



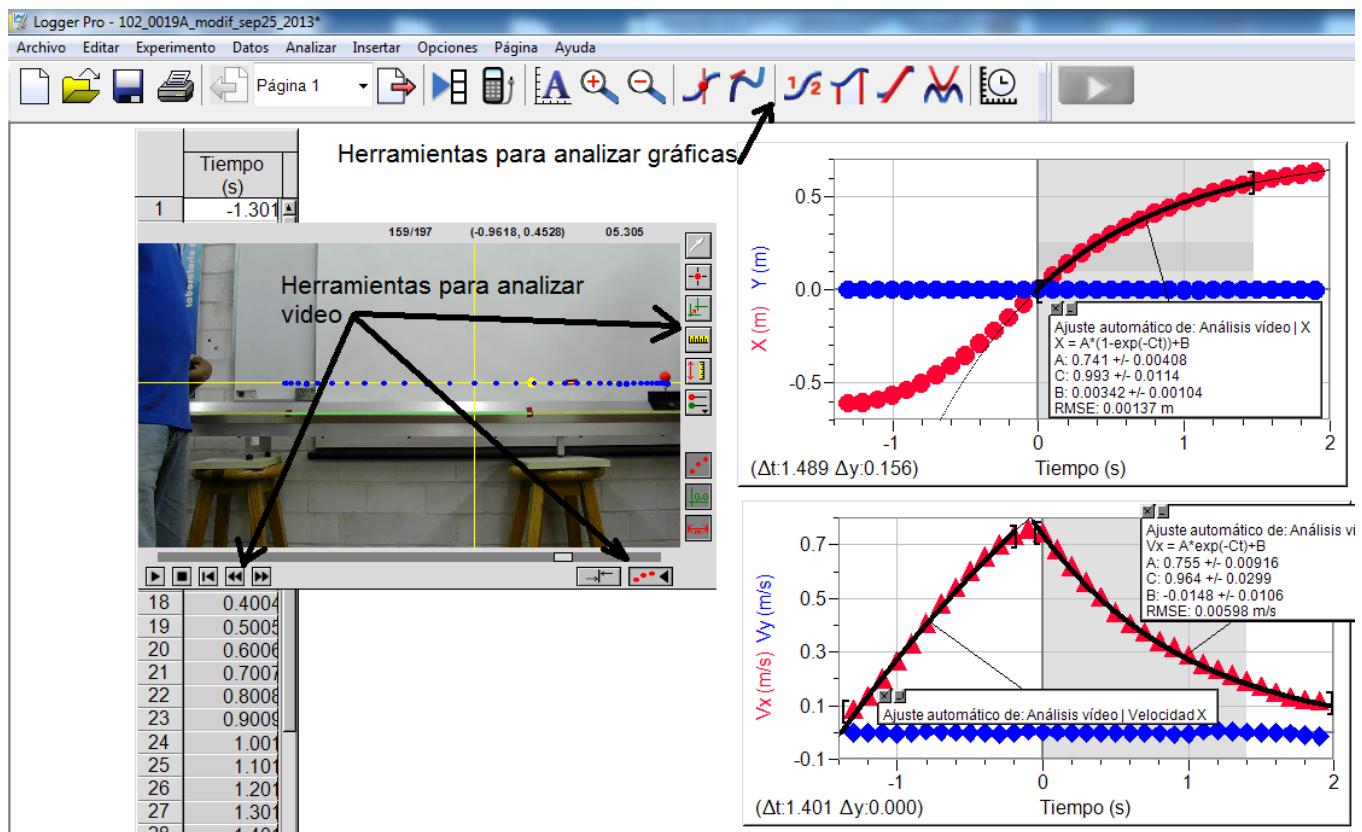
# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

[www.lajpe.org](http://www.lajpe.org)

Volume 9

Number 3

September 2015



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network  
and the Institute of Science Education



---

# LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

---

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:  
<http://www.lajpe.org>

**Production and technical support**

Enrique Martínez Roldán  
eroldan@gmail.com  
Isabel Contreras Arredondo  
isaconarr1@yahoo.com.mx

Latin American Journal of Physics Education is indexed in:

**EDITORIAL POLICY**

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to [boubarkic@gmail.com](mailto:boubarkic@gmail.com) or [lajpe@lapen.org.mx](mailto:lajpe@lapen.org.mx). Further information is provided in the "Instructions to Authors" on [www.lajpe.org](http://www.lajpe.org).

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: C. Bourbaki, Editor in Chief, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba), calle 154 No. 12906 entre 129 y 133 Reparto Reynold García, Matanzas, Cuba CP 40100. Phone: 53 45 265794

**Copyright © 2015 Latin American Physics Education Network. ([www.lapen.org.mx](http://www.lapen.org.mx))**

ISSN 1870-9095

**INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE**

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)  
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)  
Carl Wenning, Illinois State University (USA)  
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)  
David Sokoloff, University of Oregon (USA)  
Dean Zollman, Kansas State University (USA)  
Edward Redish, University of Maryland (USA)  
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)  
Gordon Aubrecht II, Ohio State University (USA)  
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)  
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)  
Jorge Valadares, Universidade Aberta de Lisboa, (Portugal)  
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)  
Lillian C. McDermott, University of Washington (USA)  
Marisa Michelini, University of Udine (Italy)  
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)  
Minella Alarcón, UNESCO (France)  
Orhan Karamustafaoglu, Amasya University, (Turkey)  
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)  
Priscilla Laws, Dickinson College (USA)  
Ton Ellermeijer, (Netherlands)  
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)  
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

**EDITORIAL BOARD**

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)  
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)  
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)  
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)  
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)  
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)  
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)  
Manuel Reyes, Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Venezuela)  
Mauricio Pietrocola Universidad de São Paulo (Brasil)  
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)  
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)  
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)  
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

**EDITOR-IN-CHIEF**

C. Bourbaki, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba)

**ASSOCIATED EDITOR**

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

# ***Latin American Journal of Physics Education***

Volume 9, Number 3, September 2015

## ***Contents/contenido***

### **Editorial**

### **Papers/Artículos**

Modeling transverse train seat occupation with one-dimensional potential barriers

Jerry T. Barretto 3301

Shedding light on the concept of light pressure

Faramarz Rahnama 3302

Technical analysis of the optimization of the thermoelectric renewable sources of energy

by applying nanotechnology

Kamal Nain Chopra 3303

Ley de Ohm con Aprendizaje Activo de la Física en la Ciudad de México para vocacional

César Mora, Rubén Sánchez-Sánchez, Isaías Miranda Viramontes 3401

El análisis de video como alternativa para la integración de teoría y práctica

en los cursos introductorios de Física

Luis Navarrete Navarrete, Jaime F. Almaguer Medina,

Felipe Navarrete Navarrete y Mario Flores Pérez 3402

Moodle and Physics learnig: A good experience with high school students

F. L. Braga, R. Rodrigues, M. S. Bolzan 3403

El clima en el aula y el rendimiento escolar en la Enseñanza de la Física de la carrera de Educación-NURR-ULA, Trujillo

José Cáceres, Gutiérrez Nieto Gladys, Briceño de Barrios María E. y Aranguren Zuleta Freddy 3404

Equações diferenciais aplicadas à microscopia de força atômica: Uma estratégia para o ensino de mecânica clássica na graduação

G. A. C. Lopes, E. A. Cotta, H. D. Fonseca Filho 3501

Utilización del Plano Inclinado para Determinar la Aceleración de Gravedad

José Cáceres y Eduardo Martínez 3502

## **EDITORIAL**

---

Dear colleagues,

We want to remark an important point about Physics Education in Latin America, this is, the academic meetings for teaching Physics. The first one took place in 1963 in Brazil, which was called Interamerican Conference of Physics Education (IACPE), the week before also in Brazil was held the Second International Conference of Physics Education (ICPE), both conferences were proposed by the International Commission of Physics Education of the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP). Unfortunately, the continuity of these important meetings was interrupted until 1987 and 2011, respectively. However, in the inter other meeting were created and at the current time some of them continue with regularity. Cuba have four important meetings 1) The Iberoamerican Workshop in Teaching College Physics (TIBERO), 2) Workshop of College Physics Didactics (DIDACFISU), 3) International Workshop of Teaching Physics, 4) International Workshop of Teaching Physics in Engineering (EFING). The history of these Cuban meetings have their origins in the seventies. In addition, in Mexico we have a traditional meeting, 1) The International Workshops New Trends on Teaching Physics since twenty-three years ago, indeed one of the most important yearly meeting stated on the nineties. After the World Year Physics (2005), begun the Postgraduate Program of Physics Education in the National Polytechnic Institute and was the framework for national meetings that sponsor new meetings. It should mention the activities organized by the Mexican Physical Society, specific for junior high school, a physics meeting and a tournament for experimental prototypes.

Also in Argentina, Brazil, Chile, Colombia and Uruguay we find national meetings on Physics Education, most of them starting in the eighties and with the creation of national associations of Physics Teachers as occurred in Argentina and Uruguay. The IACPE was organized in Brazil, Mexico, Venezuela, Argentina, Costa Rica, Colombia and Ecuador. However, other meetings were organized and nowadays stopped, these are the Latin American Meeting and Seminar on Research of Teaching Physics.

Thanks for your collaboration with LAJPE.

C. Bourbaki  
Editor in Chief

Estimados colegas,

Queremos señalar un punto importante sobre la Educación Física en América Latina, esto es, las reuniones académicas para la enseñanza de la física. La primera tuvo lugar en 1963 en Brasil, y fue llamada Conferencia Interamericana de Educación en Física (CIAEF), la semana anterior también se llevó a cabo la segunda en Brasil, y la Conferencia Internacional de Educación en Física (ICPE) ambas conferencias fueron propuestas por la Comisión Internacional de Educación en Física de la Unión Internacional de Física pura y Aplicada (IUPAP). Por desgracia, la continuidad de estas reuniones importantes se interrumpió hasta 1987 y 2011, respectivamente. Sin embargo, en el inter, otras reuniones fueron creadas y en el momento actual algunas de ellos continúan con regularidad. Cuba tiene cuatro reuniones importantes 1) El Taller Iberoamericano de Enseñanza Física Universitaria (TIBERO), 2) Taller de Didáctica de la Física Universitaria (DIDACFISU), 3) Taller Internacional de Enseñanza de la Física, 4) Taller Internacional de Enseñanza de la Física en la Ingeniería (EFING). La historia de estas reuniones cubanas tiene sus orígenes en los años setenta. Además, en México tenemos una tradicional reunión, 1) Los Talleres Internacionales sobre Nuevas Tendencias sobre la Enseñanza de la Física, desde hace veintitrés años, es de hecho una de las reuniones anuales más importantes y que aparece en los años noventa. También, después del Año Mundial de la Física (2005), se inició el Programa de Posgrado de Física Educativa en el Instituto Politécnico Nacional y ha sido el marco para patrocinar nuevas reuniones nacionales. Cabe mencionar las actividades organizadas por la Sociedad Mexicana de Física, en específico para el nivel medio superior, que consiste en una reunión de física y un concurso de prototipos experimentales de física.

También, en Argentina, Brasil, Chile, Colombia y Uruguay encontramos reuniones nacionales de Educación en Física, la mayoría de ellas a partir de los años ochenta y también con la creación de asociaciones nacionales de profesores de la física como sucedió en Argentina y Uruguay. La CIAEF se ha organizado en Brasil, México, Venezuela, Argentina, Costa Rica, Colombia y Ecuador. Sin embargo, otras reuniones se organizaron pero en la actualidad no continúan, se trata de la Reunión Latinoamericana y del Seminario de Investigación en Enseñanza de la Física.

Gracias por su colaboración con LAJPE.

C. Bourbaki  
Editor en jefe

# Modeling transverse train seat occupation with one-dimensional potential barriers



Jerry T. Barretto

YMCA of Hong Kong Christian College, 2 Chung Yat Street, Tung Chung, Hong Kong

E-mail: jerry.barretto@ymcacc.edu.hk

(Received 21 October 2014, accepted 3 July 2015)

## Abstract

Occupation of a six-seat row in a train is described using potential barriers. Assuming that the row is filled one seat at a time, a seating model is constructed using seat occupation probabilities based on a seat's ability to preserve passenger privacy. Introducing potentials associated with these probabilities for each seat on the row gives rise to a symmetric, multi-step potential barrier. Transmission and tunneling through these barriers are then used to describe likelihood of moving to adjacent or non-adjacent seats.

**Keywords:** Mathematical modeling, quantum mechanics, potential wells

## Resumen

Se describe la ocupación de una fila de seis plazas en un tren, utilizando potenciales de barrera. Suponiendo que en la fila está ocupado un asiento a la vez, se construye un modelo de asiento utilizando las probabilidades de ocupación de asiento, con base a la capacidad del asiento para preservar la privacidad de los pasajeros. La introducción de los potenciales asociados con estas probabilidades para cada asiento en la fila, da lugar a un potencial de barrera simétrico de varios pasos. La transmisión y el túnel a través de estas barreras se utilizan para describir la probabilidad de pasar a los asientos adyacentes o no adyacentes.

**Palabras clave:** Modelación matemática, Mecánica cuántica, Pozos de potencial.

PACS: 03.65.-w, 02.60.Cb, 01.90.+g

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

As a mathematical theory, quantum mechanics is elegant and eloquent. Unfortunately, the machinery required to attain this comes at a price. Conceptual difficulties concerning energy and tunneling through potential wells, for example, have been reported [1]. This may not be surprising given the non-intuitive concepts and abstraction of quantum theory.

However, just like counter-intuitive problems, non-intuitive concepts prevent trivialization and promote critical thinking [2].

In recent years, conceptual difficulties have been addressed with moderate success using modelling [3] and mathematical models. The latter is well known and the literature is replete with its use in many fields, not just in Physics.

One important aspect of conceptual and mathematical models is the paradigm shift, and quite possibly attitude shift, on and towards concepts that it can provide. For example, it may be beneficial for some, to see concepts applied in other ways or means from those adopted in practice. These alternative scenarios may explain some points more clearly and at times may provide new insight. Either way the chance of attaining a thorough understanding is improved.

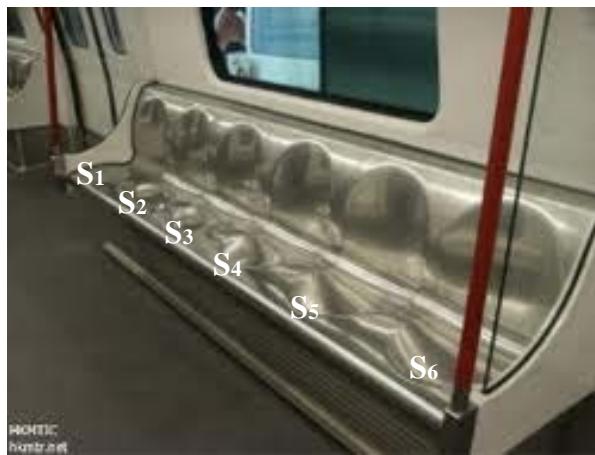
In this paper, we present a model that applies the concepts of quantum mechanics to the familiar everyday experience of

changing seats on a train. Using potential wells, the probability of changing or migrating to an unoccupied seat is investigated. Some results are counterintuitive, resulting from the mathematics of quantum mechanics while some are intuitive and is described rather well by the model.

In the next section, an algorithm for train seat selection is presented with the aim of preserving the privacy of the passenger. This is followed by seat occupational probabilities and seat potentials based on seat popularity in Section III. The mathematics of step-up and step-down potentials is applied to passengers moving to adjacent seats in Section IV. The case of migration to non-adjacent seats is discussed briefly in Section V.

## II. SEAT SELECTION

Consider a transverse row of six train seats,  $S_i$  where  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , with  $S_1$  and  $S_6$  making up the ends of the row (see Fig. 1). A passenger's choice of seat is motivated by the desire to keep his or her privacy for the duration of the journey. This is accomplished when a passenger does not sit next to any other passenger on the row. A seating arrangement that achieves this goal will be called a configuration [4].



**FIGURE 1.** A row of six train seats in a transverse configuration [5]. In our example, the seats  $S_1$  and  $S_6$ , adjacent to the Plexiglas panels at the ends of the row are the most desirable for passengers and will be occupied most of the time.

A configuration is saturated if the privacy of any seated passenger is violated when the next passenger sits down.

That is, in a saturated configuration, one or two seated passengers will lose their privacy when the next passenger sits down.

Let us consider a possible configuration, assuming that the row is filled one seat at a time. The first passenger can choose any seat but by choosing  $S_1$  or  $S_6$  he or she is guaranteed to sit next to one other passenger if the row is filled. This guarantee extends to the second passenger who occupies the end-of-row seat not chosen by the first passenger. By the time the third passenger chooses, only four seats,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ , and  $S_5$ , are available and the guarantee enjoyed by the first two passengers can no longer be enjoyed.

In order to maintain privacy the third passenger opts for either  $S_3$  or  $S_4$  because  $S_1$  and  $S_6$  are occupied.

These considerations suggest that saturation is attained after the third passenger sits down. Similar seating algorithms assume that the remaining seats will be chosen at random post-saturation [4].

In our example because the third passenger's choice between  $S_3$  and  $S_4$  depends on the first passenger's choice, we will assume for simplicity that the fourth passenger occupies either  $S_3$  or  $S_4$  depending on the third passenger's choice.

That is, the fourth passenger sits next to the third passenger but not next to the first passenger or the second passenger. This leaves  $S_2$  and  $S_5$  as the remaining seats to be filled. Note that occupants of these two seats sit next to two passengers instead of one.

### III. OCCUPATIONAL PROBABILITIES

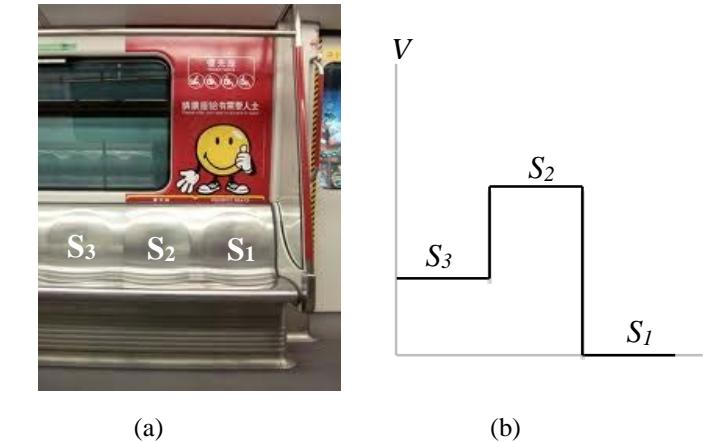
In the seat selection process presented, seats are chosen in order to preserve privacy. We will assume, given that the violation of privacy is imminent, that it is more preferable to sit next to one passenger than it is to sit next to two.

Consequently some seats will be more desirable than others and these more desirable seats will be occupied most of the time. Thus the probability of more desirable seats being occupied has to be greater than that of less desirable seats.

Let  $P(S_i)$  be the probability that the seat  $S_i$  is occupied.

If passengers must sit, then the sum of  $P(S_i)$  taken over all seats on a row is unity. According to the model described in the previous section,  $S_1$  and  $S_6$  will have the greatest occupational probabilities because it is more desirable to sit next to one passenger than two (see Fig 2(a)).

We conclude that,  $P(S_1) = P(S_6)$  since passengers occupying  $S_1$  and  $S_6$  are guaranteed to sit next to just one passenger. Some may choose seat 1 over seat 6, and vice versa, depending on the direction of travel for example, but this does not affect their occupational probabilities. Also from the previous section, we have  $P(S_3) = P(S_4)$  whether  $S_3$  or  $S_4$  is chosen first and that  $P(S_1) > P(S_3)$ . The seats  $S_2$  and  $S_5$  have the lowest occupational probabilities and because occupants of these seats sit next to two passengers, we will take  $P(S_2) = P(S_5)$  and  $P(S_5) < P(S_3)$ .



**FIGURE 2.** (a) Three seats in a transverse row [5]. (b) Corresponding seat potentials. Lower seat potential is associated with more desirable seats. The seat  $S_1$  adjacent to the Plexiglas panels is the most desirable amongst the three shown here.

We represent occupational probabilities graphically using seat potentials as shown in Fig 2(b). In this representation, a potential well one seat wide is used to represent a seat along the row with the depth of the potential well indicating the occupational probability for the corresponding seat.

Thus the potential wells representing seats 1 and 6, 3 and 4, 2 and 5, have equal depths (see Fig. 2). In addition, the potential wells representing  $S_1$  and  $S_6$  are deeper than those represented by  $S_3$  and  $S_4$ , which in turn, are deeper than those represented by  $S_2$  and  $S_5$ .

In the next section, we will model a seated passenger as a particle in a corresponding potential well with one particle per well. A potential well is empty when the seat it represents is unoccupied.

## IV. MOVING TO AN ADJACENT SEAT

An unoccupied seat, regardless of its occupational probability, may or may not be occupied. The vacancy can be filled either by a passenger wishing to sit on the row, or by another passenger already seated on the row. In the latter case, we will assume that the passenger is seated adjacent to the seat to be occupied. Considering adjacent seats only ignores other seats, occupied or unoccupied. This means that changing seats may violate a passenger's privacy. The associated seat potentials will be scaled in such a way to make the seat with greater occupational probability have zero potential (see Fig. 2 and Fig. 1). There is no loss in generality by using this procedure. Three possible outcomes of seat migration are discussed below.

### A. Moving from a more popular seat

The first case is when a passenger moves from a seat with greater occupational probability; for example from  $S_1$  to  $S_2$  which is essentially a step-up potential (see Fig. 3 inset).

We see that a potential step of height  $V_0$ , serving as a demarcation between two adjacent seats with  $V = 0$  for the region  $x < 0$  representing a seat with greater occupational probability and  $V = V_0$  for the region  $x > 0$  representing a seat with lower occupational probability

We model a moving passenger as a beam of particles travelling from the region  $x < 0$  to  $x > 0$ . The fact that each seat in the row has equal and finite width is not taken into account. In Eq. (1), the reflection amplitude coefficient  $r$ , assuming that the particle's energy  $E > V_0$ , is given by [6]:

$$r = \frac{p - \sqrt{p^2 - 2m(E - V_0)}}{p + \sqrt{p^2 - 2m(E - V_0)}}. \quad (1)$$

We interpret  $r$  as a quantity related to the probability of staying in the current seat. With this interpretation, for given values of momentum  $p$ , mass  $m$ , and energy  $E > V_0$ , greater  $V_0$  yields greater  $r$  as shown in Fig.3.

This suggests that Eq. (1) indicates that it is less likely that a passenger in  $S_1$  will move to  $S_2$  compared to a passenger in  $S_4$  moving to  $S_5$ . This is a reasonable result since, from Section 2,  $P(2) = P(5)$  and  $P(1) > P(4)$ .

