-1}x^2$ . Dado que  $\tan 40^\circ = 0.839$ , se observa que el primer parámetro de ajuste concuerda bien con lo esperado. Igualando el segundo parámetro de ajuste  $\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} = 0.009671m^{-1}$ , utilizando el ángulo de  $40^\circ$  y la velocidad inicial obtenida en el paso 5, se tiene que el valor experimental de  $g = 983.08cm/s$ . Este valor para la aceleración de la gravedad difiere solo 0.2% del valor que se utiliza comúnmente en los cursos de física de nivel medio y superior.

**TABLA I.** Mediciones (x, y) obtenidas de la trayectoria parabólica dibujada por el chorro de agua con un ángulo de salida por la manguera es de  $\theta_i = 40^\circ$ .

| Medición | x(pulgadas) | y(pulgadas) | x(cm) | y(cm)  |
|----------|-------------|-------------|-------|--------|
| 1        | 1.2         | 1           | 3.048 | 2.54   |
| 2        | 3.8         | 3           | 9.652 | 7.62   |
| 3        | 7           | 5           | 17.78 | 12.7   |
| 4        | 10          | 6           | 25.4  | 15.24  |
| 5        | 13          | 6.8         | 33.02 | 15.272 |
| 6        | 16          | 7.3         | 40.64 | 18.542 |
| 7        | 21          | 6.5         | 53.34 | 16.51  |
| 8        | 26          | 5           | 66.04 | 12.7   |
| 9        | 30          | 3           | 76.2  | 7.62   |
| 10       | 34.5        | 0           | 87.63 | 0      |

En las columnas de la Tabla I, se registran las coordenadas (x, y) tanto en pulgadas como en centímetros del chorro de agua al momento de ir dibujando la trayectoria parabólica en su plano de movimiento. En dicha tabla, se observan algunos datos de interés que el trayecto mismo proyecta, por ejemplo, en la medición 6 se registra la altura máxima alcanzada por el proyectil de agua, la cual, resulta ser de 18.542 cm. También, se registra a través de la medición 10, que el alcance horizontal máximo fue de 87.63cm.

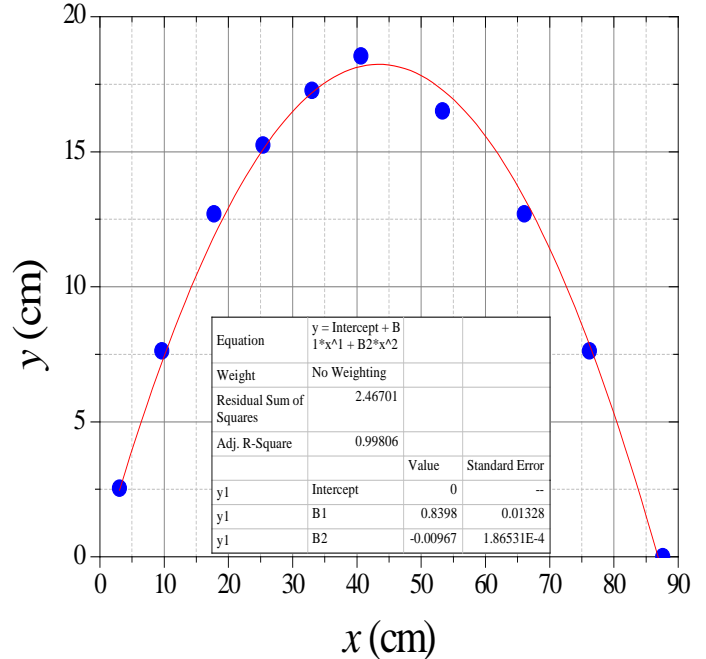
Una vez terminado el registro de mediciones en la Tabla I, se realiza una gráfica x-y (ver Figura 2) de las coordenadas del movimiento parabólico del chorro de agua. La gráfica muestra, también, en color rojo, un ajuste parabólico de la trayectoria.

## V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se describe el funcionamiento de un prototipo de movimiento parabólico, el cual fue construido durante el curso de Física General para Ingenieros.

El experimento llevado a cabo, usando dicho dispositivo arroja resultados de las coordenadas del trayecto del proyectil de agua, las cuales, posteriormente fueron tabuladas y graficadas. Ahora, otra información relevante que se obtiene al echar andar el prototipo, es, la altura máxima que alcanzó el proyectil, el cual, resulto ser de  $y = 18.542\text{ cm}$ . También, el alcance máximo horizontal  $x =$

87.63 cm. Sin embargo, esta información experimental resultado de la descripción del tiro parabólico, ayuda a obtener de manera indirecta, el valor de la rapidez inicial  $v_i$  con que sale el chorro de agua. Esto se logra, con ayuda de cualquiera de las cantidades (3) y (4) (alcance horizontal máximo y altura máxima, respectivamente), resultando que  $v_i = 2.966\text{ m/s}$ .



**FIGURA 2.** Gráfica de las coordenadas seguidas por el chorro de agua para un ángulo de inclinación de la manguera de  $40^\circ$ .

Es interesante notar que este prototipo sirve para realizar otro tipo de actividades educativas, por ejemplo, por las mismas características del diseño de este prototipo, se pudiera realizar un experimento que involucre el concepto de Gasto o Caudal, el cual, involucra a la sección transversal de una manguera o tubo, velocidades de salida y volumen del fluido usado en el diseño.

Por último, es importante resaltar, que los materiales requeridos para construir el prototipo de tiro parabólico son fáciles de conseguir, económicos y su construcción es relativamente sencilla. Con el dispositivo, pueden ilustrarse conceptos relacionados con el tiro parabólico a todos los niveles, desde explicaciones cualitativas a preescolares en ferias de Ciencias hasta prácticas cuantitativas a nivel universitario. Consideramos que este prototipo puede formar parte del acervo de prototipos de cualquier institución educativa.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad de Sonora por su apoyo para la construcción y proyección de este prototipo en eventos regionales y nacionales.

## REFERENCIAS

- [1] Serway, R. and Beichner, R. *Physics for Scientists and Engineers*, Second Ed. (Brooks/Cole, USA, 2008).
- [2] Young, H. and Freedman, R. *Física Universitaria*, Decimosegunda Edición (Pearson Educación, México 2009).
- [3] Goff, J. and Liyanage, C., *Projectile Motion Gets the Hose*, Phys. Teach. **49**, 432 (2011).
- [4] Kagan, D., *An Inexpensive Mechanical Model for Projectile Motion*, Phys. Teach. **49**, 265 (2011).