

Velocidades: media, promedio e instantánea en el movimiento uniforme acelerado, algunos comentarios pedagógicos



Paco Talero^{1,2}, Orlando Organista¹, Luis H. Barbosa¹ y César Mora²

¹Grupo Física y Matemática, Depto. de Ciencias Naturales, Universidad Central, Bogotá Colombia

²Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.

E-mail: ptalerol@ucentral.edu.co

(Recibido el 3 de Junio de 2013, aceptado el 11 de Septiembre de 2013)

Resumen

Se llama la atención al hecho de que en un movimiento uniforme acelerado la velocidad instantánea evaluada en un tiempo promedio $t_p = 0.5(t_1 + t_2)$ es igual a las velocidades medias y promedio referidas a los tiempos t_1 y t_2 . Se ilustran las razones y se usan los resultados hallados para proponer una estrategia pedagógica que permita abordar el estudio del movimiento uniforme acelerado como una extensión natural del movimiento uniforme rectilíneo.

Palabras clave: Velocidad media, velocidad promedio, velocidad instantánea.

Abstract

We show that in a uniform accelerated motion the instantaneous velocity evaluated in an average time $t_p = 0.5(t_1 + t_2)$ is equal to the average velocity and to the median velocity in the times t_1 and t_2 . We illustrate the reasons and we use these results to propose a teaching strategy to tackle the study of uniformly accelerated motion as a natural extension of rectilinear uniform motion.

Keywords: Instantaneous velocity, mean velocity, average velocity.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.50.Kw.

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

En cursos introductorios de ciencias e ingeniería es común el estudio del movimiento rectilíneo con aceleración constante (MUA), así como tema obligado en cursos preuniversitarios y de bachiller. Las investigaciones que indagan por el aprendizaje exitoso de este tema reportan desde hace casi treinta años y en diversas partes del mundo, que los estudiantes tienen serias dificultades al estudiar el MUA, especialmente cuando se aborda desde el punto de vista gráfico. Las principales falencias observadas son: la efectiva operatividad matemática; la adecuada narración de una situación representada gráficamente; la lectura correcta de gráficos simples y la adecuada identificación e interpretación de áreas y pendientes [1, 2, 3].

Un aspecto pedagógico importante en el estudio MUA, esencialmente por su sencillez matemática, es el análisis de las relaciones y diferencias entre las velocidades media, promedio e instantánea; así como su uso en la transposición didáctica de la cinemática unidimensional [4]. Pero, pese a la gran cantidad de textos que abordan el tema suele no presentarse o presentarse a la ligera [5, 6, 7, 8, 9], desaprovechando de esta manera la riqueza pedagógica que

la relación entre estos conceptos ofrece a la hora de discutir alternativas pedagógicas de aula [4].

En este trabajo se muestra que para una partícula con un MUA la velocidad media es igual a la velocidad promedio y a su vez estas velocidades son iguales a la velocidad instantánea evaluada en el promedio de los tiempos extremos donde se calculan tanto la velocidad media como la velocidad promedio. Con base en estas relaciones se propone una estrategia pedagógica para estudiar el MUA sin el formalismo del cálculo diferencial y extendiendo la idea del movimiento uniforme rectilíneo (MUR).

El trabajo está organizado de manera siguiente: en la sección (2) se revisa la definición de las velocidades media, promedio e instantánea y se muestran sus relaciones; en la sección (3) se plantea una propuesta pedagógica que permite abordar el MUA como una extensión natural del MUR y en la sección (4) se presentan las conclusiones.

II. VELOCIDAD MEDIA, PROMEDIO E INSTANTÁNEA

Desde el punto de vista de la cinemática unidimensional se entiende por partícula un cuerpo cuya forma y composición

Paco Talero, Orlando Organista, Luis H. Barbosa y César Mora interna no afectan de manera significativa la descripción de su movimiento [10, 11]. Así, se parte de la hipótesis fundamental de que se conoce, por razones teóricas o experimentales, ya sea la posición $x(t)$, la velocidad $v(t)$ o la aceleración $a(t)$ instantáneas de tal partícula como funciones de tiempo.