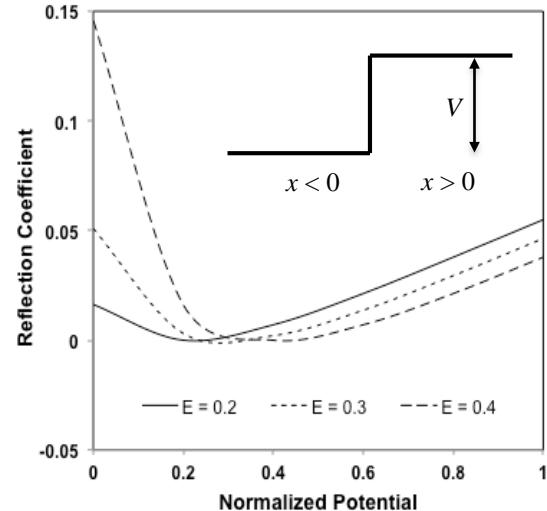
Furthermore, because  $P(4) = P(3)$ , then moving from  $S_3$  to  $S_2$  is just as probable as moving from  $S_4$  to  $S_5$ . Thus a passenger is less likely to give up a seat that guarantees having to sit, at the most, to another passenger.

These considerations suggest that there is satisfactory agreement between the mathematics of potential wells and the changing of seats of passengers in a train.

### B. Moving from a less popular seat

The second case is when a passenger moves from a seat with lower occupational probability; for example from  $S_5$  to  $S_6$  (see Fig. 4). This is a step-down potential. Figure 4 illustrates a potential step of height  $V_0$ . This potential distinguishes between two adjacent seats with  $V = V_0$  for the region  $x < 0$

representing a seat with lower occupational probability and  $V = 0$  for the region  $x > 0$  representing a seat with higher occupational probability. As in the previous discussion, the finite width of the seats is not taken into account.



**FIGURE 3.** Reflection coefficients for a passenger moving from a more popular seat (low seat potential) to a less popular seat (high seat potential). This is effectively a step-up potential. The general trend is consistent across different values of  $E$ . INSET: Step-up potential of height  $V_0$ .

A moving passenger is modeled as a beam of particles travelling from the region  $x < 0$  to  $x > 0$ . The reflection amplitude coefficient  $r$ , assuming that the particle's energy  $E > V_0$ , is given by [6];

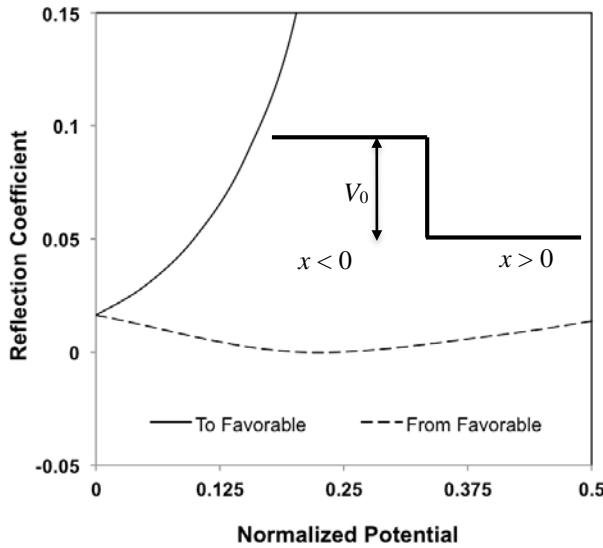
$$r = \frac{p - \sqrt{p^2 - 2m(E + V_0)}}{p + \sqrt{p^2 - 2m(E + V_0)}}. \quad (2)$$

We continue to interpret  $r$  as a quantity related to the probability of staying in the current seat. With this interpretation, for given values of momentum  $p$ , mass  $m$ , and energy  $E > V_0$ , greater  $V_0$  yields greater  $r$ .

This result is counterintuitive because the passenger is moving to a more popular seat, which is essentially a step-down potential (see Fig.4 inset). This means that there is a smaller chance of staying in the current seat, which is less popular. Furthermore, we find that greater  $V_0$  increases  $r$ .

These counter-intuitive observations, described in the context of square potential wells as paradoxical reflection and paradoxical confinement, has been reported previously [7].

In Fig. 4, we compare the reflection coefficients for a passenger moving from a less popular seat and a passenger moving from a more popular seat according to Eq. (2) and Eq. (1) respectively. Surprisingly the probability of staying in an unpopular seat is greater than staying in a popular seat, verifying paradoxical reflection.



**FIGURE 4.** Comparing reflection coefficients for a passenger moving from a less popular seat (high seat potential) and a passenger moving from a more popular seat (low seat potential) for  $E = 0$ . INSET: Step-down potential of height  $V_0$ .

We conclude that in this particular case, the mathematics of potential wells do not completely and satisfactorily describe passenger seat migration on trains.

### C. Moving to an equally popular seat

The third case is when a passenger moves to a seat with equal occupational probability to the one currently occupied. The potential  $V_0 = 0$  and this is only possible when moving from  $S_3$  to  $S_4$  or from  $S_4$  to  $S_3$  (see Fig. 2). Because  $V_0 = 0$ , using Eq. (1) or Eq. (2) gives  $r = 0$ , suggesting that a passenger will always move to a seat that is perceived to be as desirable as the current one occupied. Clearly, this is not a practical result, and should be interpreted in the context of our whole discussion.

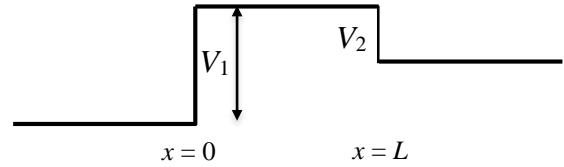
## V. MOVING TO A NON-ADJACENT SEAT

In the previous section, step potentials were used to describe passengers that move to adjacent seats. In this section, we will consider the case when a passenger moves to non-adjacent seats. We will ignore the seats that do not play a part in the migration and any possible violation to passengers' privacy.

A migrating passenger will be modelled as a particle that tunnels through intermediate seats. Again, the associated seat potentials will be scaled in such a way to make the seat with greater occupational probability have zero potential.

Consider a passenger that *tunnels* from a seat with greater occupational probability, for example from  $S_1$  to  $S_3$  through  $S_2$ , which is represented by a potential barrier of width  $L$  as shown in Fig. 5. Initially the passenger is in the region  $x < 0$  representing a seat with greater occupational probability and

tunnels a distance  $L$  to the region  $x > L$  representing a seat with lower occupational probability.



**FIGURE 5.** A potential barrier of width  $L$ . The region with lower potential represents a seat that is chosen more often compared to the seat represented by the region with higher potential.

We will base our discussion assuming that  $V_1 = V_2$  which is customary in the literature. During the seat selection process the passengers choose the best available seat without making provisions for a possible change in seat. Because the best possible seat was chosen and occupied, the desire to change seats is taken to be minimal. Assuming that the particle's energy is low, the transmission amplitude coefficient  $T$ , is given by [8]:

$$T \approx e^{-c\sqrt{VL}}. \quad (3)$$

where  $V_1 = V_2 = V$  and  $c$  is a constant while the term  $\sqrt{VL}$  approximates the area of the barrier. As a first approximation then, the transmission probability  $T$  is dependent on the area of the barrier and the greater the area, the lesser the chances of tunneling or moving seats. These considerations suggest, for example, that it is less likely that a passenger will move from  $S_1$  to  $S_6$  than moving from  $S_2$  to  $S_5$ .

Using Eq.(3) as a coarse approximation when  $V_1 \neq V_2$  suggest that it is less likely for a passenger to move from  $S_1$  to  $S_4$  than from  $S_1$  to  $S_3$ , even if  $P(3) = P(4)$ , while the probability of moving from  $S_1$  to  $S_5$  is even lower. In addition, the symmetry in seat potentials of the presented model indicate that moving from  $S_6$  to  $S_4$ , which is equally probable as moving from  $S_1$  to  $S_3$ , is more likely than moving from  $S_6$  to  $S_3$ .

We note from Eq. (1) and Eq. (2) that  $r^2 < 1$ , where  $r^2$  is related to the probability of not moving to an adjacent seat and from Eq. (3) that  $R + T \approx 1$ , where  $R$  is related to the probability of not moving to a non-adjacent seat. Using these relations we have  $R - r^2 > T$  which for  $V$  sufficiently high with  $p^2 > 2m(E \pm V)$  leads to  $R > r^2$ .

These considerations imply that it is more likely that a passenger will move to an adjacent seat than a non-adjacent seat. This serves to set the bounds for the validity of the model, as this trend is not true for all values of energy.

## VI. CONCLUSIONS

This work presents a real-life, familiar, application of the mathematics used in quantum mechanics. It is hoped that this paper would help improve the conceptual understanding of potential wells and barriers by providing a different

**REFERENCES**

application but similar interpretation of the relevant mathematics. This paper also illustrates that the mathematics of quantum mechanics can be non-intuitive, a characteristic of most, if not all, concepts of quantum theory.

The model presented in this work assumes that train seat occupation probabilities do not change, and that when a passenger chooses a seat, there is no knowledge of subsequent passengers. Passengers also, need not fill the row sequentially as other rows or even cars are available.

**ACKNOWLEDGEMENTS**

We thank Mariett Barretto, Juanito Barretto, LeAnn Stanhope, Stein Baluyot, and Lucian Feurdean for useful discussions regarding the seat selection process.

Most of the material in this work was completed when the author was with Concordia International School, Hong Kong.

- [1] Ozcan, O., Didis, N. and Tasar, M. F., *Students' conceptual difficulties in Quantum Mechanics: Potential well problems*, H. U. J. of Ed. **36**, 169-180 (2009).
- [2] Campanario, J. M., *Using counterintuitive problems in teaching Physics*, The Physics Teacher **36**, 439-441 (1998).
- [3] Etkina, E., Warren, A. and Gentile, M., *The role of models in Physics Instruction*, The Physics Teacher **43**, 15-20 (2005).
- [4] Kranakis, B. E. and Krizanc, D., *The urinal problem. Fun with Algorithms*, Lecture Notes in Computer Science **6099**, 284-295 (2010).
- [5] Hong Kong MTR, *Tung Chung Line*, Available in: [http://www.hkmtr.net/Galleries\\_TCL.htm](http://www.hkmtr.net/Galleries_TCL.htm). Consulted: 3 September 2013.
- [6] University of California, San Diego, *The Potential Step*, Available in: [http://quantummechanics.ucsd.edu/ph130a/130\\_notes/node149.html](http://quantummechanics.ucsd.edu/ph130a/130_notes/node149.html). Consulted: 21 August 2013.
- [7] Garido, P. L., Goldstein S., Lukkarinen J. and Tumulka, R., *Paradoxical reflection in quantum mechanics*, Am. J. Phys. **79**, 1218-1231 (2011).
- [8] Wilfrid Laurier University. Available in: <http://www.wlu.ca/physcomp/pc242/Phys242Lec15.pdf>. Consulted 21 August 2013.

# Shedding light on the concept of light pressure



**Faramarz Rahnama**

*The Optical Society of India, Life member,  
Atomic and Molecular Physics Group,  
Department of Physics, Tarbiat Modares University,  
Tehran, P. O. Box 14115-17, I. R. Iran*

E-mail: fr1wordica@gmail.com

(Received 11 November 2014, accepted 26 August 2015)

## Abstract

The idea of light pressure has fascinated scientists, since it was first proposed by Maxwell in the late 19th century. Numerous theoretical and experimental works involving optical forces have been carried out to characterize the radiation pressure of light in media, although the issue remains extensively debatable. The present article aims to explicate the feature of this intricate optical phenomenon.

**Keywords:** Light pressure, Light momentum, Radiation optics.

## Resumen

La idea de una presión en la luz ha fascinado a los científicos desde que fue propuesto por primera vez por Maxwell, en el siglo XIX. Numerosos trabajos teóricos y experimentales que involucran fuerzas ópticas, se han llevado a cabo para caracterizar la presión de la radiación de la luz en los medios de comunicación, aunque la cuestión sigue siendo ampliamente discutible. El presente artículo tiene como objetivo explicar la característica de este fenómeno óptico intrincada.

**Palabras clave:** Presión de la luz, Impulso de luz, Óptica de radiación.

PACS: 42.50.Ct; 42.50.Xa

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

Arthur Clarke, a science fiction writer, mentioned the running of solar sails by the light pressure, in his 1972 story: *The Wind from the Sun*. Light (or radiation) pressure is no longer the realm of science fiction, but science fact. The theoretical treatment of light pressure in Quantum Optics now can be evidenced experimentally, particularly with the availability of highly intense laser beams, which are capable of producing robust results. For example, the pressure of light can significantly change the length of a Fabry-Perot resonator to cause optical bistability [1]. Ashkin –about 25 years ago– predicted a number of light-pressure-based applications [2].

Therefore, this shining force has come out of the cupboard to mean a revolution in optical manipulation [3]. The appearance of new terms, such as “optical trapping”, “optical binding”, “optical tweezers”, and “optical acutators” are paradigmatic examples in the increasingly important subject of nanotechnology. A newer emerging term in this context, is the “laser microfluidics or optofluidics” [4]. Therefore, the aim here is to familiarize to the nonprofessionals with the preliminary concept of light pressure.

## II. THE CONCEPT

Many generations have passed through the great halls of science, since Maxwell envisaged the potential forces of pressure of electromagnetic waves, in his celebrated work: *Treatise on Electricity and Magnetism*. In 1871, Maxwell stated that: “In a medium in which waves are propagated, there is a pressure in the direction normal to the wave, and numerically equal to the energy contained in unit of volume”.

He believed that the pressure of light is measurable based on the fact that since light has electromagnetic momentum, it should then have mechanical momentum too. If light reflects, the momentum would then be twice, and so the light pressure would also be twice. Maxwell yielded the light pressure value of  $4.7 \times 10^{-6}$  N/m<sup>2</sup>, which is quite small, and hence considered negligible in any optical experimentation.

About two decades later, Lorentz [5] advanced Maxwell’s electromagnetic theory in Quantum Optics more analytically by introducing Lorentz transformation. Lepedew [6] was first to report the light pressure value of  $3.08 \times 10^{-5} \pm 1.7 \times 10^{-6}$  dyn/cm<sup>2</sup> ( $1 \text{ dyn/cm}^2 = 0.1 \text{ N/m}^2$ ) experimentally, in 1901, through a complicated setup of ideally absorbing and reflecting surfaces. In addition, Nichols and Hull [7, 8] made a vigorous attempt to measure the pressure of light in the same year. They had the most accurate radiometer in the world and

a state of the art laboratory at their disposal and therefore came up with the most accurate measurement ever recorded, of being just 10% deviated from that of Maxwell's value ( $4.7 \times 10^{-6}$  N/m<sup>2</sup>). These experimental confirmations concerning Maxwell's prediction were indeed a great step forward to the realization of light pressure.

Shortly, the theoretical side of the effect was more substantiated by –for example– Poynting [9], in 1905, who presented a detailed geometrical calculation of the force driven by the light incident, from free space onto a transparent and non-dispersive dielectric medium. Assuming an outward force normal to the surface of the dielectric opposite to the direction of propagation of the incident electromagnetic field.

This implied that the effects of light pressure exerted on a dielectric surface, could be regarded as the transfer of momentum, from photons at the surface parallel to the propagation of the incident electromagnetic radiation.

Nevertheless, the recent impetus in the subject was driven by Ashkin and Dziedzic classical experiment [10], in 1973 with the following feature:

They focused a pulsed laser beam on the free surface of pure water. As a result, they observed formation of a bulge on the water surface at the point of entry of the focused laser beam, as depicted in Figure 1.

A time resolution of 10 nsec has made it possible to observe the time variation of the focal length, of the induced lens, which took 400 nsec to develop fully. The flat water surface was lifted towards the beam to a height on the order of a micrometer, and had its focal length reaching values of about 0.01 cm, at the instant of the maximum pulse power.

The elevation of the water surface was inversely proportional to the water surface tension, which maintained a tension balance between the Laplace force of the bulged surface and the light pressure. As is known, the Laplace equilibrium condition for a curved surface that separates two different media is [11]:

$$\gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \Delta \rho g z, \quad (1)$$

where  $\gamma$  is the interfacial tension of the two media in contact, and  $r_1$  and  $r_2$  are the principal curvature radio of the surface, at a point of  $z$  coordinate,  $g$  is the gravitational constant, and  $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2$  of  $\rho_1$  and  $\rho_2$  being the densities of the two media.

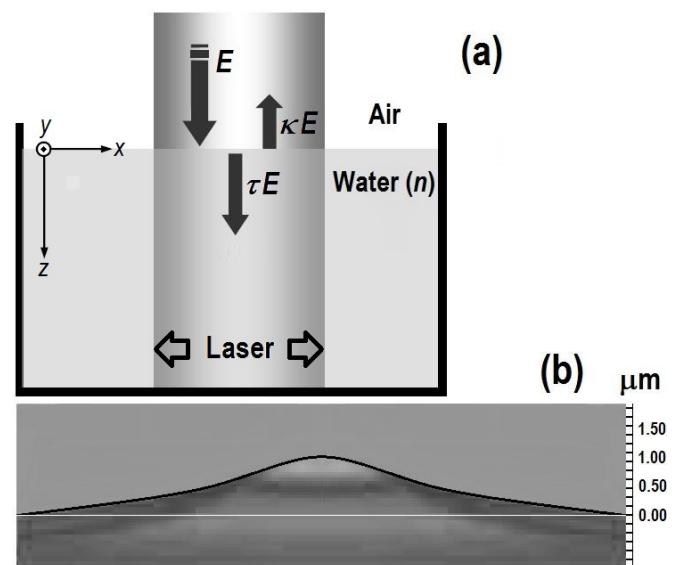
When there is no deformation of the surface, both  $r_1$  and  $r_2$  are infinitely large, making  $\Delta \rho g z$  to tend to zero.

The photomechanism of the force responsible for the bulge was ascribed to the increase of the photon momentum, from its free-space value of  $\hbar \omega / c$  to Minkowski's value of  $n \hbar \omega / c$ , for light of frequency  $\omega$  in a medium of refractive index  $n$  (Minkowski's expression is explained in the next section).

Thermal and volume nonlinear optical effects were negligibly small under Ashkin and Dziedzic's experimental condition.

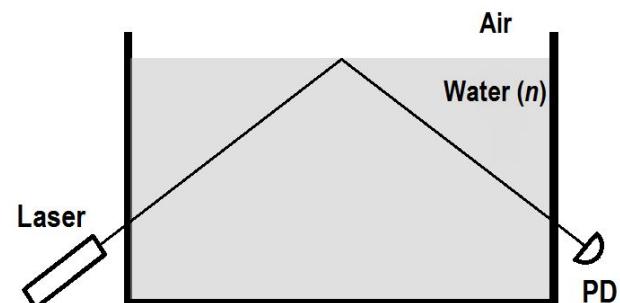
Generally, the laser-induced liquid surface deformation can theoretically be derived under the periodical modulation of the laser light pressure [12], but the results cannot be very accurate because we also need to consider the laser-induced

thermal effect, even in the case of non-photoabsorbing liquids, such as pure water. However, by using the nanometric precision imaging method of digital holographic microscopy, the issue of thermal effect can practically be resolved [13].



**FIGURE 1.** (a) Reflection and transmission coefficients (for  $E_x$ ,  $E_y$ ) are  $\kappa$  and  $\tau$ , respectively. The radius of the beam waist located at the water surface is about 4.5  $\mu\text{m}$ . (b) A graphic representation showing an outward bulge of the order of 1  $\mu\text{m}$ . The reason for the low value of the bulging effect is the large surface tension of water.

Meanwhile, for better determination of a static surface property, a stable high-power continuous wave laser is preferred to a pulse laser. Primarily, a relatively low power laser beam can probe the water-air boundary of the water surface by total internal reflection, as shown in Figure 2.



**FIGURE 2.** For the water-air interface probe by a photo-detector (PD) the angle of incidence  $> 48.6^\circ$  (the critical angle) should be considered.

On the character of light pressure (Figure 1), the constant liquid surface deformation under continuous wave laser beam gives the static value, while the frequency response spectrum of the deformation under modulated excitation gives the

dynamic value. Different liquids of different surface tensions can be used for the light pressure-induced bulging effect test.

For example, the surface tension of water at 20°C is more than six times that of perfluorohexane, at the same temperature. The relationship between surface deformation and other important surface properties, such as surface tension and viscosity, has been derived against laser irradiation [14].

### III. THE RIVAL OPINIONS

While the momentum of light is well definable in free space, it is unfortunately not so in a medium, i.e., except in vacuum, electromagnetic momentum by itself is an intrinsically ambiguous notion. For example, when light passes through a medium it exerts forces on the charges, setting them in motion, and delivering momentum to the medium. Since this is associated with the wave, it is not unreasonable to include some or all of it in the electromagnetic momentum, even though it is purely mechanical in nature. But figuring out exactly how and where this momentum is located can be very tricky.

Down the history, in formulating optical momentum in media, the first expression was proposed by Minkowski [15] in 1908. He calculated that the momentum density of an electromagnetic wave propagating in a dielectric medium, should increase relative to its free-space value by a factor equal to the refractive index of the medium  $n$ , representing the additional momentum being carried by the polarization of the medium. That is,

$$P_{\text{photon}} = \frac{n(h/2\pi)\omega}{c}, \quad (2)$$

where  $h/2\pi$  is the reduced Planck constant or Dirac constant  $\hbar$ ,  $\omega$  is the light angular frequency ( $2\pi$  times the frequency), and  $c$  is the light speed.

On the other hand, Abraham [16] in 1909 came up with a quite opposite expression for the momentum density, suggesting that it should instead decrease by the factor of  $n$  (and transferring a fraction  $(n - 1)/n$  of its momentum to the medium). That is,

$$P_{\text{photon}} = \frac{(h/2\pi)\omega}{cn}, \quad (3)$$

These contradictory tensor expressions gave rise to what is frequently referred to as the Abraham-Minkowski controversy, which has been debated extensively by a number of researchers for the last century. In fact, the literature on the light pressure has been dominated that which of the two momentum-energy tensor expressions can serve the best in modeling the phenomenon. Although some recent researchers have made attempts to bring about a reconciliation between the two expressions, by identifying the Abraham momentum as the kinetic momentum, and the Minkowski momentum as the canonical momentum as, for example, in refs. [17, 18], although emphasis has been made that, all relevant forces should carefully be considered in the unification treatment.

### Shedding light on the concept of light pressure

This implies that the resolution of the Abraham-Minkowski controversy lies in the realization that electromagnetism recognizes two distinct momenta, the kinetic momentum as being responsible for the overall center of mass translations of a medium, and the canonical momentum as being responsible for translations within or with respect to a medium. The total momentum is of course conserved, whichever momentum we use for the light. Yet, it has been shown [19] that Abraham's formalism about the photon momentum acting in a medium is not compatible with the momentum, and energy conservation laws since Abraham believed that energy conservation requires a fundamental modification of Lorentz's electron model to include supplemental internal, non-electromagnetic source of energy, and hence the light pressure theory should be frame-dependent. Minkowsky's expression instead seems to be more plausible by holding to the Maxwell-like formalism [20], and in accordance with the third Newton law there is a counterpart of the force applied to the light wave that increases its momentum.

