

Enseñanza de los conceptos relativos al movimiento rotacional mediante videos del fenómeno y medidas en tiempo real



José V. Ferreira B.¹, María M. Andrés Z.²

¹Departamento de Formación General y Ciencias Básicas, Universidad Simón Bolívar, Sede Litoral, Camurí Grande, Parroquia Naiguatá, Estado Vargas, Venezuela.

²Departamento de Matemática y Física, UPEL –Instituto Pedagógico de Caracas, Urbanización El Paraíso, Caracas, Venezuela.

E-mail: ferreiraj@usb.ve

(Recibido el 19 de Junio de 2013; aceptado el 25 de Septiembre de 2013)

Resumen

El estudio propone el uso y comparación de programas de computación para el análisis de videos de fenómenos experimentales e instrumentos de medida en tiempo real para la enseñanza de la física, en el marco de una visión conceptual-epistemológica del trabajo de laboratorio. En este caso se estudio el movimiento rotacional, utilizando dos programas de medición sobre video y análisis: VideoPoint y Tracker; y un equipo de medidas en tiempo real: Vernier y el programa Logger Pro. La implementación simultanea de estos métodos de medición y análisis permitió evaluar la confiabilidad de los datos obtenidos. Los resultados estuvieron dentro del rango de valores esperados. Esto es importante ya que confiere versatilidad a los diseños dentro de la actividad experimental. Además, los videos obtenidos permiten estudiar estos fenómenos en ambientes educativos que carecen de laboratorio y equipos.

Palabras clave: Diseño experimental, medidas en tiempo real, medición sobre videos, movimiento rotacional.

Abstract

The study proposes the use and comparison of software for video analysis of experimental phenomena and measuring in real time to the teaching of physics in the context of a conceptual-epistemological view of the laboratory work. In this case the rotational motion that was analyzed using two measurement programs on video and analysis: VideoPoint and Tracker, and real-time measurement equipment: Vernier and Logger Pro program. The simultaneous implementation of these methods of measurement and analysis, allowed us to evaluate the reliability of the data. The results were within the experimental activity. In addition, the videos obtained allow to just have a computer, studying these phenomena in educational settings that lack laboratory.

Keywords: Experimental design, real-time measurement, measurement in videos, rotational motion.

PACS: 07.05.-t, 45.40.Bb, 01.50.Pa

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de Información y Comunicación cada día están más accesibles en el ambiente educativo; permiten, al menos en el caso de Venezuela, subsanar la carencia de laboratorios de física equipados, lo que lleva a reflexionar sobre nuevas formas de enseñar la física, en particular, en el contexto experimental.

En este sentido, cobra importancia la elaboración de trabajos experimentales más versátiles, y con cambios en cuanto a su propósito y a sus procedimientos. En este trabajo presentamos una propuesta con un experimento referido al movimiento rotacional.

Desde una perspectiva conceptual-epistemológica [1, 2], en cuanto al propósito pedagógico, en este trabajo se espera que el estudiante emplee y reaprenda los conceptos básicos

Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 3, Sept., 2013

de los modelos relacionados con el fenómeno, además de adquirir conocimientos sobre nuevas formas de adquisición de datos experimentales y manejo de errores.

Otro propósito del trabajo es aportar variantes didácticas a experimentos de laboratorio educativo, que les sean útiles a otros docentes.

Con el fin mostrar la conservación del momento angular en un sistema compuesto por un disco que gira libremente, sobre el cual se deja caer otro disco, se realizó un montaje referido en varios trabajos previos [3].

Para la captura de los datos en tiempo real se utilizaron los sensores de Vernier [4] y el programa Logger Pro [5]. La medición sobre los videos del experimento, se hizo mediante dos programas de medición y análisis de videos del experimento, uno comercial, VideoPoint [6], y otro libre, Tracker [7].

II. DISEÑO EXPERIMENTAL

Para este diseño experimental se ensambló un montaje que denominamos: “sistema disco sobre disco”.

En este montaje se tiene un disco macizo de masa M y de radio R , cuya cuerda inextensible y de masa despreciable está atada por un extremo al eje de radio r en la parte inferior y enrollada con varias vueltas. La cuerda pasa a través de una polea hasta llegar a una masa m suspendida. Cuando la masa m se deja caer, la cuerda se desenrolla y el disco 1 comienza a girar. Una vez que la masa m cae una altura h , se libera la cuerda del eje, y el disco 1 sigue girando. Luego de cierto tiempo se deja caer sobre el disco 1, un segundo disco (de masa semejante a la del primer disco) tal que ambos continúan acoplados, girando alrededor del eje. (Ver figuras 1a y 1b).