Para el caso particular de MUA con aceleración a se tienen las expresiones ampliamente conocidas para la posición y la velocidad instantáneas

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \quad (1)$$

Y

$$v(t) = v_0 + a t. \quad (2)$$

La velocidad media v_m entre un tiempo t_1 y un tiempo t_2 se define como

$$v_m = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (3)$$

Al reemplazar (1) en (3) se encuentra

$$v_m = v_0 + a t_p, \quad (4)$$

con

$$t_p = \frac{t_2 + t_1}{2}. \quad (5)$$

Esto significa que la velocidad media entre los tiempos t_1 y t_2 es igual a la velocidad instantánea evaluada en t_p , es decir

$$v_m = v(t). \quad (6)$$

La velocidad promedio v_p entre los tiempos t_1 y t_2 se define como la semisuma de las velocidades instantáneas $v(t_2)$ y $v(t_1)$ [4]. Así

$$v_p = \frac{v(t_2) + v(t_1)}{2}. \quad (7)$$

En particular cuando $t_1=0$, y $t_2=t$, $v(t_1)=v_0$ y $v(t_2)=v$ se obtiene

$$v_p = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad (8)$$

lo que permite calcular el desplazamiento Δx como el área del trapecio en la gráfica de velocidad contra tiempo mostrada en la Fig.1, quedando el desplazamiento dado por $\Delta x = v_p t$.

Al reemplazar (2) en (7) se obtiene:

$$v_p = v_0 + a t_p. \quad (9)$$

Nótese como (9) implica que la velocidad promedio es igual a la velocidad media y además son iguales a la velocidad instantánea evaluada en t_p . Nótese además, que estos resultados son consecuencia directa de los teoremas de valor medio para derivadas e integrales.

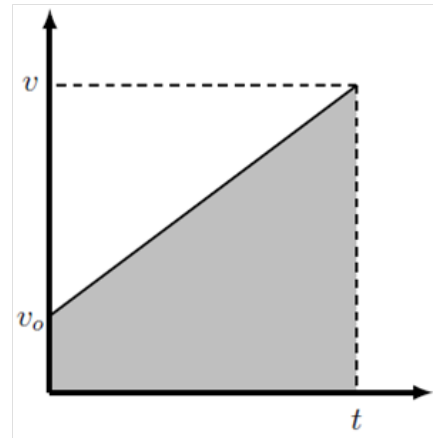


FIGURA 1. Desplazamiento y velocidad promedio para el MUA.

III. EL MUA: UNA EXTENSIÓN NATURAL DEL MUR

La ventaja pedagógica del uso de la velocidad promedio radica en el hecho de que el desplazamiento realizado por una partícula entre los tiempos t_1 y t_2 donde tiene velocidades instantáneas $v(t_1)$ y $v(t_2)$ respectivamente, es igual al desplazamiento realizado por una partícula que se mueve con velocidad promedio entre estos mismos tiempos. Esta afirmación se observa al comparar las gráficas de las figuras Fig.1 y Fig.2 donde se ha tomado $t_1=0$, $t_2=t$, $v(t_1)=v_0$ y $v(t_2)=v$, que es un caso típico abordado en cursos elementales.

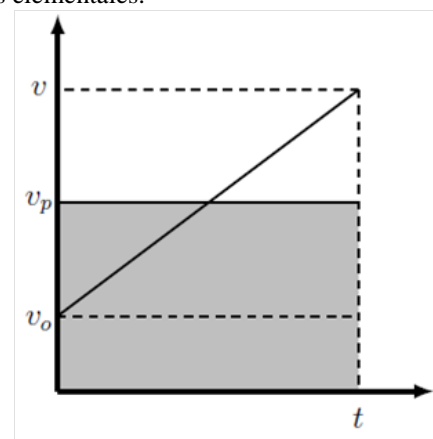


FIGURA 2. Igualdad de desplazamientos en MUA y MUR.

Ahora nótese que, de acuerdo con lo anterior, la ecuación (1) se puede escribir como

$$x = x_o + v_p t, \quad (10)$$

lo que se interpreta como la posición de la partícula en un tiempo t . Resulta entonces clara la analogía con la función de posición contra tiempo de un MUR.

La propuesta pedagógica para estudiar el MUA a partir de una extensión natural del MUR, surge del hecho de que es posible iniciar el estudio del MUR afirmando que se trata del movimiento de una partícula que recorre distancias iguales en tiempos iguales, lo que implica

$$x = x_o + v_o t, \quad (11)$$

que es análoga a (10).