As yet, the theory of light pressure is an exoteric one in the realm of Quantum Physics that has brought up paradoxes, such as that of Einstein-Podolsky-Rosen (known by their initials as EPR) [21], which is in essence similar to the well-known paradox of Schrödinger's cat. Perhaps, Einstein was right that Quantum Physics is distanced from the elements of reality due to being incomplete relative to Classical Physics that has twice as many dynamical variables that can be known with arbitrary precision, but half of this information is missing in Quantum Physics, making it to an overwhelming extent statistical.

### IV. CONCLUSIONS

Experimental evidence of light pressure is certainly strong, as it was reviewed here, but it has a theoretical fillip side.

Relying on the quantum approach for interpretation, one may face different perspectives, which gives rise to the points of interpretive controversy like the case of light pressure.

Therefore, an ideal judgment appears to be not so convenient as far as the light induction landscape is concerned (an important note regarding the use of right mathematical approach is given in the Appendix).

On the other hand, if we desire to study the exact form of the light mechanical force field on a medium, we need to deal with the utmost care because we are practically dealing with a quite small force in the range of piconewtons that could make precise detections erroneous.

### REFERENCES

- [1] Dorsel, A., McCullen, J. D., Meystre, P., Vignes, E. and Walther, H., *Optical bistability and mirror confinement induced by radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **51**, 1550-1553 (1983).
- [2] Ashkin, A., *Applications of laser radiation pressure*, Science **210**, 1081-1088 (1980).

- [3] Grier, D. G., *A revolution in optical manipulation*, Nature **424**, 810-816 (2003).
- [4] Focus issue, *Optofluidics surging forwards*, Nature Photonics **5**, (2011).
- [5] Lorentz, H. A., *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern* (Cambridge University Press, Leiden, 1895).
- [6] Lebedew, P., *Untersuchungen über die druckkräfte des lichtes*, Ann. Phys. (Berlin) **311**, 433-458 (1901).
- [7] Nichols E. F. and Hull, G. F., *A preliminary communication on the pressure of heat and light radiation*, Phys. Rev. **13**, 307-320 (1901).
- [8] Nichols, E. F. and Hull, G. F., *The pressure due to radiation*, Astrophys. J. **17**, 315-351 (1903).
- [9] Poynting, J. H., *Radiation pressure*, Philos. Mag. **9**, 393-406 (1905).
- [10] Ashkin, A. and Dziedzic, J. M., *Radiation pressure on a free liquid surface*, Phys. Rev. Lett. **30**, 139-142 (1973).
- [11] Adamson, A. W., *Physical Chemistry of Surfaces*, 5th Ed. (Wiley-Interscience Publications, New York, 1990), pp. 28-30.
- [12] Sakai, K., Mizuno, D. and Takagi K., *Measurement of liquid surface properties by laser-induced surface deformation spectroscopy*, Phys. Rev. E **63**, 046302 (2001).
- [13] Clark, D. C. and Kim, M. K., *Nanometric measurement of optical pressure deformation of fluid interface by digital holography*, Proc. SPIE **7908**, 79080T-1 (2011).
- [14] Yoshitake, Y., Mitani, S., Sakai, K., Takagi, K., *Measurement of high viscosity with laser induced surface deformation technique*, J. Appl. Phys. **97**, 024901 (2005).
- [15] Minkowski, H., *Die grundgleichungen für die elektromagnetischen vorgänge in bewegten körpern*, Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göettingen 53-111 (1908).
- [16] Abraham, M., *Zur elektrodynamik bewegter körper*, Rend. Circ. Mat. Palermo **28**, 1-28 (1909).
- [17] S. M. Barnett and R. Loudon, *The enigma of optical momentum in a medium*, Philos. Trans. Roy. Soc. A **368**, 927-939 (2010).
- [18] Kemp, B. A., *Resolution of the Abraham-Minkowski debate: Implications for the electromagnetic wave theory of light in matter*, J. Appl. Phys. **109**, 111101 (2011).
- [19] Wang, C., *Can the Abraham light momentum and energy in a medium constitute a Lorentz four-vector?*, J. Mod. Phys. **4**, 1123-1132 (2013).
- [20] Hehl, F. W., *Maxwell's equations in Minkowski's world: Their premetric generalization and the electromagnetic energy-momentum tensor*, Ann. Phys. (Berlin) **17**, 691-704 (2008).
- [21] Giovannetti, V., Mancini, S. and Tombesi, P., *Radiation pressure induced Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, Europhys. Lett. **54**, 559-565 (2001).

## APPENDIX

It is important to note that some introductory physics texts for providing the reason that light exerts pressure on matter, consider the force exerted by an electromagnetic wave on an electron, which is “mathematically incorrect”. This is also what two eminent physicists, Tony Rothman from the Princeton University (USA) and Stephen Boughn from the Haverford College (USA), have warned about in the abstract of their joint article, *The Lorentz force and the radiation pressure of light*. The aforementioned authors give the notorious example of the textbook by Paul Tipler and Gene Mosca, *Physics for Scientists and Engineers* Vol. 2, 5th Ed. (W. H. Freeman, New York, 2004), and conclude:

“... the explanations presented in textbooks and in the classroom are so seriously flawed that even students sometimes notice the difficulties. Rather than try to paper over these problems with what must be regarded as nonsensical arguments, the occasion would be better exploited to point out that physics is composed of a collection of models that are brought to bear in explaining physical phenomena, but that these models have limited domains of applicability and, as often as not, are inconsistent”.

# Technical analysis of the optimization of the thermoelectric renewable sources of energy by applying nanotechnology



**Kamal Nain Chopra**

*Applied Physics Department, Maharaja Agrasen Institute of Technology,  
Rohini, GGSIP University, New Delhi - 110086, India.*

**E-mail:** kchopra 2003@gmail.com

(Received 19 November 2014, accepted 26 September 2015)

## Abstract

Technical Analysis of the Maximization of the renewable sources of energy by application of Nanotechnology, has been presented in this paper. Mathematical Formulations of some of the thermoelectric systems based on the nanostructures have been briefly discussed. The paper is expected to be useful to the new entrants in this exciting field, and also for the designers of some novel devices based on Nanotechnology.

**Keywords:** Nanotechnology, Nanoenergy, Nanowire Heterostructures Renewable energies, Thermoelectric Power based on Nanodevices.

## Resumen

En el presente documento se presenta el análisis técnico de la maximización de las fuentes renovables de energía mediante la aplicación de nanotecnología. Se discuten brevemente las formulaciones matemáticas de algunos de los sistemas termoeléctricos basados en las nanoestructuras. Se espera que este artículo sea ser útil a los nuevos participantes en este apasionante campo, y también para los diseñadores de algunos dispositivos novedosos basados en la nanotecnología.

**Palabras clave:** Nanotecnología, Nanoenergía, heteroestructuras de nanocable para energías renovables, Fuerza termoeléctrica basada en nanodispositivos.

**PACS:** 87.85.Ox, 87.85.dh, 42.79.Bh

**ISSN 1870-9095**

e. g.  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , VO, CoO,  $\text{SnO}$ , and  $\text{SiO}_2$ . Mostly in the form of nanotubes [10] and nanowires, and thus avoiding (i) the lithium deposition and (ii) some safety problems.

It is interesting to note that the synthesis of silicon nanowires further anchored to the substrate acting as current collector has led to achieving a charge capacity of 3000 mAh/g. Electrochemical capacitors (ECs), also named supercapacitors and ultracapacitors, have also been found to be quite useful for storing electrical energy, like batteries, by using a different mechanism.

Nanotechnology has provided great improvement potential for the development of both, conventional energy sources and renewable energy sources. Interestingly, the breakthroughs in nanotechnology have opened up the possibility of exploring novel approaches different from the current alternatives for energy supply, by introducing technologies which are more efficient, inexpensive, and environmentally sound. It is now being increasingly established that nanotechnologies provide the potential for enhancing the energy efficiency, related to all branches of industry. Also for assisting in reducing the economic leverage for the renewable energy production, by employing new technological solutions and optimized production technologies. It has been expected that nanotechnology

## I. INTRODUCCIÓN

In spite of the research and development of the new renewable sources of energy [1, 2, 3, 4], it is felt that these efforts are to be augmented by the development of renewable energy technologies [5, 6, 6 8, 9], due to serious problems related with the production and use of energy. The recently growing nanotechnologies are being exploited to solve this problem. Many important applications of nanotechnology in renewable energy systems, dealing with theoretical and experimental investigations in solar, hydrogen, wind, biomass, geothermal and tidal energies have already been reported. Really, the role of nanotechnology in serving as bridge to link with all kinds of available renewable energies for enhancing their efficiency has been very useful.

### A Effective approaches of nanostructurization

Nanostructuration has found tremendous utility and many applications in various types of devices, e.g. nanostructuration of the anode for rechargeable lithium batteries with storage capacities of 340 mAh/g. It has been done to improve their efficiency, by substituting  $\text{LiC}_6$  electrode, by graphite nanoparticles and carbon nanotubes, and even further replacing them by nanosized metal oxides  
*Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, No. 3, Sept. 2015*

innovations would have a strong impact on all parts of the value-added chain in the energy sector.

Nanotechnology has the possibility of providing cheap and clean energy by its strategic applications. Its combination with energy has already started to change the method of energy generation, storage, transmission, distribution, and management. One of the steps in this direction is that, of the coating of the nano-coated, wear resistant drill probes, which allows the optimization of the lifespan and the efficiency of systems for the development of oil and natural gas deposits or geothermal energy, and thereby reducing the costs.

One other interesting component developed is double layer supercapacitor or ultracapacitor, that can be used for storing the power generated by solar panels and the wind farms, because both –the solar energy and wind energy– are intermittent. These can even be used to recover energy *e.g.* the energy when the elevator is lowered. Also, fibers of carbon nanotubes are increasingly being used as replacement for the conventional wiring, as they have many advantages, like being lighter, stronger, thinner, and having increased corrosion resistance.

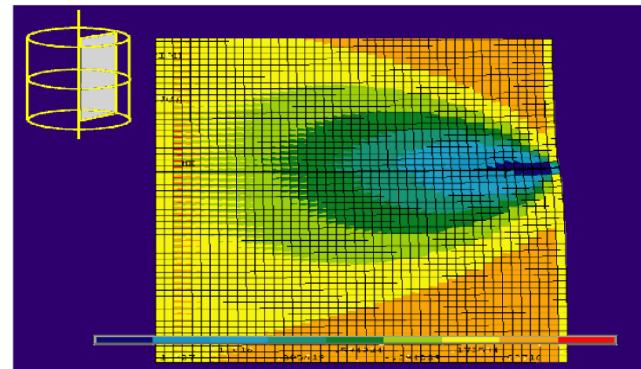
High –duty nanomaterials provide lighter and more rugged rotor blades of wind and tidepower plants as well as wear and corrosion protection layers for mechanically stressed components like– ball bearings and gear boxes.

Nanotechnologies can also contribute to the optimization of the layer design and the morphology of organic semiconductor mixtures in the component structures; *e.g.* the utilization of nanostructures –like quantum dots and wires–, can enhance the solar cell efficiencies by ~ 60%.

Nanotechnological approach of quantum caged atoms (QCAs) can be really useful for achieving a strong reduction of energy consumption for illumination, and thereby increasing considerably the electrical energy conversion into light by the light bulbs, from 5% in the normal systems.

Many nanomaterials, based on nanoporous metal-organic compounds have the development potential, and are less expensive for use in case of the operation of fuel cells in portable electronic devices. In addition, the reduction of fuel consumption in automobiles through lightweight construction materials on the basis of nanocomposites, leads to the optimization in fuel combustion through wear-resistant, lighter engine components and nanoparticulate fuel additives, or even nanoparticles for optimized tyres having lower rolling resistance are some of the examples of nanotechnology development.

Ertekin *et al.* [11] have shown that nanowire heterostructures, due to their unique boundary conditions, may exhibit defect-free interfaces even for systems with large lattice mismatch, because the nanowire heterostructures are more effective at relieving mismatch strain coherently. Ertekin *et al.* [11] have shown that the nanowire geometry should allow the integration of disparate class of materials, that cannot be realized in planar systems at equilibrium. Strain relaxation is very useful in improving the efficiency of many devices. Strain relaxation in nanowire heterostructures –as reported in the literature [11] – has been illustrated below:



**FIGURE 1.** Strain relaxation in nanowire heterostructures. Figure courtesy (Ertekin et al., JAP,2005).

The contours in the Figure 1 show the manner in which strain is relaxed in the nanowire heterostructures.

Nanocomposite coatings are also given for producing the protective coatings designed to enhance wear and abrasion resistance, UV-protection and other functional properties. In addition, the Cerium oxide nanopowder is used in the engines for reducing the carbon soot emission, without affecting the engine durability. And thus, improves the fuel economy by promoting more complete combustion inside the combustion chamber, through providing extra reactive oxygen through its catalytic activities; which lower the carbon burning temperature significantly at which carbon deposit in the engine is burnt off, providing clean environment for the combustion system to improve efficiency.

Successful efforts have also been made on developing more efficient devices for LED-based lighting, thermoelectric refrigeration, thermoelectric and thermo photovoltaic conversion of waste heat, and photovoltaic conversion of solar energy and production of hydrogen.

In thermoelectrics, many breakthroughs have been achieved:

- (i) Thermoelectric primer,
- (ii) Progress in  $ZT$  (thermoelectric power is related to its dimensionless figure of merit  $ZT$ ) enhancement by nanostructuring (MBE and bulk),
- (iii) A scalable approach with nanoscale control: electro deposition into porous templates,
- (iv) Mitigating parasitics –removing/replacing the template, and scaling to thicknesses > 100 nm, and
- (v) TE element fabrication from nanoscale materials.

Many novel applications of thermoelectrics are as:

- Radioisotope TE generators powering deep space probes,
- Automotive seat coolers/heaters,
- Temperature stabilizers for laser diodes used in fiber optic communications systems, and
- Remote power generators in harsh environments.
- Bell [12] has provided good report on the use of thermoelectric systems for cooling, heating, generating power, and recovering waste heat.

## II MATHEMATICAL OPTIMIZATION OF THE THERMOELECTRIC POWER

It is important to note that, the materials with  $ZT = (2 - 3)$ ; and the Systems with  $ZT = (1.5 - 2)$ , are now available, and have been used for various applications:

- (i) Exhaust waste heat recovery for gasoline and diesel engines to improve mileage by 10%,
- (ii) Cogenerators for 5-20 kW diesel generators, improving system efficiency by 5-10%,
- (iii) Split-spectrum solar generators (PV + TE),
- (iv) Industrial waste heat recovery in metal, glass and cement processing,
- (v) Flex fuel powered small engines,
- (vi) Microprocessor cooling, and
- (vii) Greenhouse-gas-free HVAC for vehicles and residences.

The thermoelectric power is studied in terms of the Wiedemann-Franz law, which states that the ratio of the electronic contribution of the thermal conductivity ( $\kappa$ ) to the electrical conductivity ( $\sigma$ ) of a metal is proportional to the temperature ( $T$ ); and is given by:

$$\frac{\kappa}{\sigma} = LT, \quad (1)$$

where  $L$ , is the proportionality constant, called as the Lorenz number, given by:

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{\kappa_B}{e} \right)^2 = 2.44 \times 10^{-8} W\Omega K^{-2}. \quad (2)$$

This empirical law is called Wiedemann-Franz. It is well established that that  $(\frac{\kappa}{\sigma})$  has approximately the same value for different metals at the same temperature. Also, the relationship of the proportionality of  $(\frac{\kappa}{\sigma})$  with temperature is given by:

$$ZT = \left\{ \frac{S^2 \sigma}{\kappa} \right\} T, \quad (3)$$

Where:

$$\kappa = (\kappa_e + \kappa_{ph}) = \{(L_{os} T) + \kappa_{ph}\}. \quad (4)$$

$ZT$  is the dimensionless figure of merit to describe the ability of a given material, to efficiently produce thermoelectric power.  $\kappa_e$  and  $\kappa_{ph}$  are respectively, the values of  $\kappa$  corresponding to electric and photoelectric effect.  $L_{os}$  is the Lorenz number for the oscillator (the Lorenz oscillator is a 3D dynamical system exhibiting chaotic flow, noted for its lemniscate shape).  $S$  is the

Seebeck coefficient, and  $(\sigma S^2)$  is defined as the power factor. The equation (3) can be modified as:

$$ZT = \left[ \frac{S^2}{\{ L_{os} + \frac{\kappa_{ph}}{(\sigma T)} \}} \right]. \quad (5)$$

It is important to note that the materials with high power factor are able to generate more energy in a space-constrained application, though they are necessarily not efficient.

Thus, we note that for increasing the value of  $ZT$ , we have to (i) increase  $S$ , (ii) decrease  $L_{os}$ , and (iii) vary  $\kappa_{ph}$ ,

$\sigma$ , and  $T$  in such a manner that  $\{\frac{\kappa_{ph}}{(\sigma T)}\}$  decreases. This

requires a lot of designing combined with the experience of the designer, which has now been made possible by nanotechnology.

The efficiency of a thermoelectric device for electricity generation is given by:  $\eta = \frac{E_{pl}}{HE_{hj}}$ , where  $E_{pl}$ , is the energy

provided to the load, and  $HE_{hj}$  is the heat energy absorbed at the hot junction. The maximum efficiency of the thermoelectric device is given by:

$$\eta_{max} = \left\{ \frac{(T_H - T_C)}{T_C} \right\} \cdot \left[ \frac{\frac{1}{(1 + ZT_{av})^2} - 1}{\frac{1}{(1 + ZT_{av})^2} + \frac{T_C}{T_H}} \right]. \quad (6)$$

Where  $T_H$  is the temperature at the hot junction,  $T_C$  is the temperature at the surface being cooled, and  $ZT_{av}$  is the modified dimensionless figure of merit, on the basis of the thermoelectric capacity of both, thermoelectric materials being used in the device, and also the geometrical optimization. Nanotechnology has been helping in increasing the efficiency of light conversion by using nanostructures with a continuum of bandgaps, which has led to successful efforts in increasing the efficiency of energy production in the solar cells and the internal combustion engines. Nanofabrication, used for making devices smaller than 100 nanometers, is the process useful for the development of new ways for capturing, storing, and transferring energy; because of the inherent level of control, and hence it is hoped that nanotechnology has the capacity and potential of solving many problems in enhancing the efficiency of the renewable sources of energy.

Snyder and Toberer [13] have achieved some good values of  $ZT$  for different materials. They have emphasized that the thermoelectric materials, which can generate electricity from waste heat or can be used as solid-state

Peltier coolers, are able to play an important role in a global sustainable energy solution.

Because of the modern synthesis and characterization techniques –particularly for nanoscale materials–, many new complex thermoelectric materials are being developed.

Snyder and Toberer [13] have reviewed some important advances in the field, highlighting the strategies used to improve the thermo power and reduce the thermal conductivity. Some of the values for n-type  $ZT$  and p-type  $ZT$ , and their dependence on temperature from 0°C to 1000°C, as reported in literature, have been reproduced below:

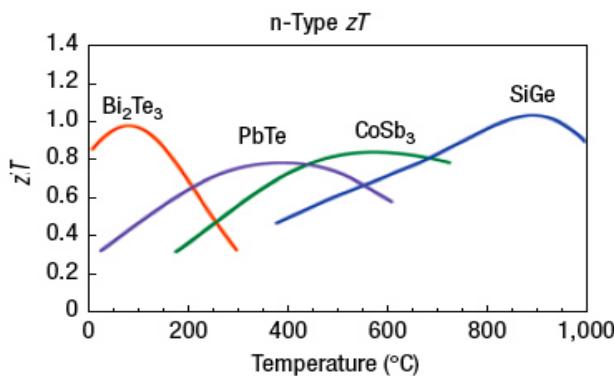


FIGURE 2. State-of-the-art commercial and NASA Thermoelectric materials (a) n-type  $ZT$ .

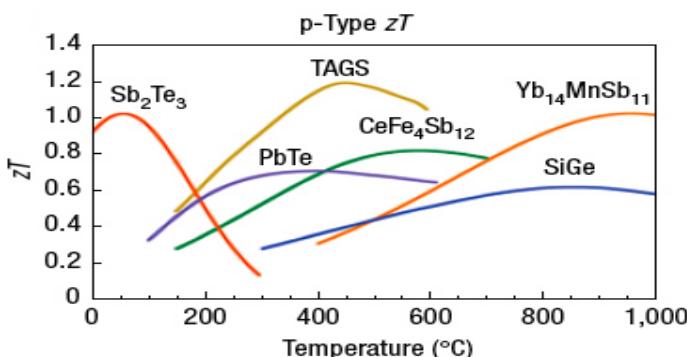


FIGURE 3. State-of-the-art commercial and NASA Thermoelectric materials (b) p-type  $ZT$ . Figure courtesy Snyder, G. J. and Toberer, E. S., Nat. Mater 7, 105 (2008).

An interesting feature –common to all the materials for both n-type and p-type–, is that the curves have a peak  $ZT$  value, though at different temperatures. So, the designers of the nanodevices have to take this factor into consideration, and choose the material most suitable for the required temperature range. It has been established that for the lower temperature range  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  and  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$  are respectively the most suitable for n-type materials and p-type materials, and

the corresponding materials for the higher temperature range are  $\text{SiGe}$  and  $\text{Yb}_{14}\text{MnSb}_{11}$ .

### III CONCLUDING REMARKS

It has been observed that owing to the importance of the renewable energy, after the research efforts on finding the novel unconventional sources of renewable energy, scientists and researchers have concentrated their efforts on using the nanotechnology for increasing the efficiency of the devices generating power, especially thermoelectric devices.

Chopra [14] has given an overview of Biophotonics and Optofluidics Technology for improving the efficiency of some renewable sources of energy. Recently, was held a Workshop on Nanotechnologies for Thermal and Solar Energy Conversion and Storage [10]. There, Baxter *et al.* [6] have presented a very important and exhaustive review of the nanoscale design to enable the revolution in renewable energy.

Chandler [15] has reported that the research investments and growing markets have fueled a huge rise in new patents.

A new Conference [16] on Bioenvironment, Biodiversity and Renewable Energies BIONATURE 2015, is going to be held, which will focus on:

- Renewable and Sustainable Energies, in which the emphasis will be on replacing the classical energy, with alternative renewable energy (green energy), such as bioenergy, aeolian energy or solar energy, increasing of self-sufficiency rate of energy, and promoting use of clean energy, and that way, reducing the polluting emissions to the air; and
- Bioenvironment (climate, global warming, hydrology, wind science, pollution, economics). In view of these studies, it is clear that the subject of the use and applications of nanotechnology in renewable sources of energy is on a firm footing, and growing rapidly.