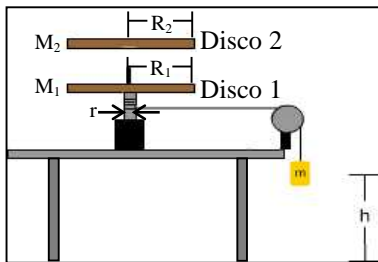


FIGURA 1a. Descripción del sistema. El esquema muestra la masa m que cae una altura h , mediante la cuerda atada al eje de giro del primer disco, disco 1, y la posición del disco 2, antes de caer.

El experimento puede separarse en dos fases, la primera comprende desde que se deja caer la masa m hasta que la cuerda se libera del eje de giro, y la segunda fase, desde que el primer disco gira libremente alrededor de su eje, hasta cierto tiempo después de que se dejó caer el disco 2 sobre él y, ambos acoplados giran alrededor del mismo eje.

Este experimento de laboratorio permite estudiar el momento angular L de un disco 1 que gira alrededor de un eje fijo mediante una masa colgante que cae, y además, el efecto que tiene sobre el sistema el modificar la masa del disco, mediante un segundo disco que cae sobre el primero.

A. Análisis físico

En la primera parte se considera un disco macizo de masa M y de radio R , el cual gira debido a una cuerda inextensible y de masa despreciable atada y enrollada al eje del disco; esta a su vez pasa a través de una polea sin roce y masa despreciable, para terminar atada en su otro extremo a una masa m que cuelga.

Cuando se suelta la masa m , la cuerda empieza a desenrollarse. Mediante un análisis newtoniano tenemos:

$$T - mg = -ma, \quad (1)$$

La cuerda produce un torque τ respecto del eje de giro que se puede expresar como

$$\tau = Tr, \quad (2)$$

entonces, si se sustituye la tensión T en esta ec. 2 se tiene:

$$\tau = (mg - ma)r. \quad (3)$$

Como el torque puede expresarse en función del momento de inercia I y la aceleración angular α :

$$\tau = I\alpha. \quad (4)$$

Dado que la aceleración tangencial equivale a: $a_t = r\alpha$, y en este caso, corresponde a la aceleración a de la ec. 3, entonces:

$$I\alpha = (mg - mr\alpha)r,$$

$$I = \frac{mgr - m\alpha r^2}{\alpha}, \quad (5)$$

$$I = \frac{mgr}{\alpha} - mr^2.$$

Esta aceleración angular α será la que proporcionará la velocidad angular ω_i al disco una vez que se suelte la masa m , ($T = 0$). Así, el primer disco queda girando libremente alrededor de su eje con una velocidad angular constante ω_i (asumiendo roce despreciable) Entonces, el momento angular del sistema de dos discos, antes de caer el disco 2, queda expresado como:

$$L_i = I_i\omega_i. \quad (6)$$

Con el disco 1 girando con una velocidad angular ω_i , se deja caer el segundo disco sobre el primero, cuando están uno sobre el otro, tal que ambos giran con una velocidad angular ω_f . El momento angular final será:

$$L_f = I_1\omega_f + I_2\omega_f,$$

$$L_f = (I_1 + I_2)\omega_f,$$

$$I_f = I_1 + I_2, \quad (7)$$

$$L_f = I_f\omega_f.$$

Este análisis permite plantear dos objetivos específicos para el experimento:

1. Determinar el momento angular del disco antes de la colisión y su variación con la masa m que cae.

2. Determinar el momento angular de los dos discos acoplados después de la colisión.

Las variables para cada objetivo son:

Objetivo 1

Variable independiente: La masa m que cuelga de la cuerda.

Variable dependiente: La velocidad angular (ω) del disco 1.

Variables a controlar: La cuerda debe satisfacer las condiciones de ser inextensible y de masa despreciable; el

lugar desde donde cae la masa m ; la polea debe satisfacer la condición de ser de masa despreciable y sin roce.

Hipótesis 1: Si se deja caer la masa m desde cierta altura, el disco 1 ligado a una masa que cae, aumentará su velocidad angular ω hasta un valor ω_i , cuando la cuerda se libera del eje de giro.

Objetivo 2

Variable independiente: El tiempo en el que el disco 1 realiza N vueltas.