Entonces el MUA se puede entender como un movimiento en el cual la partícula en estudio cambia velocidades iguales en tiempos iguales, permitiendo así visualizar el aumento de velocidad o su disminución en cada instante y dando sentido físico a la velocidad promedio. Cabe anotar que referentes concretos que permiten visualizar el cambio de velocidad con el transcurso del tiempo son los “velocímetros” de los autos o motocicletas.

También puede tomarse como ejemplo el caso de la caída libre. Desde una cierta altura se deja caer una partícula, si se toma un sistema de referencia positivo hacia abajo se le puede plantear al estudiante como punto de partida de la discusión académica que la velocidad aumenta cada segundo en $10m/s$, en lugar de decirle que la magnitud de la aceleración es constante y de aproximadamente $10m/s^2$. Luego se entra a analizar la proporcionalidad que esta afirmación implica junto con las posibles velocidades promedio y sus respectivos desplazamientos. La tabla I presenta algunos valores de velocidad instantánea, promedio y desplazamiento producida por este método.

TABLA I. Ejemplo sobre caída libre.

$t(s)$	$v(m/s)$	$v_p(m/s)$	$\Delta x(m)$
0,0	0,0	0,0	0,0
0,25	2,5	1,25	0,31
0,5	5	2,5	1,25
0,75	7,5	3,75	2,81
1,0	10,0	5,0	5,0

Esto permite entender que una partícula A provista de un MUA que aumentó su velocidad instantánea desde v_0 hasta v en un tiempo t comparada con otra partícula B provista de un MUR que mantiene su velocidad v_p durante todo el tiempo t , tienen el mismo desplazamiento y que esto se debe a que A se mueve más lento que B antes de v_p , igual que B justo en t_p y más rápido que B para tiempos mayores que t_p . En otras palabras, el desplazamiento sufrido durante un tiempo t por una partícula provista de un MUA es igual

al desplazamiento sufrido por una partícula en MUR con velocidad v_p durante el mismo tiempo, ver Fig.2.

III. CONCLUSIONES

Se presentó una alternativa para abordar el estudio del MUA mediante una extensión del MUR, donde se hace uso exclusivo de cantidades directamente proporcionales. Esto se logró gracias a que se pudo demostrar que la velocidad promedio es igual a la velocidad media y que además estas velocidades son iguales a la velocidad instantánea evaluada en el tiempo promedio. Lo que implica la analogía: en MUR la partícula realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales y su correspondiente MUA la partícula cambia velocidades iguales en tiempos iguales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Facultad de Ingeniería y al Departamento de Ciencias Naturales de la Universidad Central por el tiempo y los recursos asignados al proyecto de investigación: Un modelo de enseñanza de la física mediante videos de experimentos Discrepantes realizado durante el año 2013. También agradecen al CICATA del IPN en México D.F por su continua colaboración.

REFERENCIAS

- [1] Trowbridge, D. E., McDermott, L. C., *Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension*, Am. J. Phys. **48**,1020-1028 (1980).
- [2] Trowbridge, D. E., McDermott, L. C., *Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension*, Am. J. Phys. **49**,242-253 (1981).
- [3] Beichner, R., *Testing student interpretation of kinematics graphs*, Am. J. Phys. **62**,750- 762 (1994).
- [4] Arons, A. B., *Evolución de los conceptos de la física*, Ed., (Trillas, México, D.C., 1970).
- [5] Alonso, M. y Finn, E., *Física Mecánica Vol. I.*, (Adison-wesley, USA, 1967).
- [6] Serway, R. A. y Jewett Jr, J. W., *Física para Ciencias e ingenierías*, (Thomson, México D. F., 2011).
- [7] Lea, S.L y Burke, J. R., *Física La naturaleza de las cosas Vol. I.*, (Thomson, México, 2001).
- [8] Resnick, D., Halliday, D. y Krane, K., *Física Vol. I*, Ed. (Compañía Editorial continental, México, 2001).
- [9] Young, H. D., Freedman, R. A. y Ford, A. L., *Física Universitaria Vol. I.*, (Addison-Wesley, México, 2009).
- [10] Landau, L. y Lifshitz, E. *Mecánica curso de Física Teórica Vol. I.*, (Reverté S. A., España, 1976).
- [11] Talero, P., *El movimiento unidimensional en gráficas*, (Editorial Universidad Central, Bogotá, D. C., 2012).
- [12] Stewart, J., *Calculus Séptima Edición*, (Brooks Cole, México, D. F., 2012).