### ACKNOWLEDGEMENTS

The author is grateful to the Dr. Nand Kishore Garg, Chairman, Maharaja Agrasen Institute of Technology, GGSIP University, in Delhi, for providing the facilities for carrying out this research work, and also for his moral support.

The author is thankful to Dr. M. L. Goyal, Director, for encouragement.

Thanks are due to Dr. V. K. Jain, Deputy Director, for his support during the course of the work.

Thanks are also due to the listed agencies for providing the images.

The author is thankful to Prof. V. K. Tripathi, Department of Physics, Indian Institute of Technology, Delhi for many useful discussions and suggestions, resulting in considerable improvement in the quality and presentation of the paper. Thanks are due to the listed agencies for providing the images.

## REFERENCES

- Technical analysis of the optimization of the thermoelectric renewable sources...*
- [1] Chopra, K. N., *Solar energy collectors for harnessing solar energy. A Review*, Atti Fond G. Ronchi **68**, 107-118 (2013).
- [2] Chopra, K. N., *A short note on the hydro power and optimization of the power output of the hydro turbines*, Inv. J. Renewable Energy **3**, 1-8 (2013).
- [3] Chopra, K. N., *A note on comparison of the utility of various forms of renewable energy on basis of the technical data*, Atti Fond G. Ronchi, **68**, 825-836 (2013).
- [4] Chopra, K. N., *Ocean Energy Thermal Conversion (OTEC) and its mathematical modeling. A Short Technical Note*, Inv. J. Renewable Energy **3**, 1-8 (2013).
- [5] *Workshop on Nanotechnologies for Thermal and Solar Energy Conversion and Storage*, Jacksonville, USA, 10-11 August (2008).
- [6] Baxter J., Bian Z., Chen G., Danielson D., Dresselhaus M.S., Fedorov A.G., Fisher T.S., Jones C.W., Maginn E., Kortshagen U., Manthiram A., Nozik A., Rolison D.R., Sands T., Shi L., Sholl D. and Wu Y., *Nanoscale design to enable the revolution in renewable energy*, Energy and Environmental Science **2**, 559-588 (2009).
- [7] Serrano E., Rus Guillermo and García-Martínez Javier, *Nanotechnology for sustainable energy*, Renewable and Sustainable Energy Reviews **13**, 2373-2384 (2009).
- [8] Chopra, K. N., *An overview of optofluidics technology as the novel approach for renewable energy*, Inv. J. Renewable Energy **4**, 140-148 (2014).
- [9] Chopra, K. N., *An overview of novel sources of renewable energy with special emphasis on waste-to-energy conversion and the compressed air production using vehicle suspension*, Inv. J. Renewable Energy **4**, 101-106 (2014).
- [10] Chopra, K. N., *A short note on the mathematical modeling and analysis for carbon nanotubes*, Atti Fond G. Ronchi **69**, 1-11 (2014).
- [11] Ertekin, E., Greaney, P. A., Chrzan, D. C. and Sands, T. D., *Equilibrium limits of coherency in strained nanowire heterostructures*, J. Appl. Phys. **97**, 114325 (2005).
- [12] Bell, L., *Cooling, heating, generating power, and recovering waste heat with thermoelectric systems*, Science **321**, 1457 (2008).
- [13] Snyder, G. J. and Toberer, E. S., *Complex thermoelectric materials*, Nat. Mater. **7**, 105 (2008).
- [14] Chopra, K. N., *Biophotonics and optofluidics technology. Technical analysis and qualitative review of the novel applications*, Lat Am J. Phys. Edu. (communicated).
- [15] Chandler, D. L., *Innovation in renewable-energy technologies is booming*, MIT News Office, 10 October (2013).
- [16] *The Sixth International Conference on Bioenvironment, Biodiversity and Renewable Energies BIONATURE 2015*, 24-29 May 2015, Rome, Italy.

# Ley de Ohm con Aprendizaje Activo de la Física en la Ciudad de México para vocacional



César Mora, Rubén Sánchez-Sánchez, Isaias Miranda Viramontes

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Unidad Legaria. Calzada Legaria #694. Colonia: Irrigación. Delegación: Miguel Hidalgo. C.P. 11,500. México, D.F. Tel. 011(52)(55)57296000. Extensiones. 67737 y 67702.

E-mail: cmoral@ipn.mx

(Recibido el 10 de enero de 2015; aceptado el 18 de febrero de 2015)

## Resumen

En el presente trabajo se muestra la segunda parte de un esfuerzo por llevar a cabo la aplicación de un método de Aprendizaje Activo para los estudiantes de nivel Medio Superior, del Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyT) no. 13 *Ricardo Flores Magón*, del Instituto Politécnico Nacional, en la Ciudad de México. Se muestran las ganancias promedio normalizadas de Hake, que dan un testimonio de la importancia de emplear metodologías de enseñanza activas en un grupo escolar, para la formación de futuros físicos o ingenieros en México.

**Palabras clave:** Ley de Ohm, Metodologías Activas de Enseñanza, Aprendizaje Activo de la Física.

## Abstract

In this paper is shown the second part of the effort by carrying out the implementation of an active learning method for students of College level of CECyT 13 (in English: Centre of Science and Technology Studies) *Ricardo Flores Magón*, of IPN (in English: National Polytechnic Institute), in Ciudad de México. We show also the standardized average earnings of Hake, giving a testimony of the importance of using active teaching methodologies in a school group, for the formation of future physicists and engineers in México.

**Keywords:** Ohm's Law, Active Teaching Methodologies, Active Learning Physics.

**PACS:** 01.40.-d, 01.50.H-, 01.50.hv, 01.50.-i, 01.50.ht

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

En esta segunda parte se aprecian los resultados de llevar metodologías activas de enseñanza [1, 2, 3, 4, 5, 6, y 8], a estudiantes del nivel Medio Superior, en una escuela del Instituto Politécnico Nacional (IPN), en la Ciudad de México, concretamente en el Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyT) no. 13, *Ricardo Flores Magón*, en el año de 2014. El tema que los estudiantes tenían que aprender era el de la *Ley de Ohm*. Las edades de los estudiantes en promedio variaban entre los 14 y los 17 años de edad, que es la edad promedio en México para estudiantes de vocacionales del Politécnico. Aquí, se resumen los resultados obtenidos durante la aplicación del Aprendizaje Activo de la Física (AAF), para un curso de formación en Física del tronco común, en esa escuela.

Las metodologías activas han tenido un buen impacto en países de primer mundo como Estados Unidos, sin embargo, todavía no se han obtenido suficientes resultados en países que son emergentes, como México.

Esperamos que aunque hay mucho trabajo por realizar en esta área de investigación, los resultados aquí mostrados sirvan como un referente y un antecedente de lo que ha sido la práctica del Aprendizaje Activo de la Física, en un país latinoamericano que tiene bajos recursos económicos (como

para dotar de laboratorios de Física, con todo el equipo adecuado para un curso de este nivel), como lo es México. Estos resultados vienen a completar los primeros mostrados en un artículo anterior, y son pruebas del coeficiente de ganancia promedio efectiva o normalizada de Hake [9].

## II. TIPO DE TEST

El test aplicado, fue diseñado por el investigador en educación, Lino Velázquez [10], y será publicado en su tesis doctoral (próxima a publicarse en el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, del Instituto Politécnico Nacional. Unidad Legaria). Está inspirado en otros tipos de test: el mundialmente conocido *BEMA* (Brief Electricity and Magnetism Assessment) [11], y en el *ECCE* (Electric Circuits Concept Evaluation) [12].

Aunque en sí, el presente test es diferente, y se usó para probar los conocimientos adquiridos por los estudiantes, sobre la Ley de Ohm.

Por lo tanto, aunque el test no ha sido formalmente validado, sigue –con buenas intenciones– aproximadamente este tipo de esquemas. ESTE es de opción múltiple, cuenta con 18 preguntas cuidadosamente seleccionadas, y cada pregunta va enfocada a que el estudiante pueda expresar su

César Mora, Rubén Sánchez-Sánchez e Isaías Miranda Viramontes conocimiento adquirido (durante la práctica de laboratorio y en el salón de clases) en el tema de la Ley de Ohm.

Como ya se había mencionado en la primera parte de este trabajo, primero se efectúa un examen de diagnóstico, para que el profesor tenga una idea acerca del nivel de conocimientos previos, que los estudiantes tienen en este tema en particular. A esta fase de la aplicación del test a los estudiantes, se le conoce como *pretest*.

Posteriormente viene la etapa de la enseñanza por parte del docente sobre este tema; seguido por la aplicación del mismo test de prueba, con el objeto de medir la ganancia de conocimiento efectiva promedio del grupo. A esta última etapa de la prueba se le conoce como *posttest*. De esta forma podemos darnos cuenta del avance que tienen los estudiantes en el tema, y de si ellos desarrollan o adquieren el conocimiento que necesitan en su formación, así como la habilidad de poder observar y medir datos experimentales en el laboratorio de Física, concernientes a este tema de estudio.

### III. DATOS RECOLECTADOS

Durante la práctica educativa, se trabajó con dos grupos (diferentes a los ya reportados en la primera parte de este trabajo). Uno de control, donde se les dio la clase de Física en la forma tradicional; y otro grupo de prueba o experimental, donde la clase tradicional fue reemplazada por una clase demostrativa interactiva (CDI), según el sentido, la forma, la intención, y los pasos seguidos por otros investigadores en Estados Unidos, como lo son, por ejemplo, Sokoloff *et al.* [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8] (mencionados anteriormente).

La intención aquí es reproducir resultados análogos, pero realizando este tipo de pruebas en un ambiente educativo, que cuenta con menos recursos materiales y económicos que los encontrados en escuelas de Estados Unidos.

**TABLA I.** Resultados del pretest para el grupo experimental 4IV4.

Pretest	
Grupo 4IV4 (Experimental) de 37 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	6
2	6
3	7
4	12
5	10
6	10
7	8
8	5
9	7
10	18
11	13
12	5
13	5
14	10
15	11
16	10
17	10
18	11

En la Tabla I se muestran los datos más relevantes para el grupo experimental (4IV4), en la fase del pretest; datos que nos sirven para estimar la ganancia promedio normalizada de Hake, de un total de estudiantes de 37. Los datos contabilizan el número de estudiantes que responden correctamente el test

Asimismo, la Tabla II muestra –en forma resumida– cual fue el aprovechamiento del grupo experimental clasificado como grupo 4IV4 (del CECyT no. 13 del IPN, en la Ciudad de México, durante el año de 2014). El grupo contaba con un total de 35 estudiantes. La fase de prueba para la Tabla II corresponde al pretest.

**TABLA II.** Resultados del postest para el grupo experimental 4IV4.

Postest	
Grupo 4IV4 (Experimental) de 37 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	21
2	22
3	22
4	22
5	22
6	19
7	21
8	20
9	21
10	25
11	21
12	23
13	22
14	22
15	21
16	24
17	20
18	24

Para las Tablas III y IV se registran los resultados obtenidos en la fases del pretest y postest respectivamente, para el grupo de control clasificado como grupo 4IV8 (del CECyT no. 13 del IPN).

Hay que recordar que el dato mostrado en las tablas es el número de estudiantes de cada grupo que han contestado bien el test, y tomar en cuenta que el número total de estudiantes del grupo de control (4IV8) es de 35.

Los datos son recolectados con la intención de medir la ganancia media normalizada de Hake. Además, de tener un referente de cómo afecta el uso de metodologías activas en la enseñanza de la Ley de Ohm, para estudiantes jóvenes del nivel de estudios de una Vocacional o CECyT del IPN; es decir, con nivel de estudios correspondientes a la enseñanza Media Superior de México.

**TABLA III.** Resultados del pretest para el grupo de control 4IV8.

Pretest	
Grupo 4IV8 (Control) de 35 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	7

2	4
3	9
4	9
5	8
6	11
7	7
8	3
9	7
10	11
11	11
12	5
13	5
14	5
15	12
16	12
17	6
18	11

**TABLA IV.** Resultados del postest para el grupo de control 4IV8.

Postest	
Grupo 4IV8 (Control) de 35 estudiantes	
Pregunta	Estudiantes que contestaron bien
1	13
2	10
3	14
4	17
5	16
6	19
7	16
8	10
9	15
10	15
11	16
12	11
13	13
14	13
15	20
16	18
17	13
18	16

En la siguiente sección, calcularemos la ganancia promedio normalizada de Hake [9] para ambos grupos, y haremos una comparación correspondiente a este caso, de la metodología activa de enseñanza, con respecto a la enseñanza tradicional, que se ha llevado por décadas en dicha escuela (CECyT no. 13).

## IV. RESULTADOS

Vamos a utilizar la fórmula de Hake:

$$\langle g \rangle = \langle G \rangle / \langle G \rangle_{\max} = (\langle S_f \rangle - \langle S_i \rangle) / (100 - \langle S_i \rangle),$$

para calcular la ganancia promedio normalizada, de estos dos grupos. Primero, para el grupo experimental obtenemos las cantidades siguientes:

Enseñando la Ley de Ohm usando Aprendizaje Activo de la Física...

$$\% \langle S_f \rangle_{\exp} = ((392 \times 100) / (37 \times 18)) \% = 58.86\%,$$

$$\% \langle S_i \rangle_{\exp} = ((164 \times 100) / (37 \times 18)) \% = 24.62\%,$$

que representan los promedios final (post) e inicial (pre) de la clase, respectivamente. Donde los números 392 y 164, se obtienen al sumar la lista de números de la segunda columna de cada una de las Tablas I y II, y representan el puntaje obtenido por el grupo experimental en esas fases de evaluación (posttest y pretest, respectivamente).

El número 37 es el total de estudiantes en este grupo, y 18 el número de preguntas del test; de manera que  $37 \times 18$  representa el número máximo, o puntaje máximo que puede adquirir el grupo para el test que se aplicó, ya sea en su fase de pretest o posttest. De esta forma, obtenemos que para el grupo experimental, la ganancia promedio y la ganancia promedio máxima son, respectivamente:

$$\% \langle G \rangle_{\exp} = (58.86 - 24.62) \% = 34.24\%,$$

$$\% \langle G \rangle_{\max-exp} = (100 - 24.62) \% = 75.38\%.$$

Por lo que, la ganancia promedio normalizada para este grupo experimental resultó ser de:

$$\langle g \rangle_{\exp} = 34.24 / 75.38 = 0.45,$$

que corresponde a una ganancia *g-media*, de acuerdo a la clasificación de ganancias de Hake [9].

En forma similar, calculamos las cantidades correspondientes del grupo de control, luego el aprovechamiento en el test final e inicial viene a ser estimado según las siguientes dos cantidades (nótese que aquí, el número de estudiantes es de 35):

$$\% \langle S_f \rangle_{\con} = ((265 \times 100) / (35 \times 18)) \% = 42.06\%,$$

$$\% \langle S_i \rangle_{\con} = ((143 \times 100) / (35 \times 18)) \% = 22.70\%.$$

De esta forma, la ganancia promedio y ganancia promedio máxima para el grupo de control será respectivamente de:

$$\% \langle G \rangle_{\con} = (42.06 - 22.70) \% = 19.36\%,$$

$$\% \langle G \rangle_{\max-con} = (100 - 22.70) \% = 77.30\%,$$

$$\langle g \rangle_{\con} = 19.36 / 77.30 = 0.25,$$

que corresponde a una ganancia *g-baja* para el grupo de control. Por lo que desde aquí, ya podemos ver cuál es el impacto de utilizar metodologías activas en esta escuela politécnica de la Ciudad de México.

## V. CONCLUSIONES

En los resultados reportados en el artículo anterior se reflejó la importancia de utilizar metodologías activas a la hora de dar un tema de Física, como lo es la fundamental Ley de

Ohm, de los circuitos eléctricos. Aunque en el grupo experimental no obtuvimos una ganancia de Hake alta, sí se ha evidenciado por este trabajo, que la aplicación de estas metodologías beneficia al aprendizaje promedio del estudiante, al exigirle que se haga más participativo en la clase, convirtiéndolo en lo que se ha conocido como un *estudiante activo*.

El estudiante pasivo, por el contrario, participa menos en la clase y se limita más a sólo escuchar y a tomar notas que le va dando el profesor.

Tomando en cuenta que el desarrollo de la misma ciencia ha sido posible gracias a la participación activa de muchos investigadores del pasado, podemos decir que un comportamiento similar se puede dar en los salones de clase, donde la gente que participa más es la que mejora su propio aprendizaje. No obstante, la participación del docente es esencial en estas metodologías, pues es él quien promueve y guía a los estudiantes en los pasos que se deben de seguir durante las actividades que conllevan la aplicación de una metodología de estudio activa.

Como este trabajo fue hecho en la Ciudad de México, donde los recursos que tienen las escuelas para dotar a sus laboratorios con el material adecuado, son generalmente muy bajos o escasos, podemos decir que no obstante, si se tiene la determinación, el tiempo y un material escaso, pero mínimo de laboratorio, se puede lograr que los estudiantes aprovechen mejor sus clases, si el profesor emplea una metodología activa de enseñanza.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente artículo de investigación educativa, quieren expresar su agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico recibido durante la realización del trabajo.

Asimismo agradecen el apoyo económico de la COFAA, del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

Y al apoyo económico recibido por la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN número 20151223, que lleva por título *Aprendizaje Activo de la Física para la Ley de Ohm*.

El apoyo de las anteriores dependencias e instituciones fue indispensable para la realización y redacción de este trabajo.

También los autores quieren expresar su agradecimiento a Lino Jesús Velázquez Arteaga, por sus observaciones en las ganancias de Hake, la recolección de datos, y su participación en la aplicación del Aprendizaje Activo de la

Física en sus grupos del CECyT no. 13 durante el año escolar de 2014.

## REFERENCIAS

- [1] Laws, P. W., *Workshop Physics, activity guide. Module 2: Mechanics II*, En: *The Physics suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [2] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *Real time Physics, learning laboratories. Module 1: Mechanics*, En: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [3] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *Real Time Physics, Active Learning laboratories. Module 3: Electric Circuits*, In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [4] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., Laws, P. W., *Real Time Physics, Active Learning Laboratories. Module 4: Light and Optics*, In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2004).
- [5] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools*, Am. J. Phys. **58**, 858-867 (1990).
- [6] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Using interactive lecture demonstrations to create an Active Learning Environment*, The Physics Teacher **35**, 340-347 (1997).
- [7] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Assessing student learning of Newton's laws: The force and motion conceptual evaluation of active laboratory and lecture curricula*, Am. J. Phys. **66**, 338-352 (1998).
- [8] Sokoloff, D. R., Thornton, R. K., *Interactive lecture demonstrations, active learning in introductory Physics*. In: *The Physics Suite*, (John Wiley & Sons, Hoboken, 2006).
- [9] Hake, R. R., *Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses*, Am. J. Phys. **66**, 64-74 (1998).
- [10] Velázquez-Arteaga, L. J., *Tesis doctoral en Física Educativa*, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, Distrito Federal.
- [11] *Brief Electricity and Magnetism Assessment (BEMA)* Disponible en: <http://www.compadre.org/per/items/detail.cfm?ID=3775>. Consultado: 6 de noviembre de 2014.
- [12] *Electric Circuits Concept Evaluation (ECCE)*. Disponible en: <http://www2.ph.ed.ac.uk/AardvarkDeployments/Public/60100/views/files/ConceptualTests/Deployments/ConceptualTests/deploymentframeset.html>. Consultado: 7 de noviembre de 2014.

# El análisis de video como alternativa para la integración de teoría y práctica en los cursos introductorios de Física



Luis Navarrete Navarrete, Jaime F. Almaguer Medina, Felipe Navarrete

Navarrete y Mario Flores Pérez

Departamento de Física, Universidad de Guadalajara, Av. Revolución 1500, 44430  
Guadalajara Jalisco, México.

E-mail: luis.33navar@gmail.com

(Recibido el 14 de diciembre de 2014, aceptado el 23 de julio de 2015)

## Resumen

El análisis de video es una técnica que permite –mediante un programa computacional–, obtener los datos de posición y tiempo de un objeto en movimiento, a partir de un archivo de video digital. El programa permite trazar gráficas de posición-tiempo, así como de otros parámetros obtenidos en términos de estos (y de la masa del objeto), tales como velocidad, aceleración, cantidad de movimiento, energía cinética, etc. Describimos nuestra experiencia y resultados al evaluar el aprovechamiento de los alumnos, al utilizar el Test of Understanding Graphs –Kinematics (TUG-K), después de utilizar los recursos que desarrollamos –utilizando esta técnica– en el contexto de un curso de laboratorio de mecánica, para estudiantes que inician carreras de ingeniería en la Universidad de Guadalajara. Además, puesto que algunas versiones de prueba de los programas que permiten aplicar esta técnica están disponibles en la web, mostramos (brevemente) cómo utilizar uno de ellos, para analizar el movimiento a partir de videos disponibles en la red. También de videos que pueden realizarse a partir de experiencias en el laboratorio de física, en el hogar, en instalaciones deportivas, etc. Finalmente, argumentamos en favor de la utilización de esta técnica para desarrollar materiales educativos para cursos introductorios de física (cinemática, dinámica, electrostática, etc.), tanto para el aula, tareas y proyectos a realizar por los estudiantes.

**Palabras clave:** Análisis de video, Enseñanza de la física, TUG-K, Ciencias físicas.

## Abstract

Video analysis is a technique that allows –through a computer program– get the position and time data of an object in motion from a digital video file. The program draws graphs of position-time, as well as other parameters obtained in terms of these (and the mass of the object), such as velocity, acceleration, momentum, kinetic energy, etc. In brief, we describe our experience and results, when evaluating student achievement using the Test of Understanding Graphs–Kinematics (TUG-K), after using the resources that we have developed –using this technique– in the context of a course of mechanical laboratory for students who start engineering at the University of Guadalajara. Also, since some versions of test of them programs that allow apply this technical, are available in the web, we show (briefly) how use one of them to analyze the movement starting from videos available in the network. Also of videos that can make is starting from experiences in the laboratory of physical, in the home, in facilities sports, etc. Finally, argue in favor of the use of this technique to develop educational materials for introductory physics courses (kinematics, dynamics, electrostatics, etc.), both for the classroom, home works and projects to be carried out by the students.

**Keywords:** Video analysis, Teaching physics, TUG-K, Physical sciences.

**PACS:** 01.50.Pa, 01.40.Fk, 01.50.hv, 01.50.F-

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

El análisis de video (AV) y la simulación son herramientas que se han fortalecido gracias al desarrollo e incorporación de microprocesadores en productos que, cada vez se vuelven más comunes en nuestra vida cotidiana, tales como los computadores y las cámaras fotográficas digitales (capaces de capturar pequeñas secuencias de video). Pero ha sido el trabajo de matemáticos, programadores, y especialistas en diversos campos de la educación, lo que ha transformado a tales herramientas en instrumentos maravillosos para el

trabajo, en contextos tales como las aulas y laboratorios de ciencia, y más concretamente, en los laboratorios de física.