Variable dependiente: La velocidad angular ω del sistema de dos discos después de la colisión.

Variables a controlar: La masa y el radio de los discos; la posición desde donde cae el segundo disco.

Hipótesis 2: Si se deja caer un disco sobre otro que está girando, incrementando la masa del sistema, ambos discos acoplados deberían girar con una velocidad angular menor a la que tenía el primer disco cuando rotaba solo, tal que se conserve el momento angular del sistema.

B. Procedimiento experimental

En primer lugar, se ató una cuerda al eje de giro de un disco de masa M y radio R , a la cual se le dieron 5 vueltas varias vueltas alrededor del eje de giro. Luego se hizo pasar por una polea, para colgar del otro extremo una masa m . Con el fin de accionar el dispositivo, se soltó la masa m , esto permitió que al desenrollarse la cuerda del eje, comenzara a girar el disco 1, produciendo en él una aceleración angular; en el instante en que la cuerda perdió contacto con el eje de giro, el disco 1 alcanzó una velocidad angular ω_0 (ver figura 1a y 1b) que se mantiene por un tiempo razonable.

El disco 1 girando con una velocidad angular ω_i , se dejó girar 5 vueltas antes de dejar caer el segundo disco; los dos discos acoplados continuaron girando, se dejó dar 5 vueltas antes de detener los equipos de medición.

C. Recolección de datos

La metodología de medición empleada en este caso fue una en tiempo real y otra diferida a través de videos. Para la grabación se colocó la cámara de manera que captara el movimiento desde el plano superior de los discos, esto con la finalidad de apreciar unas marcas colocadas en la periferia sobre cada disco. Se colocó un par de reglas ortogonales, para usar como referencia de la escala al medir sobre el video.

Las mediciones sobre los videos se realizaron mediante dos programas de medición y análisis de video (VideoPoint y Tracker).

El otro método de medición fue mediante una fotocpuerta Vernier® y el programa de captura de datos en tiempo real Logger Pro. La fotocpuerta era interrumpida por una cinta colocada en el borde del disco 1 al girar, así registraba el tiempo de cada vuelta que daba el disco.

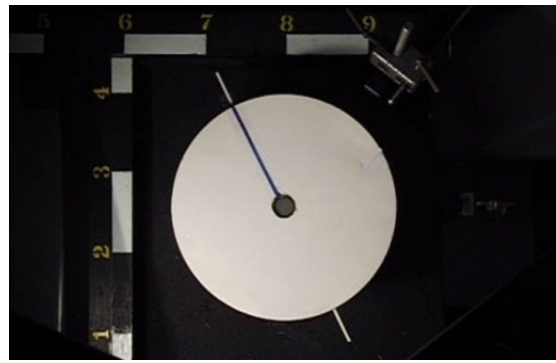


FIGURA 1b. Imagen real del sistema. Vista superior del montaje, con el disco 2 sobre el disco 1. Las reglas usadas para ajustar la escala de las mediciones con los programas de análisis de video.

III. RESULTADOS

En la tabla siguiente se resumen las condiciones iniciales del sistema:

TABLA I. Condiciones iniciales del sistema.

Objeto	Dimensión
Disco 1	$M_1 = (0,5800 \pm 0,0001) \text{ kg}$ $R_1 = (0,127 \pm 0,001) \text{ m}$
Disco 2	$M_2 = (0,5645 \pm 0,0001) \text{ kg}$ $R_2 = (0,127 \pm 0,001) \text{ m}$
Radio del eje	$r = (5,00 \times 10^{-3} \pm 0,05 \times 10^{-3}) \text{ m}$
Masa m	$m = (0,0500 \pm 0,0001) \text{ kg}$

A. Determinación del momento angular inicial (Antes de caer el disco 2)

Se calculó el momento de inercia del primer disco:

$$I = \frac{1}{2} MR^2, \quad (8)$$

$$I = \frac{1}{2} (0,58 \text{ kg}) (0,127 \text{ m})^2 = 4,68 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

El error de esta medida:

$$\Delta I = \left| \frac{\partial I}{\partial M} \right| \Delta M + \left| \frac{\partial I}{\partial R} \right| \Delta R,$$

$$\Delta I = \frac{1}{2} R^2 \Delta M + MR \Delta R,$$

$$\Delta I = 7,45 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2,$$

$$I = (4,68 \times 10^{-3} \pm 0,08 \times 10^{-5}) \text{ kgm}^2.$$

B. Resultados con el VideoPoint

Con los datos obtenidos mediante el VideoPoint, se obtuvo la siguiente gráfica:

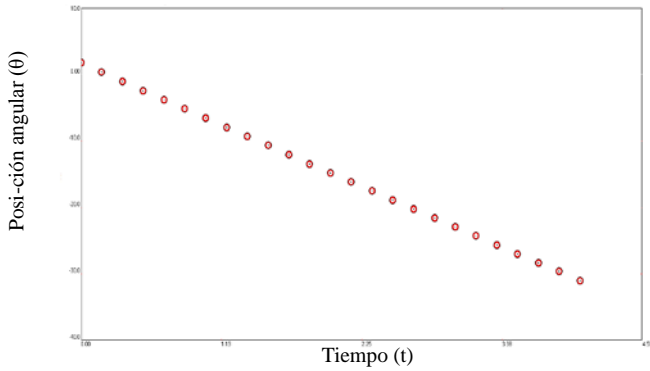


FIGURA 2. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el VideoPoint, antes de caer el segundo disco.

La función obtenida de la anterior fue:

$$\theta = -8,19 t + 1,61$$

El módulo de la pendiente de esta ecuación lineal corresponde a la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{VideoPoint}} = 8,19 \text{ rad/s}$$

cuyo error resulta:

$$\Delta\omega_{\text{VideoPoint}} = 0,06 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{VideoPoint}} = (8,19 \pm 0,06) \text{ rad/s}$$

Así, el momento angular inicial es:

$$L_i = (4,68 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2) (8,192 \text{ rad/s}) = 0,038 \text{ kgm}^2/\text{s},$$

$$L_i = 0,038 \text{ kgm}^2/\text{s}.$$

Para calcular el error del momento angular inicial se procedió de la siguiente manera:

$$\Delta L = \left| \frac{\partial L}{\partial I} \right| \Delta I + \left| \frac{\partial L}{\partial \omega} \right| \Delta \omega,$$

$$\Delta L = \omega \Delta I + I \Delta \omega, \tag{9}$$

$$\Delta L = 9 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2/\text{s}$$

$$L_{\text{VideoPoint}} = (0,038 \pm 9 \times 10^{-4}) \text{ kgm}^2/\text{s}$$

C. Resultados con el Tracker

Utilizando el Tracker para el mismo video, y siguiendo la misma metodología utilizada con el programa VideoPoint, se obtuvo la siguiente gráfica:

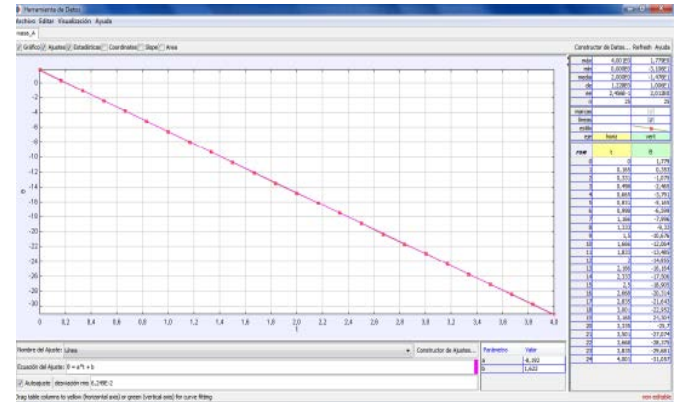


FIGURA 3. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el Tracker, antes de caer el segundo disco.

La función obtenida de graficar la posición angular con respecto al tiempo fue:

$$\theta = -8,192t + 1,622. \tag{10}$$

El modulo de la pendiente de la ecuación de la recta obtenida corresponde a la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{Tracker}} = 8,192 \text{ rad/s}. \tag{11}$$

El error en la pendiente resultó:

$$\Delta\omega_{\text{Tracker}} = 0,06 \text{ rad/s}, \tag{12}$$

$$\omega_{\text{Tracker}} = (8,19 \pm 0,06) \text{ rad/s}. \tag{13}$$

El momento angular inicial:

$$L_{\text{Tracker}} = (0,038 \pm 9 \times 10^{-4}) \text{ kgm}^2/\text{s}. \tag{14}$$

D. Resultados con el Logger Pro

En este caso, por la forma en que la fotoc compuerta capturó los datos, se obtuvo una gráfica de la velocidad angular del sistema con respecto al tiempo, en la cual se identifican tres etapas: antes (1), durante (2) y después (3) del acoplamiento de los dos discos.