En el laboratorio docente de física del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), de la Universidad de Guadalajara, se ha estado trabajando desde hace casi dos décadas con interfaces y software para la toma automática y análisis de datos. Sin embargo, como expresa Redish [1]: “el software de adquisición de datos parece diseñado para reemplazar al estudiante en el laboratorio y convertirlo (al laboratorio) en un lugar para recoger datos en vez de en un entorno de enseñanza”. Ya que, aunque estas

herramientas permiten realizar una gran variedad de actividades con precisión y rapidez, requieren un conocimiento previo de los conceptos fundamentales de mecánica y entrenamiento en el uso de los equipos.

Puesto que –en el caso del CUCEI– para los cursos de laboratorio de física se dispone de únicamente de dos horas a la semana, esto constituye un problema, ya que es difícil convencer a los estudiantes de que lean los manuales de los equipos –lo cual, por sí mismo, carece de sentido–.

Para remediar esta situación, se propuso una serie de *tareas basadas en simulaciones*, dónde se induce a que los alumnos tomen datos a partir de simulaciones desarrolladas utilizando el programa Easy Java Simulations, y utilicen el programa Logger Pro para analizarlos. La propuesta incluye además: relacionar el trabajo experimental con los conceptos fundamentales estudiados en mecánica, de manera más amplia y profunda que la abordada en los cursos tradicionales de laboratorio.

Aunque se han conseguido algunos avances mediante la utilización de simulaciones, estas no dejan de ser “ejemplos idealizados”. Han jugado –indudablemente– un importante papel tanto en el cuidado del equipo, como en su manejo apropiado durante la toma de datos “reales”, así como en el uso del software para su análisis. Pero, como lo expresan Moreno y Sastre [2]:

“Si queremos que el aprendizaje escolar cumpla la función de ser utilizado en los contextos en que sea necesario y útil para el individuo, éste debe adquirir no sólo conocimiento determinado, sino la posibilidad de reconstruirlo en contextos diversos.”

En este sentido [3]:

“El análisis de video AV, es una buena opción cuando uno desea analizar un fenómeno “real”. El AV es esencialmente un método para recoger y analizar datos experimentales. De especial atractivo para los estudiantes, es el hecho de que pueden analizar la Física de algo en lo que estén interesados o que ellos mismos realicen, como por ejemplo deportes. El analizar problemas “del mundo real” les ayuda a darse cuenta de que, a menudo, usamos modelos teóricos simples y de que el mundo real es mucho más complejo; después de todo, los objetos en la vida real no son partículas puntuales y no se mueven, habitualmente, con aceleración constante. Comparar predicciones teóricas y resultados experimentales les ayuda a adquirir habilidades analíticas de laboratorio. Además, el AV les permite analizar situaciones que serían de otro modo difíciles de modelar teóricamente. Es posible incluso que los estudiantes desarrollen mejores modelos teóricos basándose en datos experimentales obtenidos mediante el AV.”

Por su parte Brown y Cox [4] describen de la siguiente manera las actividades típicas observadas cuando los alumnos trabajan utilizando el AV:

“En un experimento típico, los estudiantes obtienen un video digital ya sea grabándolo en una cámara o previamente grabado y puesto en una red local, o en Internet; lo abren en un programa de computadora

apropiado y establecen una escala y marco de referencia para los datos de posición. Entonces examinan el video cuadro por cuadro y rastrean objetos de interés utilizando un mouse. Las posiciones correspondientes a cada instante y los datos generados mediante el seguimiento, son analizados a través de graficación, ajuste de curvas... cálculos estadísticos, y la definición de otros parámetros útiles en la descripción del movimiento, tanto de manera directa a partir de la posición, o de sus derivadas.”

Entre las motivaciones que encontramos para elegir como alternativa el AV –además de las anteriores– la principal fue que al programa que usábamos para capturar y analizar datos (Logger Pro) se le agregó la capacidad para analizar video, y de que el resto del equipo consistía en una cámara fotográfica digital (con capacidad de capturar pequeños videos), así como la siguiente afirmación de dos de sus principales promotores Laws y Pfisterm [5]:

“Muchos estudiantes han comentado que aprendieron más de mecánica a partir de sus proyectos, que de otras actividades relacionadas con el curso. Como instructores, sentimos que los proyectos colaborativos basados en el análisis de video son una alternativa educativa motivante y de costo accesible, ante las actividades tradicionales de la física introductoria.”

Una magnífica referencia al trabajo con la versión libre de este programa, es el trabajo de Cervantes, Cisneros, y Vargas [6].

## II. MARCO TEÓRICO

Los recursos que para su desarrollo o uso, se basan o requieren la aplicación de computadoras, reciben el nombre genérico de *recursos multimedia*. Con propósitos de Enseñanza en Física, las simulaciones y el análisis de video comparten su capacidad de presentar al alumno varias formas de *representación* de un fenómeno. En lo que a cinemática y dinámica respecta, el análisis de video es muy parecido a las simulaciones: solo que el primero es más “natural”, en el sentido de que las imágenes que presenta corresponden a objetos reales, aunque también pueden incluirse “animaciones”, es decir, secuencias o fotogramas de dibujos o diagramas simulando movimiento de objetos.

Según Titus [7], el video es (una):

“secuencia de cuadros fotográficos estáticos (fotografías) que cuando son mostrados consecutivamente proporcionan una imagen temporalmente secuenciada de movimiento. La propiedad que distingue al video de la animación, es que este muestra movimientos de objetos reales. Este es pues una imagen secuencialmente temporal de un movimiento real”.

De hecho, cuando observamos una fotografía –de personas por ejemplo–, podemos hacer comparaciones de sus estaturas. Si las personas estuvieran alineadas en dirección perpendicular al observador y conociéramos la estatura de una de ellas, podríamos (suponiendo que la imagen no es

deformada por la lente de la cámara con que se tomó mediante una regla graduada, obtener la estatura de las demás personas.

Si una de las personas se moviera y fuera tomada otra fotografía, conservando la cámara en el mismo lugar y con el mismo enfoque, entonces -si además conociéramos el tiempo que separa una imagen de la otra-, podríamos conocer varios parámetros del movimiento de la persona. Este es el fundamento del análisis de video.

Por ello, se considera que el análisis de video es solamente una técnica, que permite mediante la ayuda de software especializado analizar el movimiento de objetos, personas, etc. y representar dicho movimiento mediante tablas de datos, gráficos, y animaciones, los cuales pueden ser analizados mediante funciones y procesos matemáticos.

### III. METODOLOGÍA

Se elaboró una propuesta (manual) de *actividades basadas en el análisis de video* utilizando el programa Logger Pro.

Aunque el objetivo inicial fue que, en ella solamente se tratara de sustituir a las simulaciones, en la tarea de preparar a los alumnos para la realización de sus prácticas (capacitándolos en el uso del software), la sencillez en su uso y sus amplias posibilidades permitieron considerarlo (al análisis de video) como una herramienta en el laboratorio, complementando la función de las interfaces y sensores en la toma de datos.

El manual de *actividades basadas en análisis de video* se utilizó como guía del curso Laboratorio de Mecánica en varios grupos; tanto durante su desarrollo como en una etapa que podemos considerar avanzada (no final, porque tenemos la intención de mejorarlo).

Para comparar la efectividad del manual (de actividades basadas en análisis de video) con las *tareas basadas en simulaciones*, al ser utilizado por los alumnos en combinación con la realización de las prácticas y las lecciones teóricas del curso, se aplicó a los alumnos que lo utilizaron, el cuestionario estandarizado *Test of Understanding Graphs in Kinematics* (TUG-K), que desarrolló Beichner [8] en la Universidad de Carolina del Norte.

El test es comúnmente utilizado en la enseñanza de la física para probar siete objetivos o dimensiones acerca de la comprensión de las gráficas de movimiento. Consiste en tres reactivos para cada objetivo, completando un cuestionario de 21 reactivos de opción múltiple. La página <https://sites.google.com/site/fsicaeducativa/> incluye una versión en español del TUG-K, en el apartado “Recursos para diagnóstico y evaluación”.

El test fue aplicado al inicio del semestre como pretest (febrero 2014), y al final del mismo como postest (junio de 2014) a 6 grupos del curso Laboratorio de Mecánica de las carreras de Ingeniería Industrial y de Ingeniería Química, ofertadas en el Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI) de la Universidad de Guadalajara.

Además de una comparación directa entre los promedios, se utilizó el instrumento de medición más comúnmente

utilizado en Física Educativa: la ganancia promedio normalizada de Hake ( $g$ ), desarrollado por Richard R. Hake [9] en la Universidad de Indiana. Hake define la “ganancia promedio normalizada”, como el cociente del promedio de la ganancia obtenida, entre la ganancia promedio máxima posible:

$$g = \frac{\% \langle G \rangle}{\% \langle G \rangle_{max}} = \frac{\text{Promedio del postest} - \text{Promedio del pretest}}{100 - \text{Promedio del pretest}}$$

En la relación anterior, los promedios –normalizados a 100– corresponden a las respuestas correctas de los cuestionarios aplicados al grupo. La ganancia normalizada permite comparar el grado de logro de la estrategia o recurso educativo en distintas poblaciones, independientemente del estado inicial de conocimiento. Propone además –con base en los resultados obtenidos en los colegios y universidades americanas– categorizar los resultados de la instrucción en las siguientes tres zonas de ganancia normalizada:

Baja ( $g < 0.3$ ), Media ( $0.3 \leq g < 0.7$ ), Alta ( $g \geq 0.7$ )

#### A. Exposición de la propuesta

En agosto de 2013, iniciaron nuevos planes de estudio para la mayoría de las licenciaturas que oferta el CUCEI –la licenciatura en física lo hizo un semestre antes–, y solamente tres licenciaturas incluyeron en sus currículos el curso de Laboratorio de Mecánica: la licenciatura en Física, la carrera de Ingeniería Industrial y la de Ingeniería Química (la cual no lo incluía antes).

Dos novedades destacan en relación con el curso de Mecánica anterior: ya no se imparte un curso introductorio previo de Física (Introducción a la Física, en el que se abordaban elementos de Cinemática y Dinámica), y el tiempo dedicado a su impartición se redujo de cinco a cuatro horas en el caso de la carrera de Ingeniería Industrial (dos horas para teoría y dos para resolución de problemas), en tanto que al curso para los estudiantes de Ingeniería Química solamente se le asignaron dos horas de teoría.

Los nuevos planes de estudio fueron desarrollados siguiendo el modelo de competencias, y el objetivo específico del curso de laboratorio de mecánica es:

*Obtener y analizar datos sobre el movimiento de cuerpos utilizando TICs (sensores, interfaces, software) y utilizar los conocimientos adquiridos en el curso de mecánica para clasificar y caracterizar dichos movimientos.*

Se pretende que el curso permita a los alumnos:

- Desarrollar la competencia para trabajar en equipo, en colaboración y responsablemente, participando en el desarrollo de proyectos y en la toma de decisiones en situaciones problemáticas.
- Desarrollar la capacidad de comunicación oral y escrita apoyándose en el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación, para elaborar reportes y exponer los resultados obtenidos en los proyectos realizados.

A partir de las propuestas de los tres planes de estudio para sus cursos de Mecánica, y de Laboratorio de Mecánica, se planteó el siguiente contenido para el curso de Laboratorio de Mecánica:

Práctica 1	<b>Mediciones e instrumentos de medición</b> Caracterizar las mediciones de distancia y tiempo obtenidas mediante instrumentos analógicos y digitales. Incertidumbre absoluta, relativa y estadística. Incertidumbre de magnitudes derivadas.
Práctica 2	<b>Movimientos rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado</b> Obtener las ecuaciones cinemáticas de movimientos uniformes y uniformemente acelerados y a partir de ellas determinar la posición, velocidad y aceleración medias e instantáneas entre y en determinados valores de tiempo. Relacionar las gráficas de movimiento, sus pendientes y sus áreas delimitadas, con los parámetros de movimiento.
Práctica 3	<b>Caída libre</b> Obtener la ecuación cinemática de un cuerpo en caída libre y/o de un cuerpo lanzado en dirección vertical, y a partir de ella determinar la aceleración ( $g$ ), así como la velocidad y posición en tiempos arbitrarios.
Práctica 4	<b>Movimiento parabólico</b> Expresar este tipo de movimiento en términos de las ecuaciones cinemáticas de un movimiento uniforme y un movimiento uniformemente acelerado. A partir de tales ecuaciones, determinar la aceleración ( $g$ ), velocidad y posición en determinados instantes (alcance máximo, altura máxima, velocidad en altura máxima, etc.)
Práctica 5	<b>Movimiento y leyes de Newton</b> Obtener las ecuaciones cinemáticas de un sistema de dos cuerpos ligados que se mueven en un plano sobre el que actúan la fuerza de gravedad y la de fricción (máquina de Atwood), y relacionar las fuerzas con la cantidad de movimiento, la velocidad y la aceleración del cuerpo.
Práctica 6	<b>Colisiones</b> Obtener las ecuaciones cinemáticas de cuerpos en colisiones elásticas e inelásticas y analizar dichas colisiones en términos de las leyes de Newton y de parámetros tales como cantidad de movimiento, impulso, trabajo y energía cinética.
Práctica 7	<b>Movimiento circular uniforme</b> Obtener las ecuaciones cinemáticas de un cuerpo y a partir de ellas determinar parámetros tales como rapidez lineal y angular, velocidad, aceleración y fuerza centrípeta.
Práctica 8	<b>Oscilador armónico</b> Determinar la ecuación cinemática de un cuerpo oscilante sujeto a resortes (ya sea en dirección horizontal o vertical) y a partir de ella determinar su velocidad y aceleración, así como parámetros tales como constante de restitución del resorte, periodo de oscilación, frecuencia angular y lineal, así la cantidad de movimiento, energía cinética, energía potencial y trabajo realizado sobre el cuerpo.

Práctica 9	<b>Péndulo simple</b> Determinar la ecuación cinemática de un cuerpo atado a una cuerda y a partir de ella determinar su velocidad y aceleración, así como parámetros tales como, periodo de oscilación, $g$ , frecuencia angular y lineal, rapidez y aceleración angular, así como la cantidad de movimiento, energía cinética, energía potencial y trabajo realizado sobre el cuerpo.
Práctica 10	<b>Interacción gravitacional entre dos cuerpos</b> A partir de la simulación de dos cuerpos en interacción, determinar sus ecuaciones cinemáticas y parámetros tales como centro de masa, periodo de oscilación, velocidad de escape. Analizar el movimiento en términos de las leyes de Kepler.

## B. Actividades propuestas, basadas en el análisis de video

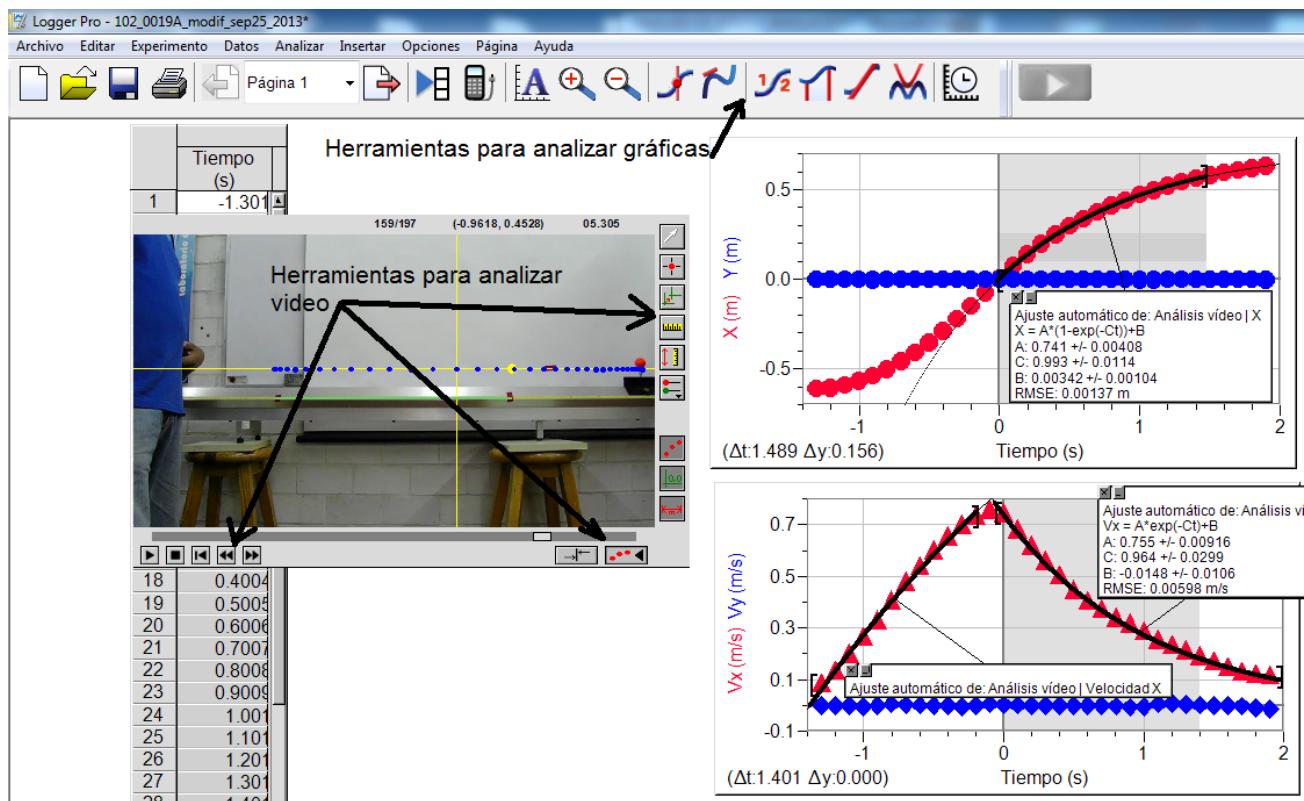
Trabajar con el programa Logger Pro, –en su modalidad de analizador de videos –, contribuyó a ampliar nuestro conocimiento sobre sus prestaciones y posibilidades.

Esta experiencia, así como la adquirida en la impartición de los cursos teórico y de Laboratorio de Mecánica, permitió ajustar la propuesta del contenido para el curso de laboratorio; ya que entre sus atributos podemos mencionar el hecho de que permite trabajar con datos *reales*, los cuales fueron obtenidos a partir de los videos que contienen el trabajo con montajes experimentales realizados en el laboratorio de física del CUCEI, o de algunos sitios de internet.

Los datos pueden ser analizados y graficados utilizando el mismo programa –en lo cual ya teníamos amplia experiencia –.

Mediante la realización de algunas pruebas, observamos que –al utilizar el análisis de video– los alumnos pueden entrenarse en la medición y análisis de datos en un entorno integrado, a diferencia de como ocurría anteriormente, mediante el uso de simulaciones y el uso del software (el mismo Logger Pro), como se muestra en la Figura 1. Esto permitió disminuir el tiempo de “entrenamiento” de los alumnos, posibilitando no solamente la propuesta de nuevas experiencias, sino también relacionar los resultados obtenidos con los modelos “teóricos” estudiados en las aulas; incluyendo el análisis de los resultados mediante herramientas tales como: cálculo diferencial e integral, cálculo vectorial y ecuaciones diferenciales.

Otra cualidad que ofrece el análisis de video, es la “naturalidad” con la que pueden ser analizados movimientos que ocurren en un plano, es decir, en dos dimensiones; lo cual representa una ventaja sobre la capacidad de los sensores de uso común en los laboratorios de física. Esto permite incluir actividades tales como: el análisis del movimiento circular, el movimiento de péndulos en arcos de gran amplitud, el movimiento de rotación de cuerpos extensos, el movimiento de un oscilador bidimensional, las colisiones no completamente frontales entre dos cuerpos, etc.



**FIGURA 1.** Pantalla típica al trabajar con Logger Pro durante el análisis de video. En ella, puede apreciarse el video incrustado que está siendo analizado, así como los datos correspondientes a la posición del objeto en movimiento, y los demás parámetros definidos con base en ella. También se muestran las gráficas de algunos parámetros y sus ajustes mediante funciones matemáticas.

Otro aspecto relevante del análisis de video consiste en su capacidad para analizar dos o más objetos en movimiento de manera simultánea, permitiendo así el análisis de interacciones entre dos o más cuerpos, así como la evolución del movimiento de un cuerpo ante la aplicación de fuerzas variables, como son la fricción (que varía con la velocidad) o la fuerza magnética generada por una corriente eléctrica variable.

Utilizando una cámara fotográfica digital (Kodak Z981) –cuyas características para los estándares actuales, son normales, (1280 x 720 pixeles) – se capturaron en archivos de video, pequeñas secuencias del movimiento de objetos (correspondientes a prácticas en el laboratorio de física), tales como: deslizadores en rieles de aire, esferas oscilando en resortes y lanzamiento de balines, entre otros. También se grabó el movimiento de un insecto (hormiga) y el de un juguete de cuerda.

Los videos fueron editados, conservando solamente las partes correspondientes al movimiento de interés, y fueron analizados utilizando el programa Logger Pro. Se elaboraron –entre otras– las siguientes actividades para el curso de Laboratorio de Mecánica:

- 1) Introducción al estudio del movimiento mediante el análisis de video.
- 2) Movimiento de un deslizador en un riel de aire nivelado.
- 3) Movimiento de un deslizador en un riel de aire inclinado, descrito desde distintos sistemas de referencia.

- 4) Caída libre y movimiento en dirección perpendicular a la superficie terrestre.
- 5) Movimiento de proyectiles.
- 6) Movimiento y leyes de Newton.
- 7) Colisiones elásticas e inelásticas.
- 8) Movimiento circular.
- 9) Oscilador armónico.
- 10) Oscilación de un péndulo simple (ángulos pequeños y grandes).

Se les asignó el nombre genérico de *actividades*, porque pueden ser leídas como si se tratara de ejemplos resueltos de *casos* en los que se aplican desde las definiciones básicas de cinemática, hasta la modelación mediante ecuaciones diferenciales.

Al final de cada *actividad* se plantea una “actividad a realizar” en la cual se solicita que el alumno lleve a cabo el análisis de una situación parecida; desde la toma de datos a partir de un video (lo cual también puede hacer en caso de que se lo proponga) hasta la utilización de la solución gráfica y analítica. Una vez obtenida, responderá una serie de preguntas que implican no únicamente la sustitución de valores, sino derivar e integrar funciones para encontrar la relación entre los parámetros del movimiento, o para averiguar hasta qué grado los resultados se ajustan a un modelo de ecuación diferencial.

En la siguiente dirección se encuentran disponibles tanto las actividades como los videos necesarios para realizarlas:

Para ello, puede utilizarse una versión de prueba de Logger Pro, disponible en la siguiente dirección (debe bajarse la versión de prueba, no confundir con la versión Lite): <http://www.vernier.com/downloads/logger-pro-demo/>. Y al menos, una versión de prueba del visor de video Quick Time Player.

Se les dio además otra presentación, en forma de texto [10] con actividades, acompañado con un disco que contiene tanto los archivos de video, como los archivos de trabajo con Logger Pro.

#### IV. Experimentación

Aunque se realizaron varias pruebas durante el desarrollo de los materiales propuestos, aplicándolos a algunos grupos, fue hasta el semestre febrero-junio del 2013 cuando se aplicó el TUG-K a una población considerable, constituida por alumnos de tres grupos de la carrera de Ing. Industrial y tres de la carrera de Ing. Química. La muestra total fue de 100 alumnos, y los resultados del TUG-K aplicado como pretest el primer día de clase, se muestran en la Figura 2.

El curso se desarrolló de la siguiente manera:

Las actividades 1 a 4 se realizaron en el laboratorio, y como tareas cuando no se completaron en él.

La actividad 5 se aplicó como prueba de avance individual. Luego se realizó una práctica en la que se utilizaron sensores para analizar el movimiento de un cuerpo en un riel de aire nivelado, y posteriormente inclinado, así como la caída libre de un cuerpo.

A partir de ahí, los alumnos realizaron el resto de las actividades como proyectos en equipo, exponiendo los resultados de una de ellas ante sus compañeros.

Al final se aplicó nuevamente el TUG-K como postest.

#### A. Resultados

Los resultados del TUG-K, aplicados como postest se muestran en la Figura 3. Puede observarse una gran dispersión en ellos; aunque el promedio casi fue igual al obtenido previamente [11], cuando se utilizaban las simulaciones para preparar a los alumnos para la realización de prácticas en el laboratorio.

Los resultados de la Tabla I muestran que aunque los promedios obtenidos en el pretest son muy diferentes, en el postest son muy similares.

La diferencia en el pretest se explica –en parte– por el hecho de que los estudiantes ya no reciben un curso de Introducción a la Física, que anteriormente se impartía en primer semestre.

Ahora bien, a pesar de que los resultados en el postest son muy similares, al calcular el índice de Hake ( $g$ ) para el segundo caso (cuando se utilizaron las actividades basadas en análisis de video), este resulta considerablemente mayor que en el caso anterior, lo cual demuestra que los estudiantes tienen una mejor comprensión de los conceptos de cinemática.

Respecto a la presentación de los trabajos desarrollados en equipo, pude considerarse que en general fue excelente, ya que pudieron utilizar el software para analizar los casos de su interés o los que eligieron. Salvo algunas excepciones, utilizaron con propiedad el lenguaje de la física, y pudieron analizar los casos utilizando los conceptos de la mecánica de Newton.

**TABLA I.** Resultados obtenidos (normalizados a cien) al aplicar el TUG-K a los grupos que desarrollaron actividades basadas en análisis de video, como preparación para el curso de laboratorio de mecánica.

Grupos de estudiantes	Promedio Pretest TUG-K	Tratamiento	Promedio Postest TUG-K	Índice de Hake g
1 Ingeniería Industrial y Licenciatura en Física, con curso anterior de Introducción a la Física	30.43	Actividades basadas en uso de simulaciones	43.2	0.18
3 Ingeniero Industrial y 3 de Ingeniería Química	21.1	Actividades basadas en análisis de video	42.52	0.27

Respecto a la presentación de los trabajos desarrollados en equipo, pude considerarse que en general fue excelente, ya que pudieron utilizar el software para analizar los casos de su interés o los que eligieron.

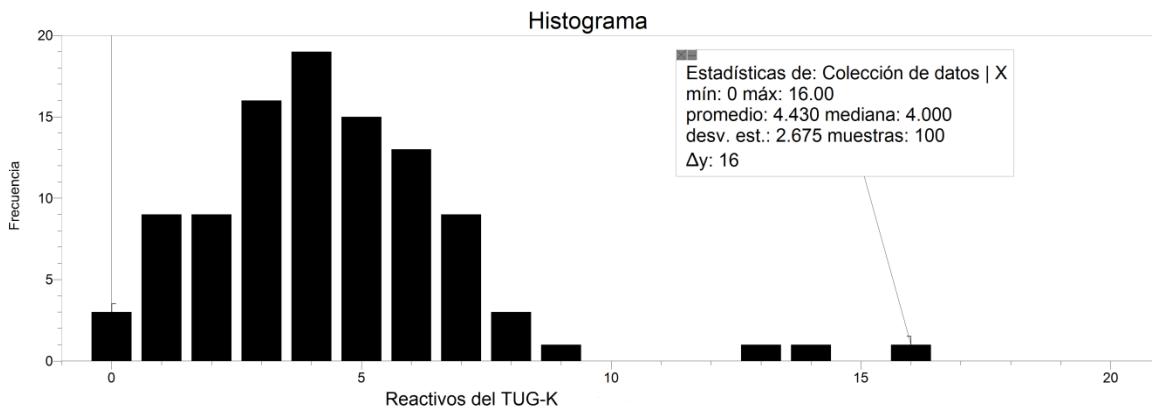
Salvo algunas excepciones, utilizaron con propiedad el lenguaje de la física y pudieron analizar los casos utilizando los conceptos de la mecánica newtoniana.

#### V. CONCLUSIONES

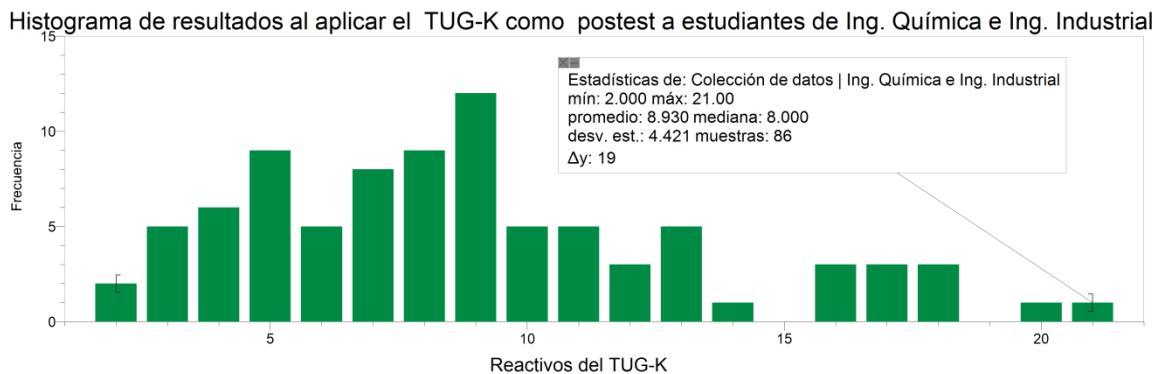
Los resultados mostraron que la realización de las actividades basadas en análisis de video, condujo al mismo promedio en el TUG-K, que las basadas en el uso de simulaciones, por lo que estas pueden ser consideradas una guía apropiada para que los estudiantes realicen sus actividades en el laboratorio (prácticas).

Pero además, como es mostrado en algunos excelentes textos [12], el análisis de video puede ser extendido a otras áreas de la física. Además, el AV permite analizar el movimiento en dos dimensiones, -resultando “natural” la introducción del análisis vectorial-, así como el estudio del movimiento de sistemas de dos o más cuerpos.

El AV también permite que los alumnos estudien el movimiento de los objetos de su interés o de los que se sugieren en otros cursos, convirtiéndose en una herramienta para el desarrollo de sus propios proyectos.



**FIGURA 2.** Resultados del TUG-K aplicado como pretest a de tres grupos de Ing. Química y tres de Ing. Industrial. El cuestionario TUG-K consiste de 21 reactivos sobre conceptos elementales de cinemática, y como muestra el histograma, los resultados muestran que –en promedio– al llegar al curso de laboratorio de mecánica los estudiantes no dominan tales conceptos.



**FIGURA 3.** Resultados del TUG-K aplicado como postest a los grupos que trabajaron con las actividades basadas en análisis de video.

En trabajos posteriores, pretendemos extender el análisis de video para la realización de prácticas en los laboratorios de física en el bachillerato, así como en la preparación de conferencias y solución de problemas en otros cursos de física a nivel de licenciatura. Por ello, en coincidencia con Derby y Fuller [13]:

“Invitamos a los maestros de física a utilizar las herramientas analíticas computacionales que han hecho posible que los estudiantes estudien cuidadosamente los eventos cotidianos. Permitáles descubrir por sí mismos la estimulante riqueza de los misterios de la naturaleza. Permitáles tener la satisfacción de tener ideas maravillosas de sí mismos”.

## REFERENCIAS

- [1] Esquembre, F., Martín E., Christian, W. and Belloni, M., *Fislets. Enseñanza de la Física con material interactivo*, (Pearson, México, 2006).
- [2] Moreno, M. y Sastre, G., *Aprendizaje y desarrollo intelectual*, (Gedisa, Barcelona, 2009).
- [3] Derby N. and Fuller R., *Reality and theory in a collision*, The Physics Teacher **37** (1999).

[4] Brown, D. and Cox, A. J., *Innovative uses of video analysis*, The Physics Teacher **47** (2009).

[5] Laws, P. and Pfister, H., *Using digital video analysis in introductory mechanics projects*, The Physics Teacher **36**, 282-287 (1998).

[6] Cervantes, L., Cisneros, N. y Vargas, C., Uso del tracker para el modelado matemático de las Leyes del movimiento de Newton, *IX Seminario Nacional Enseñanza de las Matemáticas con las Tecnologías de la Información y Comunicación. Resolución de Problemas y Aprendizaje Colaborativo*, Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, Ciudad Guzmán, México, 2012. pp. 237-244.

[7] Titus A. P., *Integrating video and animation with physics problem solving exercises on the World Wide Web*, Tesis doctoral, North Carolina State University (1998). Available in: <http://www.ncsu.edu/per/Articles/TitusDissertation.pdf>.

[8] Beichner, R., *Testing student interpretation of kinematics graphs*, American Journal of Physics **62**, 750-762, 1994.

[9] Hake, R., *Interactive engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for Introductory Physics*, American Journal of Physics **66**, 64-74 (1998).

[10] Navarrete L., Puerto A., González Q., Camelo V. y Flores M., *Introducción al análisis de video. Con*

*Luis Navarrete Navarrete et al.*

*aplicaciones al estudio del movimiento*, (Amate Editorial, Guadalajara, 2014).

[11] Navarrete L., Padilla, S. y Flores, M., Diseño y uso de simulaciones en la adquisición de destrezas y habilidades matemáticas y experimentales, previas a un curso de laboratorio de mecánica, *IX Seminario Nacional Enseñanza de las Matemáticas con las Tecnologías de la Información y Comunicación. Resolución de Problemas y Aprendizaje*

*Colaborativo*, Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, Ciudad Guzmán, México, 2012. pp. 59-73.

[12] Laws, P., Teese, R. B., Willis, M. and Cooney, P., *Physics with video analysis*, (Vernier, Portland, 2009).

[13] Zollman, D. and Fuller R., *Teaching and learning physics with interactive video*, Physics today **47** 41-47 (1994).

# Moodle and Physics learnig: A good experience with High School students



F. L. Braga<sup>1,2</sup>, R. Rodrigues<sup>1</sup>, M. S. Bolzan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Instituto Federal de Ciências e Tecnologia do Espírito Santo, Campus Cariacica, Cariacica-ES, Brasil.*

<sup>2</sup>*Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin, Departamento de Física Aplicada, Campinas-SP, Brasil.*

E-mail: filipe.braga@ifes.edu.br

(Received 5 November 2014, accepted 2 August 2015)

## Abstract

The process of learning logical and mathematical concepts is largely rooted in the training of problem solving by the use of drill exercises. The new digital learning platforms like Moodle, present themselves as extremely useful tools in the process of fixing knowledge of disciplines such as Physics, Chemistry and Mathematics, through monitoring students through iterative activities in virtual environments on extra-class periods. This work presents the use of Moodle in Physics course for students at the first year of High School with an efficient mechanism in the memorization process and absorption of knowledge taught.

**Keywords:** Moodle, Physics Learning, Drill Exercises, Homework, Memorization.

## Resumo

O processo de aprendizagem de conceitos lógicos e matemáticos é largamente enraizado na formação de resolução de problemas com o uso de exercícios de perfuração. As novas plataformas de aprendizagem digital, como Moodle, apresentam-se como ferramentas extremamente úteis no processo de fixação de conhecimento de disciplinas como física, química e matemática, através do acompanhamento de alunos através de atividades iterativas, em ambientes virtuais em períodos extra-classe. Este trabalho apresenta o uso do Moodle no curso de Física para os alunos no primeiro ano do Ensino Médio, com um mecanismo eficiente no processo de memorização e absorção do conhecimento ensinado.

**Palavras-chave:** Moodle, Aprendizagem de Física, Exercícios práticos, Trabalhos de casa, memorização.

PACS: 01.50.ht , 01.40.E, 01.50.Kw

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCTION

One of the education paradigms is the process of memorization and retention of knowledge learned [1].

Usually, when students are exposed to a new content, this is a critical part of the learning process, especially in disciplines that use logical and mathematical concepts.

However, strategies such as tutoring, aiming to maximize the contact time of the students with the content taught in the classroom, are impractical for most schools due to lack of logistics. Often, this reality comes to extreme situations, as in most of the Brazilian public schools, where High School students have about two classes (50 minutes each) by week, in extremely important disciplines such as Physics and Chemistry.

Given the restriction of working hours in these subjects, teachers are compelled to teach the content without having enough time to drill together with students the object of study. Delegating to students the obligation and responsibility to train alone and face the problems contained in the textbooks, as part of the learning process.

The results obtained with this teaching method in most cases are catastrophic. Mathematical and logical areas of knowledge suffer chronically with this procedure because, coupled with this fact lies the sad reality that most of the world's population has serious difficulties in logical and mathematical reasoning Ginsburg (1997). Then, a big part of any group of students subject to this strategy will give up quickly learning Physics, Chemistry and Mathematics as soon as the first failures in trying to solve the proposed problems occur.

The great error generated when applying this methodology is based on the learning process in students responsibility. At graduation courses, this procedure can be taken due to the students degree of maturity. However, for students of high school, their immaturity does not allow the same degree of commitment, as universal truth. Then, requiring the use of mechanism to ensure the continued learning process of students in extra-class periods.

An interesting practice that can help students keep up to date and consistently integrated into the learning process outside classroom, is the collection of lists of drill exercises

performed as tasks. However, when working with a heterogeneous group, where most students fail to comply with their duties, making them perform tasks outside class, even under the penalty score on the activity proposed, eventually becoming a challenge.

Another problem of structure of most schools is overcrowding of classrooms. In Brazilian public schools, this last problem coupled with the fact that many teachers teach in more than one group of students, makes the amount of evaluation activities to be corrected virtually nonviable.

It is in this context that, Moodle is noteworthy, not only in undergraduate courses but also in courses in high school.

For the set of teaching tools available (various formats of evaluation activities with self-correction modules, discussion forums, hyperlinks to video-classes or sites of scientific content, etc.), this virtual environment evaluation makes feasible the implementation of detailed tracking of the development, and a constant monitoring of the participation of each student.

This paper presents quickly and succinctly the technique used with high school students via Moodle platform, aimed at improving the storage capacity and retention of content by students. The results indicate an improvement of almost 200% measured by the performance evaluation tests.

## **II. METHODOLOGY**

Moodle is an acronym for "Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment", a free software, learning support, running in a virtual environment [3, 4, 5] The program allows the creation of courses pages of disciplines, working groups and learning communities.

Moodle allows the construction of online courses, his evaluation activities are in formats as: survey, forums, and lessons, among others. Besides the possibility of posting teaching material for consultation as lecture notes, hypertext, video-classes, iterative software, etc.

The great advantage of this platform compared to others is the possibility of monitoring the full participation of members of each course. For example, it keeps track of each student access being made available information as: access time, IP of the machine used for access, access date, and what activities were visited. All this information permits you to make a timeline of the accesses of each individual on the platform.

Other advantage are easily displayed activities that can be taught, particularly call attention to the lesson format, which allows the making of evaluative activities in various forms, such as multiple choice questions or numerical questions. These activities in lesson format, are available mounted to the wording and proper response in the field reserved for them, enabling automatic correction by the platform of the questionnaire completed by the student.

The self-correcting activities solves the logistical problem of the number of evaluation activities, to be corrected by the teacher responsible for the course.

Another tool provided by the Moodle platform for activities in lesson format is the control of the run-time,

available date for completion and number of attempts. For example, the teacher in charge, to set up the activity in lesson format; can choose a fixed period in which students must access the platform and perform the evaluation activity.

May also, limit the execution time of each set of lesson exercises and may also allow the student to repeat the same lesson several times during the period allowed, or restrict the number of trials for one, forcing the student to previous prepare then solve the activity.

The proposed work using Moodle attempt to make that high school students perform the extra-class activities, in order to settle with the learning of Physics content taught in two classes per week (50 minutes each). Thus, these students weekly could access the course page and solve a lesson, with multiple choice and numeric drill exercises, addressing the topics studied in class. Generally, inside this set of exercises there is a group of hyperlinks to sites with useful videos, applets and information.

This work was carried out for two months (in May 1st and June 30th), and was observed its performance of 120 students divided into three classes, with approximately 40 students. At the first month, the students were given lists of extra-class drill exercises without the use of Moodle. These exercises were taken from the textbook used by the teacher.

During the second month, the students, through the process described above, have to solve one set of exercises per week. To measure the student's development two exams were carried out, one at May 31 and other at June 30.

Students who participated in this study are part of high school course integrated into the technical education of the Instituto Federal de Ciéncia e Tecnologia do Espírito Santo, in Santa Teresa Campus.

## **II. RESULTS AND DISCUSSIONS**

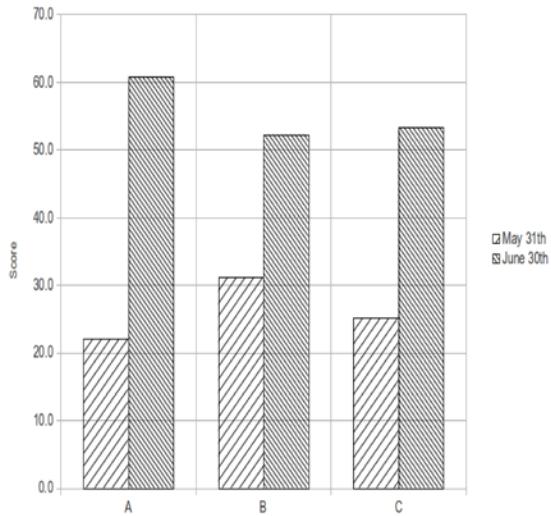
After running the first list, was found that more than 90% of the students had done only 10% of the activities proposed in the list of drill exercises. This led to bad performance of almost all classes, at the first exam. As can be seen in the graph of average performance in the exam applied on May 30 presented in Figure 1. It is interesting to note that in survey conducted with students, on average they had done five exercises throughout the entire month.

Given the monitoring capacity of Moodle, the four activities implemented after May 31, were divided into integral participation (resolution of all lists), partial participation (resolution of at least one list) and non-participation. As can be seen in Figure 2.

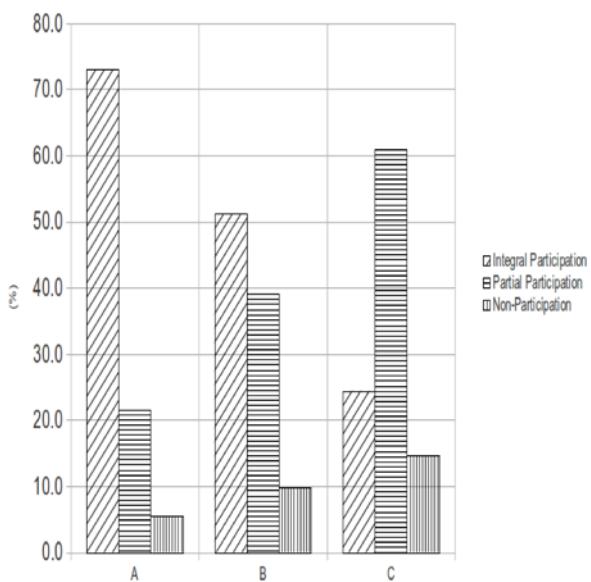
Already, after using the Moodle platform, group A had a massive participation in the activities posted, approximately 73% of the students took integral participation, and they achieved an improvement in the average performance of the class of almost 200%. In contrast, group B and C, which had only approximately 50% and 24% for integral participation had smaller performance increases.

Compared to the results of the first month, students with the integral participation have solved 44 drill exercises.

Other data available on the platform was the extra-class period that each student allocated to study during the 4 weeks that the platform were used. There were students who provided over 15 hours studying the content taught, which represents more than 4 hours per week besides the two meeting weekly.



**FIGURE 1.** Percentage of participation for each group of students.



**FIGURE 2.** Average student performances over the two exams

#### *Moodle and Physics learning: A good experience with High School students*

The results could only be achieved, given the accessibility provided by the Moodle platform, beyond the management of multiple devices access and participation by the students.

Organization and commitment, these were the two main modification on students behavior, because the activities prescribed with dates to be performed made the teenagers adjust their hours of study, and monitoring the participation of the students introduced a greater degree of commitment to the activities.

### III. CONCLUSIONS

As can be seen, the good results obtained by the proposed strategy through use of the platform Moodle, students were able to absorb and store the content taught in the classroom.

This digital resource is a powerful tool that can be used in the learning process of students, at high school. Giving teachers the ability to work efficiently with large groups of students, following the performance and participation of each individual student.

### REFERENCES

- [1] Flavell, J. H., Friedrichs, A. G. & Hoyt, J. D. *Developmental changes in memorization processes*, Cognitive Psychology 1 (1970).
- [2] Ginsburg, H. P., *Mathematics learning disabilities a view from developmental psychology*, Journal of Learning Disabilities 30 (1997).
- [3] Dougiamas, M. & Taylor, P., *Moodle: Using learning communities to create an open source course management system*, World 5 Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications (2003).
- [4] Romero, C., Ventura, S. & García, E., *Data mining in course management systems: Moodle case study and tutorial*. Computers & Science 51 (2008).
- [5] Moodle. Available in: <http://moodle.org/>. Consulted on: 5 October 2014.

# El clima en el aula y el rendimiento escolar en la Enseñanza de la Física de la carrera de Educación-NURR-ULA, Trujillo



José Cáceres<sup>1</sup>, Gutiérrez Nieto Gladys<sup>1,5</sup>, Briceño de Barrios María E.<sup>2,4</sup> y Aranguren Zuleta Freddy<sup>3,4</sup>.