Para el cálculo del momento angular inicial se promediaron los valores de la velocidad angular ubicados en el intervalo 1, el resultado obtenido fue:

$$\omega_{\text{LoggerPro}} = (8,17 \pm 0,17) \text{ rad/s}. \tag{15}$$

El momento angular inicial:

$$L_{\text{Fotocompuerta}} = (0,038 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (16)$$

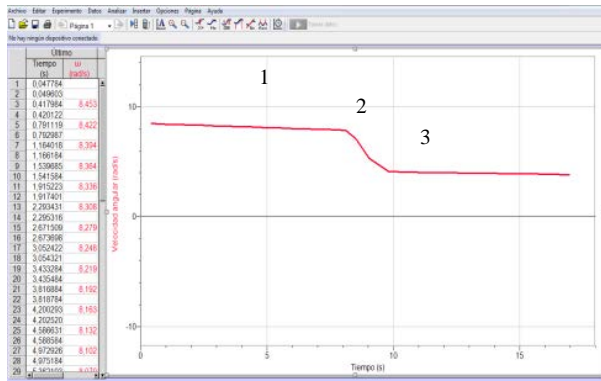


FIGURA 4. Gráfica la velocidad angular con respecto al tiempo en Logger Pro. Los tres momentos indicados son: (1) antes de caer el segundo disco, (2) al momento de chocar los discos, (3) después de caer el segundo disco.

E. Determinación del momento angular final

La metodología utilizada para esta parte será semejante a la anterior, siendo el momento de inercia del sistema:

$$I_f = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2, \quad (17)$$

$$I_f = \frac{1}{2} (0,58 \text{ kg}) (0,127 \text{ m})^2 + \frac{1}{2} (0,56 \text{ kg}) (0,127 \text{ m})^2 = 9,19 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2.$$

El resultado con su incerteza resulta:

$$I = (9,2 \times 10^{-3} \pm 0,0002) \text{ kgm}^2. \quad (18)$$

Se analizó el video correspondiente a esta fase y se obtuvo con los datos obtenidos a través del VideoPoint, el siguiente gráfico:

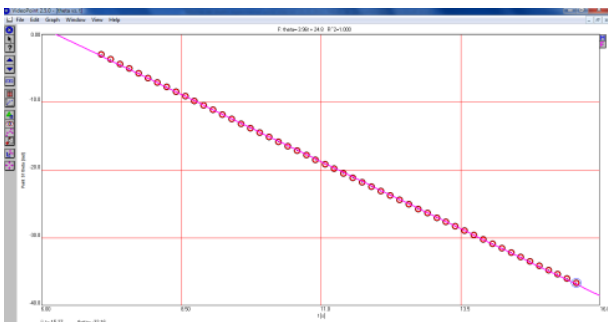


FIGURA 5. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el VideoPoint, después de caer el segundo disco.

La función obtenida de graficar la posición angular con respecto al tiempo fue:

$$\theta = -3,96t + 24,8. \quad (19)$$

El valor de la pendiente de la ecuación de la recta obtenida es la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{VideoPoint}} = (3,96 \pm 0,09) \text{ rad/s}. \quad (20)$$

El momento angular inicial es:

$$L_{\text{FinalVideoPoint}} = (0,036 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (21)$$

Utilizando el Tracker para el mismo video se obtuvieron los datos cuya gráfica se presenta en la figura 6. La función obtenida de graficar la posición angular con respecto al tiempo fue:

$$\theta = -3,966t + 24,886. \quad (22)$$

El modulo de la pendiente de la ecuación de la recta obtenida es la velocidad angular del primer disco:

$$\omega_{\text{Tracker}} = (3,958 \pm 0,098) \text{ rad/s}. \quad (23)$$

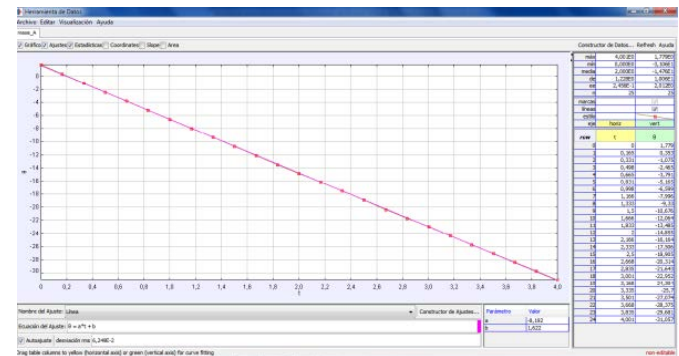


FIGURA 6. Gráfica de posición angular en función del tiempo, obtenida con el Tracker, después de caer el segundo disco.