<sup>1</sup>Departamento de Física y Matemática, Núcleo “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

<sup>2</sup>Departamento de Ciencias Económicas y Administrativas, Núcleo “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

<sup>3</sup>Departamento de Ciencias Sociales, Núcleo “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

<sup>4</sup>Centro Regional de Investigaciones Humanísticas Económicas y Sociales (CRIHES), Núcleo “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

<sup>5</sup>Grupo de Investigación Científica y de la Enseñanza de la Física (GRINCEF), Núcleo “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

E-mail: caceres@ula.ve

(Recibido el 8 de noviembre de 2014, aceptado el 23 de agosto de 2015)

## Resumen

El objetivo general de este trabajo de investigación fue estudiar la correlación entre el clima en el aula y el rendimiento escolar, en estudiantes de Física I de Educación del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la ciudad de Trujillo, en el estado Trujillo. La investigación se ubicó en el paradigma positivista, como un estudio de casos exploratorio, descriptivo y analítico con diseño de campo, mediante la técnica de investigación directa, utilizando el cuestionario como instrumento para la recolección de datos. La muestra de estudio se tomó de la población conformada por los profesores del Área de Física que han impartido la asignatura Física I, y de los estudiantes cursantes de la asignatura Física I, perteneciente a la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel”. Las conclusiones demuestran que el clima en el aula se encuentra involucrado con un conjunto de variables que se denominan contextos del clima, y se detectó que el rendimiento estudiantil se haya condicionado principalmente por factores personales.

**Palabras clave:** Clima en el aula, Rendimiento académico, Enseñanza, Física.

## Abstract

The general objective of this research was to study the correlation between classroom climate and school performance, in students of Physics at the University Core Education "Rafael Rangel" in the Trujillo state. The investigation started in the positivist paradigm, as a case study exploratory, descriptive and analytical with field design using the technique of direct research, using the questionnaire as a tool for data collection. The study sample was taken of the population consisting of teachers of the Department of Physics, who have given the subject Physics I, and of students pertaining to the subject Physics I mention career Education Physics and Mathematics of the Core "Rafael Rangel". The findings show that the climate in the classroom is involved with a set of variables that are called contexts of climate, and was founded that student performance has been limited mainly by personal factors.

**Keywords:** Climate in the classroom, Academic achievement, Teaching, Physics.

PACS: 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.40.-d.

ISSN 1870-9095

## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física contempla una infinidad de posibilidades para que el docente pueda desarrollar sus potencialidades, abordando con seriedad, nuevas y mejores estrategias que faciliten un aprendizaje eficiente en los estudiantes. De esta manera no sólo será un simple mediador entre el conocimiento y el

alumno, sino que también tienen la gran oportunidad de formar un estudiante más activo, creativo, informado, que recreará y redescubrirá los fundamentos físicos por medio de una dinámica experimental y científica, reflejándose el resultado de su aprendizaje en el rendimiento académico.

El bajo rendimiento académico es un problema de relevancia y preocupación de los profesores, por lo que se inició este trabajo de investigación para establecer la posible

Cáceres J., Gutiérrez G., Briceño de Barrios M. y Aranguren F. relación entre el clima en el aula de clase y el rendimiento académico. Entendiendo como clima en el aula de clase al entorno físico donde ocurre el conjunto de interacciones entre profesores y alumnos, que se rigen por los postulados de teoría de campo de Lewin [1] sobre investigaciones de comportamiento social. Las cuales se basan en dos supuestos fundamentales: el comportamiento humano como producto de la totalidad de hechos coexistentes, y que estos últimos dependen de su interacción con los demás.

La importancia de esta investigación radica en el hecho de que, marca un rumbo para la obtención de información científicamente procesada en lo que respecta al clima en el aula; así pues, se constituye en el primer estudio en su género, en el Núcleo “Rafael Rangel”.

## II BASES TEÓRICAS

El desarrollo de esta investigación permite contextualizar teóricamente los aspectos vinculados a las dimensiones a ser estudiadas, por ello, como lo dice Arias [2]: “implican un desarrollo amplio de los conceptos y proposiciones que conforman el punto de vista o enfoque adoptado, para sustentar o explicar el problema planteado”. A partir de esto, la presente investigación está denotada por teorías y conceptos vinculados al clima en el aula y al rendimiento del estudiante, así como a otros elementos teóricos de importancia.

### A. El clima en el aula

Esta investigación tiene como laboratorio al aula de clase, y se analizará el clima dentro de ésta, por ello se hace necesaria su definición. Son muchos los autores que, en sus investigaciones aportan definiciones acerca del clima en general. En este sentido, se comprende que el clima organizacional está delimitado por un entorno físico, el cual involucra factores relacionados con la convivencia de los miembros de la organización. Esta definición puede ser aplicada a una variedad de climas, que varían de acuerdo al entorno al cual están delimitados, tales como: el clima institucional, educativo y del aula, aunque las variables son de naturaleza diferente.

Voli [3], considera para el estudio del clima en el aula, un conjunto de variables agrupadas en lo que denomina contextos del clima. A continuación se presenta una breve descripción de cada contexto: (a) contexto interpersonal, (b) contexto regulativo, (c) contexto instruccional y (d) contexto imaginativo- creativo.

#### A.1 Contexto interpersonal

De acuerdo a Voli [3], el contexto interpersonal está referido a la percepción que tienen los alumnos de la cercanía de las relaciones que mantienen con los profesores, y de la preocupación que éstos muestran ante sus problemas.

Todo lo expuesto conlleva a dejar claro, que el contexto interpersonal del clima en el aula, mide la percepción de los alumnos en cualquier nivel educativo –incluyendo el universitario–, de la cercanía y preocupación por parte de los profesores de sus problemas, es decir, un clima de contexto de calidad interpersonal, de amistad y confianza.

#### A.2 Contexto regulativo

Según Voli [3], el contexto regulativo se refiere a la percepción de los alumnos de las reglas y de las relaciones de autoridad en la institución educativa; donde de forma implícita o explícita existen códigos o reglamentos, que constituyen un documento donde se fijan las pautas de convivencia, lo que se puede y lo que no se debe hacer, los derechos y obligaciones de los estudiantes, profesores y directivos.

En resumen, el contexto regulatorio como dimensión del clima en el aula, mide la percepción de los alumnos, en relación con la severidad de las relaciones autoritarias en las instituciones, aun cuando se trate de universidades. Se determina que la existencia de reglas justas, claras, en lo posible elaboradas por los alumnos, y comprendidas por todos, favorecen el autocontrol y la autodisciplina entre los estudiantes, quienes deben entender cuál es el comportamiento adecuado. De esta forma, es útil tener un conjunto de reglas, preferiblemente negociadas con ellos mismos, que precisen con claridad las normas de actuación deseadas.

#### A.3 Contexto instruccional

De acuerdo a Voli [3], el contexto instruccional abarca las percepciones de los alumnos respecto al interés o desinterés que muestran los profesores por el aprendizaje de sus alumnos. Es decir, estos perciben el interés de los docentes por el aprendizaje, y como emplean estrategias para generar motivación u apropiación del objeto de estudio por parte de ellos, por ende, la idea es provocar conflictos cognitivos y afectivos en los estudiantes, a partir del cual se genere interés por el objeto de estudio.

A partir de esto, se puede afirmar que el contexto instruccional dentro del clima en el aula, es aquel que mide la percepción de los alumnos, desde una orientación académica, en un contexto instruccional de enseñanza; por tanto, perciben el interés o desinterés de los profesores por el aprendizaje.

#### A.4 Contexto imaginativo-creativo

En cuanto al contexto imaginativo-creativo, se dice que este se refiere a los aspectos ambientales que estimula a recrear y experimentar, puesto que mide la percepción de los alumnos, de un ambiente imaginativo y creativo, donde ellos se ven estimulados a recrear y experimentar su mundo en sus

propios términos, o contrariamente, perciben un clima rutinario, rígido y tradicional [3].

Se afirma entonces, que distintas fuentes bibliográficas indican la relación entre las condiciones en las que se promueve el aprendizaje del alumnado, utilizando la noción de “clima en el aula” como medida de las percepciones colectivas del alumnado, destacando aquellas dimensiones del ambiente del aula que tienen un impacto directo en su motivación y capacidad para aprender [4]. En este sentido, las clases eficaces que favorecen los procesos de aprendizaje de todo el alumnado, promueven relaciones positivas entre los miembros del grupo y desarrollan procedimientos orientados hacia el éxito escolar.

## B. El rendimiento estudiantil

La Ley Orgánica de Educación [5], en su artículo 44 refiere que se debe apreciar y registrar de manera permanente mediante procedimientos científicos, técnicos y humanísticos, el rendimiento estudiantil, el cual es un proceso de apropiación y construcción de los aprendizajes, de acuerdo a factores socio-históricos y diferencias individuales.

Para Méndez [6], el rendimiento estudiantil es “la medición de las capacidades que manifiestan en forma estimada, lo que ha aprendido una persona como consecuencia de un proceso de formación” (p. 8). Así mismo Contreras [7], plantea que el rendimiento escolar o estudiantil es “el grado de logro de los objetivos establecidos en los programas oficiales de estudio.

Resumiendo, el rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante, entendido como una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación. En la misma forma, es visto como la capacidad de responder satisfactoriamente frente a estímulos educativos, susceptible de ser interpretado según objetivos o propósitos educativos pre-establecidos.

### B.1 Medidas de rendimiento estudiantil

Uno de los objetivos del rol del docente es mejorar y actualizar las estrategias y métodos de enseñanza para que los estudiantes obtengan un rendimiento académico satisfactorio. En este sentido es pertinente resaltar la necesidad de evaluar y medir el rendimiento académico para identificar las variables y sus posibles nexos, para su predicción.

La medición del rendimiento no solo se realiza considerando el promedio de las calificaciones, sino que además se debe analizar un cúmulo de variables predictoras del rendimiento académico. Esto, con la finalidad de no realizar una evaluación simplista del rendimiento académico [8].

Cabe señalar, que los estudiantes pueden tener una buena

### *El clima en el aula y el rendimiento escolar en la Enseñanza de la Física...*

capacidad intelectual, motivación y buenas actitudes, y sin embargo no estar obteniendo un rendimiento académico idóneo; en dicho caso, el rendimiento académico no refleja la realidad del caso. Pero es necesario partir de la variable que más se acerca a la medición del bajo o alto desempeño escolar, y éste no es otro que el rendimiento académico, el cual se obtiene cuantitativamente a través de las diferentes evaluaciones que realiza el docente a sus estudiantes, en el transcurso del periodo escolar [9].

El rendimiento estudiantil en Física no se aleja de las afirmaciones antes expuestas, solo que aquí es un caso particular, donde el contenido del proceso enseñanza-aprendizaje es acerca de la Física. No obstante, en la didáctica de la Física es más importante como se enseña y no que se enseña; esto hará la diferencia entre la motivación o desmotivación de los estudiantes hacia esta ciencia [10].

Puede que el docente en Física tenga bastante claros los conceptos acerca de esta ciencia, pero será su destreza pedagógica, a través de sus estrategias y métodos de enseñanza, la que producirán un impacto positivo o negativo en la actitud del estudiante frente a la Física, y esto se refleja en el rendimiento académico. En consecuencia, se puede afirmar que el rendimiento académico en Física, es el reflejo del nivel de eficiencia y eficacia del proceso enseñanza-aprendizaje de la Física.

En la presente investigación, para medir el rendimiento estudiantil de estudiantes de Física a nivel universitario, se toman en cuenta como medidas: (a) calificaciones, (b) repitencia estudiantil, y (c) deserción estudiantil.

- *Calificaciones.* Una de las variables más consideradas por los docentes para aproximarse al rendimiento académico son las calificaciones escolares, las cuales son: las notas o expresiones cuantitativas o cualitativas con las que se valora o mide el nivel del rendimiento académico en los estudiantes.
- *Repitencia estudiantil.* La repitencia, como vocablo usual en el lenguaje académico, se entiende como el hecho mediante el cual, el estudiante se ve obligado a cursar más de una vez un grado en uno de los niveles educativos. González [11], la define como “el hecho mediante el cual un estudiante se ve obligado a cursar más de una vez un grado o una materia, sea por mal rendimiento, mala relación con el profesor, o por causas ajena al ámbito académico”.

La repitencia estudiantil es considerada como uno de los fracasos en la universidad, tiene varias implicaciones, puesto que provoca pérdidas importantes de dinero al estudiante y a su familia, produce frustración y deteriora la autoestima del alumno, afectando así su vida futura.

- *Deserción estudiantil.* La deserción estudiantil se puede definir como el proceso de abandono, voluntario o forzoso de la carrera en la que se matricula un estudiante, por la influencia positiva o negativa de circunstancias internas o externas a él o ella [12].

De acuerdo a [13], la deserción estudiantil puede parecer normal y quizás hasta razonable, según las causas que motivan a los alumnos a desertar. Al desertar, el alumno se convierte en un ciudadano con escaso nivel educativo que afecta el grado de escolaridad de los alumnos. Por tanto, se

Cáceres J., Gutiérrez G., Briceño de Barrios M. y Aranguren F. considera que, la deserción estudiantil es el último eslabón en la cadena del fracaso escolar; debido a que antes de desertar, el alumno probablemente quedó repitiendo, con lo que se alargó su trayecto escolar, bajó su autoestima y comenzó a perder la esperanza en la educación.

## B.2 Factores que condicionan el rendimiento estudiantil

Desde el enfoque de algunos autores como: [6, 14, 15], entre otros; son muchos y diversos tipos los factores que condicionan el rendimiento estudiantil, entre ellos se puede mencionar:

- *Factores personales.* Para Méndez [6], en cuanto a los factores personales, las capacidades y aptitudes de un individuo, limitan el aprendizaje y por supuesto el rendimiento; así como: la personalidad, la adaptabilidad, motivación, la autoestima, el deseo de superación, el afecto y la estabilidad incide en la concentración y el rendimiento del estudiante.
- *Factores de relaciones sociales.* Se refieren al grado de interacción e integración entre los alumnos y estos con sus profesores. De acuerdo a Batalloso [14], se incluyen dentro de estos factores, la adaptación social por un lado, y los conflictos emocionales por el otro, polos opuestos favorables o desfavorables en el desenvolvimiento escolar. En ambos casos, juegan un papel de suma importancia los elementos inherentes a la personalidad, las relaciones intra e interpersonales del individuo, satisfacción adecuada de necesidades, autovaloración, autoimagen positiva, sentimientos de autoconfianza, pertenencia, utilidad y reconocimiento, seguridad de sentirse querido, aceptado y respetado. En general, dichos factores contribuyen al desarrollo armónico del individuo, permitiéndole desenvolverse de manera afectiva y equilibrada en sus contextos familiares, sociales y escolares.
- *Factores socioeconómicos y culturales.* Piñero y Rodríguez [15] postulan que la riqueza del contexto del estudiante (medida como nivel socioeconómico) tiene efectos positivos sobre el rendimiento académico del mismo. Este resultado confirma que, la riqueza sociocultural del contexto (correlacionada con el nivel socioeconómico, mas no limitada a él) incide positivamente sobre el desempeño escolar de los estudiantes. Ello recalca la importancia de la responsabilidad compartida entre la familia, la comunidad y la escuela en el proceso educativo.
- *Factores ambientales.* Según Batalloso [14], dentro de los factores ambientales que condicionan el rendimiento estudiantil, se incluyen: los condicionamientos producidos por el ambiente de los grupos de los que forma parte el estudiante, el clima escolar, influencia de expectativa del profesor, el propio nivel de aspiraciones, la autoestima, entre otros; además, de la zona geográfica, el sector de residencia, la vivienda, los recursos materiales y económicos, la familia, los vecinos y los amigos inciden en las facilidades de acceso al aprendizaje, y por ende en el rendimiento del estudiante.

## III. MARCO METODOLÓGICO

Tal como lo presenta Hurtado [16], la metodología es la forma de proceder o de hacer algo; por tanto, el tipo de estudio, permite conocer el grado de profundidad con que se aborda un objeto o fenómeno. En este caso, el abordaje del problema de investigación se sustentó en un paradigma positivista o cuantitativo.

El presente estudio partió en una fase inicial con una investigación exploratoria, debido a que primeramente se abordaron e indagaron todas las teorías vinculadas al clima en el aula y rendimiento estudiantil, para lograr obtener conocimientos más amplios del tema seleccionado.

Hernández, Fernández y Baptista [17] exponen que: “los estudios exploratorios se efectúan –normalmente–, cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se han abordados antes” (p.115).

En un segundo momento del estudio, se llegó a un nivel de investigación con base a la descripción precisa del evento de estudio, mediante la recolección de datos con el propósito de exponer la teoría el clima en el aula y el rendimiento estudiantil y contrastarla con la realidad estudiada. Según Hernández [17], la investigación descriptiva “busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice”.

Siguiendo a [16], esta investigación posee una naturaleza analítica, al involucrar la reinterpretación de lo analizado con algunos criterios que dependen de los objetivos del estudio.

Así, se encontraron las relaciones cuali-cuantitativas entre el clima en el aula y el rendimiento estudiantil de un curso de Física I, para estudiantes de Educación en el N.U.R.R.-TRUJILLO.

El presente estudio estuvo enmarcado en una investigación de campo transeccional, la cual según Hernández [17], surgen de la aplicación de un trabajo de campo, en el cual los datos que se recolectarán son del mismo sitio de la investigación del problema, y estos son recogidos directamente de la realidad a través de la praxis en un tiempo específico y determinado.

Para esta investigación la población estuvo conformada por: ocho profesores del Área de Física que imparten Física, y los veintisiete estudiantes cursantes de Física I perteneciente a la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel”.

Se evidencia que existe accesibilidad a la población, siendo esta finita y accesible, motivo por el cual no se estimó conveniente aplicar técnicas de muestreo, sino que se abordó a la población en su totalidad, acudiendo al censo poblacional, el cual de acuerdo a Tamayo [18], es aquella muestra en la cual entran todos los miembros de la población.

Para efectos de la investigación se utilizó como técnica la observación directa, desde el enfoque de Hurtado (ob.cit), consiste en observar los hechos, llevando a la práctica lo planificado, en función de los objetivos establecidos con anterioridad, y mediante instrumentos seleccionados sobre los acontecimientos que se desean registrar.

Para la recolección de los datos, en esta investigación se seleccionó una encuesta tipo cuestionario de forma escrita, a

criterio de Ramírez [19], consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir". Este instrumento de medición tiene un carácter investigativo-educativo, que permitió identificar las fortalezas y deficiencias, respecto a un tema determinado de los grupos sociales que forman parte del ambiente escolar.

En lo que se refiere a la *validez del instrumento*, para Hernández [17], "se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que quiere medir". Para esta investigación, se acudió a tres expertos en el área de estudio con conocimientos en materia de metodología de la investigación, quienes evaluaron la pertinencia de los instrumentos, el cumplimiento de los objetivos, su vinculación con los indicadores, redacción y coherencia.

Para la interpretación de los resultados se construyó una guía, mostrada en la Tabla I, la cual refleja el intervalo o rango establecido entre los límites superior e inferior; es decir entre la máxima y mínima media que se pueda obtener.

En este sentido los indicadores obtenidos con valores medios entre 1-1.8 –de acuerdo a la interpretación cualitativa– fueron muy poco valorados, mientras los ubicados entre 4.3-5 muy valorados.

**TABLA I.** Guía de interpretación de datos.

Intervalos o rangos	Interpretación cualitativa
1 - 1.8	Muy bajo
1.9 - 2.6	Bajo
2.7 - 3.4	Moderado
3.5 - 4.2	Elevado
4.3 - 5.	Muy elevado

Fuente: Adaptado del modelo de Ramírez [19].

#### IV. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

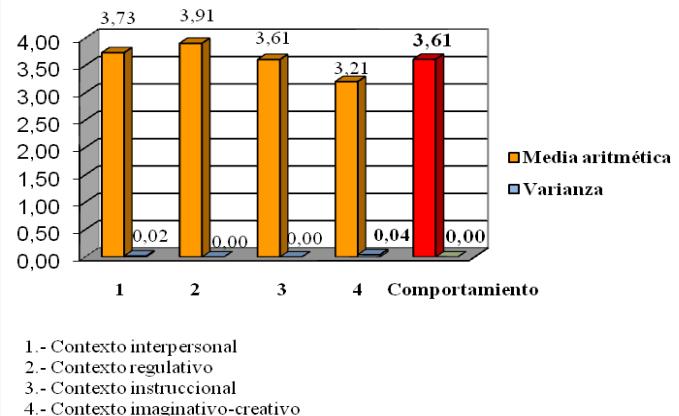
Respecto a los resultados vinculados a las variables "Clima en el aula" y "Rendimiento estudiantil", se procede al análisis global de los mismos, de forma general, por cada una de las dimensiones estudiadas.

**TABLA II.** Resultados globales de la variable "Clima en el aula".

Dimensión	Sub-dimensión	$\mu$	$\sigma^2$	Valoración
Variables involucradas con el clima en el aula universitaria	Contexto Interpersonal	3,73	0,02	Elevado predominio
	Contexto Regulativo	3,91	0,00	
	Contexto instruccional	3,61	0,00	
	Contexto imaginativo-creativo	3,21	0,04	
<b>Total variable clima en el aula</b>		<b>3,61</b>	<b>0,00</b>	

*El clima en el aula y el rendimiento escolar en la Enseñanza de la Física...*

**Fuente:** cálculo basado en las respuestas del cuestionario aplicado a los profesores del Área de Física que imparten Física en la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo "Rafael Rangel" (2013).



**FIGURA 1.** Resultados globales de la variable "Clima en el aula".

**Fuente:** Datos tomados de la Tabla II.

En la Tabla II figura 1, se observa el resumen global de la variable "Clima en el aula". Se evidencia un comportamiento con una tendencia positiva, representada en una media aritmética de 3.61 sin varianza, la cual según la guía de interpretación corresponde a un elevado predominio. De estos resultados se infiere que con valores similarmente elevados entre 3.91 y 3.61, en la dimensión: variables involucradas con el clima en el aula universitaria, predominan de forma consecuente, las sub-dimensiones contexto regulativo, contexto interpersonal y el contexto instruccional. No obstante, se percibe la sub-dimensión contexto imaginativo-creativo con un valor moderado de 3.21.

Primeramente, se hace referencia a la sub-dimensión; contexto regulativo, fundamentada en una alta percepción de los alumnos sobre las reglas y relaciones de autoridad, aun cuando estos no participan en la elaboración de las normas que regulan el contexto de actuación dentro del aula de clases, sino que son establecidas sólo por el profesor.

Respecto a la sub-dimensión, contexto interpersonal, aunque existen relaciones muy favorables entre estudiantes, basadas en la comunicación adecuada, solución constructiva de conflictos, cooperación, así como en la adopción de conductas positivas; las relaciones de los profesores con los estudiantes, suelen ser moderadamente favorables, en vista que existe poco interés de contribuir a la formación de la personalidad de los estudiantes, además no se vinculan personalmente a ellos, contradiciendo de cierta manera lo expuesto por [3].