El momento angular final resultó:

$$L_{\text{FinalTracker}} = (0,037 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (24)$$

Los resultados al medir con la fotocompuerta y el Logger Pro, en esta segunda fase, considerando el promedio de los valores de la velocidad angular ubicados en intervalo 3 (Ver figura 4) para el cálculo del momento angular final son:

$$\omega = (3,94 \pm 0,07) \text{ rad/s}. \quad (25)$$

El momento angular final:

$$L_{\text{FinalFotocompuerta}} = (0,037 \pm 0,001) \text{ kgm}^2/\text{s}. \quad (26)$$

En la tabla siguiente se resumen los resultados obtenidos para el momento angular inicial y final con los tres metodos de recoleccion de datos.

TABLA I. Resultados obtenidos para el momento angular.

Método medición	$L_i (\pm 0,001) (\text{kgm}^2/\text{s})$	$L_f (\pm 0,001) (\text{kgm}^2/\text{s})$
VideoPoint	0,038	0,036
Tracker	0,038	0,037
Logger Pro	0,038	0,037

IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como se puede observar en el cuadro anterior, entre los resultados obtenidos con los tres métodos la discrepancia está dentro del rango de error. Además, se puede concluir que el momento angular inicial resultó igual al momento angular final, por esto se puede decir que el momento angular se conserva, tal como se espera según el modelo teórico.

V. CONCLUSIÓN

En este experimento se obtienen resultados consistentes con el modelo teórico asumido, por lo que resulta adecuado para dar cuenta de esta relación. Sin embargo, su montaje requiere de bastante ajuste para lograr tales resultados. Al momento de tomar los videos de estos u otros experimentos, es importante realizar un buen diseño en el cual se minimicen los errores sistemáticos, y así, obtener con ellos medidas confiables.

Por otra parte, los programas utilizados para la medición y el análisis de videos, mostraron ser pertinentes, ya que al ser contrastados los datos obtenidos por estos, encontramos similitud entre ellos, así como, con respecto a las medidas en tiempo real. Esto es una gran ventaja en el ámbito educativo, ya que cuando los estudiantes tienen pocas horas para las actividades experimentales pueden hacer uso de los videos para este trabajo.

Además, en instituciones donde no cuentan con los recursos para realizar actividades de laboratorio de física, esa

es una alternativa para realizar el trabajo experimental. El acceso a una computadora es cada vez común, los estudiantes pueden aprender a realizar medidas experimentales sobre los videos y, con excepción del montaje del experimento, pueden desarrollar todas las actividades propias de un trabajo experimenta (analizar el problema, identificar de los modelos físicos, analizar del diseño experimental, medir sobre videos, analizar e interpretar los resultados, generar conclusiones) así lograr aprendizaje sobre la actividad experimental y complementar su concepción acerca de los modelos teóricos.

REFERENCIAS

- [1] Andrés, Ma. M., Pesa, M. y Meneses, J., Desarrollo Conceptual acerca de Ondas Mecánicas en un Laboratorio guiado por el Modelo MATLaF, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **5**, 260-288 (2006).
- [2] Andrés, Ma. M., Visión acerca de la actividad experimental construida en cursos de laboratorio desde un campo conceptual, en, Otero, R., Elichiribehety, I. y Fanaro, Ma. A. (comp) *Actas del ICIECyM - II ENEM*. 1a ed. (Tandil: Uni. Nac. Centro Prov. Bs. Aires, 2011), E-Book. ISBN 978-950-658-284-5.
- [3] PHY 141 Lab 6 - Angular Momentum. Stony Brook University.
<http://www.ic.sunysb.edu/Class/phy141md/doku.php?id=phy141:labs:lab6>
Consultado el 5 de julio de 2011
- [4] Sensor de movimiento Vernier ® Order Code MD-BTD.
<http://www.vernier.com/products/software/lp/>
- [5] Programa de captura de datos Vernier ® Logger Pro 3.
<http://www.vernier.com/products/software/lp/>
- [6] Nombre oficial del programa con la version, y la empresa de sus derechos. (Busca en mi tesis doctoral)
- [7] Tracker 4.05 Copyright © 2011 Douglas Brown
<http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>