La sub-dimensión contexto instruccional, está denotada por un interés muy alto del profesor por lograr el aprendizaje significativo de los estudiantes, por ello, les incita al deseo del aprendizaje, así como al esfuerzo para lograr objetivos individuales. No obstante, estos profesores de forma moderada utilizan estrategias motivacionales; atentando contra el nivel de motivación requerido en los estudiantes, se detecta divergencia al criterio de Voli [3]: por ende, la idea

Cáceres J., Gutiérrez G., Briceño de Barrios M. y Aranguren F. es provocar conflictos cognitivos y afectivos en los estudiantes, a partir del cual se genere interés por el objeto de estudio.

Sobre la sub-dimensión contexto imagino-creativo, se percibe claramente que la misma, presenta un moderado predominio, debido a las debilidades en la ecología del aula, así como en su organización y ambientación. Pues estos aspectos –moderadamente– permiten crear un ambiente favorable al clima emocional de los estudiantes y de los profesores, así como al trabajo cooperativo y solidario, y a la adquisición de valores como: el aprender a convivir.

En resumen, el “Clima en el aula” se encuentra altamente involucrado por el contexto regulativo, el contexto

interpersonal y el contexto instruccional; sin embargo, el contexto imagino-creativo, de forma moderada favorece el clima en el salón de clases de Física I, de la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel”.

Este hecho puede limitar la generación de los procesos de enseñanza-aprendizaje; pues como lo señalan Murillo, Martínez y Hernández [20], el aula es un escenario, que va más allá de lo físico, que encierra una infinidad de hechos, relaciones y procesos que no pueden ser examinados fuera de este contexto que engloba muchos más aspectos que una mera situación particular.

**TABLA III.** Resumen global de la variable “Rendimiento estudiantil”.

Sub-dimensión	Indicador: Calificaciones								
	<p><b>Característicos</b></p> <table> <tr> <td>Rendimiento estudiantil predominante</td><td>Regular (10 a 13 puntos)</td></tr> <tr> <td>Nivel de dificultad de las clases de Física I</td><td>Un poco difíciles</td></tr> </table>	Rendimiento estudiantil predominante	Regular (10 a 13 puntos)	Nivel de dificultad de las clases de Física I	Un poco difíciles				
Rendimiento estudiantil predominante	Regular (10 a 13 puntos)								
Nivel de dificultad de las clases de Física I	Un poco difíciles								
	<table> <tr> <td>Aspectos limitantes del rendimiento estudiantil</td><td>Carencia de recursos didácticos innovadores Poco tiempo para implementar nuevas estrategias de enseñanza</td></tr> </table>	Aspectos limitantes del rendimiento estudiantil	Carencia de recursos didácticos innovadores Poco tiempo para implementar nuevas estrategias de enseñanza						
Aspectos limitantes del rendimiento estudiantil	Carencia de recursos didácticos innovadores Poco tiempo para implementar nuevas estrategias de enseñanza								
	<p><b>Indicador: Repitencia estudiantil</b></p> <p><b>Característicos</b></p> <table> <tr> <td>Evidencias de repetencia estudiantil</td><td>La mayoría</td></tr> <tr> <td>No. de veces de repetencia estudiantil</td><td>Un vez</td></tr> <tr> <td>Motivo de repetencia estudiantil</td><td>Falta de hábitos correctos de estudio</td></tr> </table>	Evidencias de repetencia estudiantil	La mayoría	No. de veces de repetencia estudiantil	Un vez	Motivo de repetencia estudiantil	Falta de hábitos correctos de estudio		
Evidencias de repetencia estudiantil	La mayoría								
No. de veces de repetencia estudiantil	Un vez								
Motivo de repetencia estudiantil	Falta de hábitos correctos de estudio								
	<p><b>Indicador: Deserción estudiantil</b></p> <table> <tr> <td>Evidencias de deserción estudiantil</td><td>Muy poca</td></tr> </table>	Evidencias de deserción estudiantil	Muy poca						
Evidencias de deserción estudiantil	Muy poca								
Medidas de rendimiento estudiantil	<p><b>Indicador</b></p> <p><b>Característicos</b></p> <table> <tr> <td>Personales</td><td>Elevado predominio</td></tr> <tr> <td>Relaciones sociales</td><td>Moderado predominio</td></tr> <tr> <td>Socioeconómicos-culturales</td><td>Moderado predominio</td></tr> <tr> <td>Ambientales</td><td>Moderado predominio</td></tr> </table>	Personales	Elevado predominio	Relaciones sociales	Moderado predominio	Socioeconómicos-culturales	Moderado predominio	Ambientales	Moderado predominio
Personales	Elevado predominio								
Relaciones sociales	Moderado predominio								
Socioeconómicos-culturales	Moderado predominio								
Ambientales	Moderado predominio								
Factores que condicionan el rendimiento estudiantil									

**Fuente:** basado en las respuestas del cuestionario aplicado a los estudiantes de Física I de la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel” (2013).

La Tabla III, refleja el resumen global de la variable “Rendimiento Estudiantil”, denotada por la dimensión rendimiento estudiantil universitario. Se evidencia claramente respecto a la sub-dimensión “Medidas de rendimiento estudiantil”, que las calificaciones obtenidas por los estudiantes de Física I de la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel”, suelen ser regulares, o sea, de 10 a 13 puntos, puesto que las clases son un poco difíciles debido a la carencia de recursos didácticos innovadores, así como al poco tiempo para que el profesor implemente nuevas estrategias de enseñanza.

Además, la mayoría de los estudiantes ha repetido una vez el curso de Física I, como consecuencia de la falta de hábitos correctos de estudio; sin embargo, ha habido poca deserción estudiantil respecto a la asignatura.

Con base a las medidas de rendimiento estudiantil, para García *et al.* [8], la medición del rendimiento no solo se realiza considerando el promedio de las calificaciones, sino que además se debe analizar un cúmulo de variables predictoras del rendimiento académico, con la finalidad de no realizar una evaluación simplista del rendimiento académico.

Ahora bien, en relación a la sub-dimensión: factores que condicionan el rendimiento estudiantil en Física I de la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel”; se detectó que: el mismo se encuentra altamente influenciado por los factores personales, denotados por las actitudes necesarias, disposición de tiempo para el estudio así como la preparación académica de los estudiantes. De forma moderada, condicionan el rendimiento estudiantil: las relaciones sociales, los factores socioeconómicos-culturales y ambientales.

De esta manera, la variable “rendimiento estudiantil”, se encuentra condicionada moderadamente por los factores mencionados, se infiere que los estudiantes muestran un rendimiento estudiantil regular, limitado principalmente por la carencia de los profesores en el uso de recursos didácticos innovadores, que permitan el mejoramiento del rendimiento en los estudiantes de Física I; el cual como lo dice Piñero [15], consiste en el pensamiento, en el lenguaje técnico, en la manera de obrar, y en las bases actitudinales del comportamiento de los estudiantes en relación con las situaciones y problemas de la asignatura en cuestión.

## V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los resultados obtenidos permitieron realizar un análisis de los datos recabados, de los cuales se establecieron conclusiones relevantes:

Con respecto a identificar las variables involucradas con el clima en el aula en el curso de Física I de Educación del Núcleo “Rafael Rangel” (ubicado en la Villa Universitaria, sector el Prado, en la ciudad de Trujillo, en el estado Trujillo) se determinó que:

El clima del salón de clases, se encuentra muy involucrado con el contexto regulativo, contexto interpersonal y contexto instruccional, es decir, estos favorecen los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Física I. No obstante, el contexto imagino-creativo se involucra moderadamente al clima en el aula, debido a que no favorece la generación de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Física I.

En relación al rendimiento estudiantil de los estudiantes del curso de Física I de Educación del Núcleo “Rafael Rangel”, ubicado en la Villa Universitaria sector el Prado ciudad de Trujillo, estado Trujillo; se logró evidenciar:

Que la mayoría de los estudiantes poseen un rendimiento regular, las clases son un poco difíciles; además, el profesor casi nunca utiliza recursos didácticos innovadores, ni aplica nuevas estrategias de enseñanza, resultando así: la repitencia estudiantil. Aunado a esto, se detectó que el rendimiento estudiantil está condicionado principalmente por factores personales, es decir, actitudes personales, disposición de tiempo para el estudio y la preparación académica de los estudiantes.

De acuerdo a las conclusiones establecidas en la investigación, se plantean una serie de recomendaciones significativas para propiciar un clima en el aula idóneo que permita mejorar el rendimiento estudiantil de los estudiantes

*El clima en el aula y el rendimiento escolar en la Enseñanza de la Física...*  
de Física I de Educación del Núcleo “Rafael Rangel”, en Trujillo, estado Trujillo:

- Hacer llegar los resultados de esta investigación a los profesores del Área de Física, que imparten Física en la carrera de Educación Mención Física y Matemática del Núcleo “Rafael Rangel”, a fin de proporcionar una reflexión sobre la manera cómo están desarrollando sus clases.
- Hacer un seguimiento de la aplicación de las estrategias teórico-prácticas, diseñadas para analizar los resultados y determinar la operatividad de las mismas.
- Se sugieren nuevas investigaciones utilizando el paradigma cualitativo, a fin de profundizar con mayor precisión las variables: “Clima en el aula” y “Rendimiento estudiantil”.
- Sugerir la creación de estrategias teórico-prácticas para propiciar un clima idóneo en el aula, que permita mejorar el rendimiento estudiantil de los estudiantes de Física I.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Centro Regional de Investigaciones Humanísticas Económicas y Sociales (CRIHES), Núcleo “Rafael Rangel”, de la Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

Y al Grupo de Investigación Científica y de la Enseñanza de la Física (GRINCEF), de la misma universidad, por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] Chiavenato, I., *Introducción a la Teoría General de la Administración*, 7<sup>th</sup> Ed. (Mc Graw Hill Interamericana, México, 2006).
- [2] Arias, F., *El Proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*, 5<sup>th</sup> Ed. (Caracas, Episteme, 2006).
- [3] Voli, F., *Sentirse bien en el aula. Manual de convivencia para profesores*, (Educar, Madrid, 2004).
- [4] Hernández, F. y Sancho, J., *El clima escolar en los centros de secundaria: Más allá de los tópicos*, Colección: Investigación **162**, (CIDE Centro de Investigación y documentación educativa, México, 2004).
- [5] Asamblea Nacional, *Ley Orgánica de Educación*, Gaceta de la Asamblea Nacional **5929**, (Gobierno de Venezuela, Caracas, 2009).
- [6] Méndez, T., *El rendimiento estudiantil*, (El Punto, Caracas, 2001).
- [7] Contreras, P., *Bajo la sombra del rendimiento escolar*, (EDAF, Madrid, 2000).
- [8] García, M., Alvarado, J. y Jiménez, A., *La predicción del rendimiento académico: Regresión lineal versus regresión logística*, Psicothema **12**, 248-252 (2000).
- [9] Vial, B. y Soto, R., *¿Predice la PAA el rendimiento o éxito en la universidad?* Revista Administración y Economía, México: PUC. (2002).

- Cáceres J., Gutiérrez G., Briceño de Barrios M. y Aranguren F.
- [10] Gil, D., *La innovación en algunos aspectos esenciales pero habitualmente olvidados en el planteamiento de la enseñanza/ aprendizaje de las ciencias: Las relaciones enseñanza-medio y el clima escolar*, (2001). [Documento en línea]. Disponible en: [www.oei.org.co/oeivirt/gil02c.htm](http://www.oei.org.co/oeivirt/gil02c.htm). Consultado en: 12 noviembre 2012.
- [11] González, L., *Repitencia y deserción universitaria en América Latina, Capítulo 11 en UNESCO-IESALC. Informe sobre la Educación Superior en América Latina y el Caribe. La metamorfosis de la Educación Superior*, (Metrópolis, Caracas, 2005).
- [12] Tinto, V. *El abandono de los estudios Superiores: Una nueva perspectiva de las causas del abandono y su tratamiento*, (UNAM-UNESCO, México, 2002).
- [13] Zuñiga, Ma., *Deserción y repitencia estudiantil en el Nivel Superior*, (Editorial Trillas, México, 2006).
- [14] Batalloso, J., *Evaluación como ayuda al aprendizaje*, Ele Grao, Caracas, 2000.
- [15] Piñero, L. J. & Rodríguez, A., *Los insumos escolares en la educación secundaria y su efecto sobre el rendimiento*

- académico de los estudiantes: Un estudio en Colombia, LCSHD, LAC Human Social Development Group Paper series 36 (2003). The World Bank, Oficina Regional para Latinoamérica y el Caribe.
- [16] Hurtado, J., *Metodología de la Investigación. Guía para la comprensión holística de la ciencia*, 4<sup>a</sup> (Ediciones Quirón-Sympal, Caracas, 2010).
- [17] Hernández, R., Fernández, S., y Baptista, P., *Metodología de la Investigación*, (Mc Graw Hill, México, 2007).
- [18] Tamayo, M., *El proceso de la investigación científica*, 4<sup>a</sup> Ed. (Limusa, México, 2003).
- [19] Ramírez, T., *Cómo hacer un proyecto de investigación*, (PANAPO, Caracas, 2007).
- [20] Murillo, J., Martínez, C. y Hernández, R., *Clima en el Aula*, REICE Revista Iberoamericana sobre cualidades, eficacia y cambio en Educación 9 (2011).

# **Equações diferenciais aplicadas à microscopia de força atômica: Uma estratégia para o Ensino de Mecânica Clássica na graduação**



**G. A. C. Lopes<sup>1</sup>, E. A. Cotta<sup>2</sup>, H. D. Fonseca Filho<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Laboratório de Física, Universidade do Estado do Amapá (UEAP), Universidade do Estado do Amapá (UEAP), Av. Presidente Vargas, 650, Amapá, Brasil.

<sup>2</sup>Departamento de Física, Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Av. General Rodrigo Octávio Jordão Ramos, 3000, Campus Universitário, Coroado I – Amazonas, Brasil.

<sup>3</sup>Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Amapá (UNIFAP), Rodovia Juscelino Kubitschek, KM 02, Amapá, Brasil.

**E-mail:** hdf\_filho@unifap.br

(Received 13 August 2014, accepted 17 July 2015)

## **Abstract**

In this paper, we propose a didactic mechanism for the teaching of the physical and mathematical concepts inherent to the mechanical oscillations. These are commonly addressed in undergraduate courses in Physics, in the chair of Classical Mechanics or correlated ones. Here, we emphasize the methods of resolution of differential equations, attempting to relate its applications in condensed matter physics, in particular to atomic force microscopy. Throughout the motion equation for the AFM cantilever, we studied the solution of the equations for the cases of: mechanical equilibrium, simple oscillations, damped oscillations, forced oscillations and damped and forced oscillations.

**Keywords:** Mechanical oscillations, Equation solution methods, Physical teaching.

## **Resumo**

Neste artigo propomos um mecanismo didático para o ensino dos conceitos físicos e matemáticos a respeito das oscilações mecânicas. Os quais são regularmente abordados nos cursos de graduação em Física, nas disciplinas de Mecânica Clássica e correlatas. Aqui enfatizamos os métodos de resolução de equações diferenciais, buscando relacionar suas aplicações na física da matéria condensada, em particular na microscopia de força atômica. Através da equação de movimento do cantilever do AFM, estudou-se a resolução das equações para os casos de: equilíbrio mecânico, oscilações simples, oscilações amortecidas, oscilações forçadas e oscilações forçadas com amortecimento.

**Palavras-chave:** Oscilações mecânicas, Métodos de solução de equações, Ensino de Física.

**PACS:** 01.50.Pa, 01.40.Fk

**ISSN 1870-9095**

## **I. INTRODUCÃO**

Um dos primeiros contatos dos estudantes de graduação com a aplicação de equações diferenciais acontece quando estes cursam o chamado “ciclo básico”, constituído pelas disciplinas de Física I, II, III e IV, particularmente na disciplina de Física II, onde se estuda o movimento oscilatório. Porém, de modo mais aprofundado, esse contato se dá na disciplina de Mecânica Clássica, no estudo das oscilações mecânicas, normalmente abordado como segundo tópico do curso, que se segue à introdução das leis de Newton da dinâmica.

Este capítulo da graduação possui um papel crucial no desempenho curricular do graduando, uma vez que a disciplina de Mecânica Clássica comumente é a primeira dos cursos de Física que se segue ao ciclo básico da graduação, no chamado “ciclo profissional”, constituído pelas

disciplinas de Física mais avançadas. Dizendo de outra forma, é nesta disciplina que normalmente os estudantes de Física adquirem o primeiro contato mais aprofundado desta ciência, fazendo parte de uma carreira específica do seu curso e sendo oferecida quase que exclusivamente para estes estudantes, já que normalmente essas disciplinas não estão presentes nos cursos de engenharia e outros afins.

Assim, a abordagem didática a ser aplicada nesta disciplina deve ser bem elaborada, de modo a permitir que o estudante explore completamente a riqueza do conteúdo a ser trabalhado. Pois a Mecânica Clássica, junto com a Teoria Eletromagnética, a Mecânica Estatística e a Mecânica Quântica, constituem o eixo principal da formação em Física, necessário a todas as áreas que se desejar seguir na pós-graduação.

Tendo em vista este panorama, elaborou-se uma estratégia de aula com o objetivo de dinamizar o ensino das

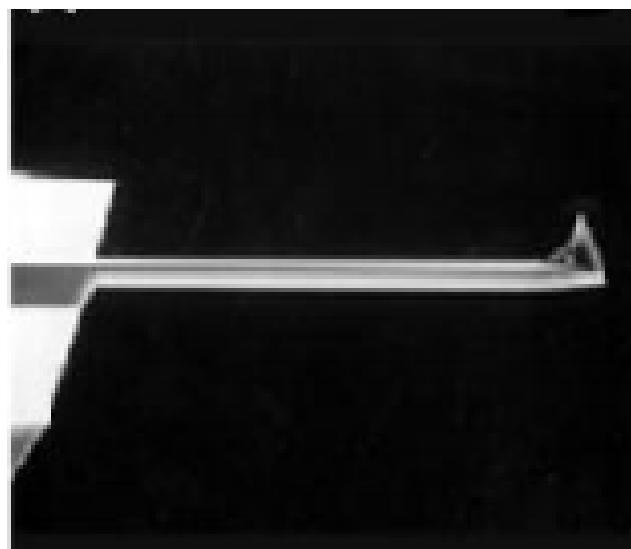
oscilações mecânicas, utilizando para isto, uma aplicação em física da matéria condensada –mais especificamente– em microscopia de força atômica.

Neste artigo, abordaremos os conceitos fundamentais envolvendo a equação de movimento do *cantilever* do AFM no capítulo II, e em seguida, discutiremos as soluções da equação para cada um dos casos diferentes de oscilação.

## II. O MICROSCÓPIO DE FORÇA ATÔMICA

A microscopia de varredura por sonda (SPM) é uma família de técnicas de microscopia amplamente utilizadas atualmente em investigações na área de nanociência e nanotecnologia.

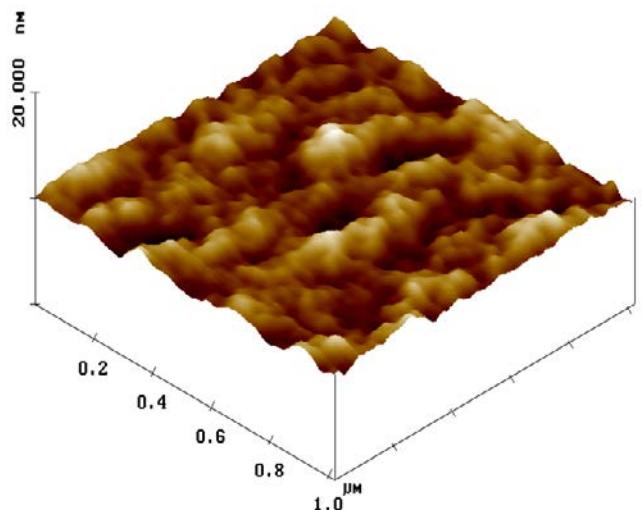
Essas técnicas consistem em medir a intensidade das interações entre uma sonda (Fig. 1) e uma amostra de modo a determinar a variação na distância ponta-amostra em cada ponto da superfície da mesma. Isto é, o microscópio funciona montando uma matriz de pontos  $z(x,y)$ , onde  $z$  representa a distância ponta-amostra, e  $x$  e  $y$  são as coordenadas ao longo da superfície da amostra [1].



**FIGURA 1.** Haste (*cantilever*) de um microscópio de força atômica, com a ponta (sonda) montada em sua extremidade. Imagem obtida com microscopia eletrônica de varredura (MEV).

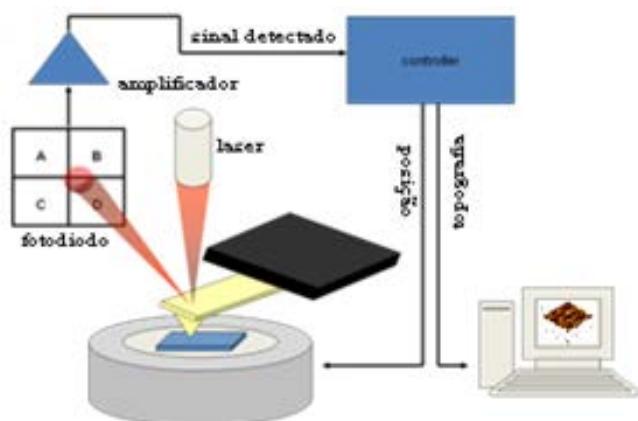
Os dados obtidos são utilizados para montar uma imagem da topografia (como montanhas e vales) da superfície, através da conversão dos valores de  $z$  em pixels, por um módulo eletrônico acoplado ao microscópio, como mostrado na Figura 2.

As imagens obtidas são uma representação do relevo da superfície do material analisado, e fornecem muitas informações importantes sobre sua estrutura. Isto permite o estudo de propriedades como: rugosidade, adesão, hidrofilicidade, dureza e resistência mecânica, para citar algumas [2].



**FIGURA 2.** Topografia em escala manométrica de amostra padrão de Si obtida com AFM.

Dentro da família SPM, encontra-se o Microscópio de Força Atômica (AFM), que funciona medindo as deflexões do *cantilever*, que é uma haste na qual é montada a ponta que interage com a amostra (Fig. 3).



**FIGURA 3.** Esquema de um AFM. As deflexões do *cantilever* durante a varredura mudam o ângulo de reflexão do laser que é detectado pelo fotodiodo. O controlador recebe estas informações e gera um sinal para a cerâmica piezelétrica que se move para ajustar a distância ponta-amostra. A cada movimento da cerâmica o controlador registra os dados e gera a imagem da superfície.

Entre a ponta do AFM e a amostra, assim como entre quaisquer outros dois materiais em contato ou suficientemente próximos, existem forças de interação intermoleculares, que são atrativas enquanto a ponta está afastada da amostra e repulsivas quando a ponta se aproxima ou toca a amostra.

Este aparelho pode ser operado em três diferentes modos de funcionamento.

O primeiro é chamado de “modo de contato”, no qual a sonda mantém-se continuamente na zona de forças

repulsivas com a amostra. Outro modo de funcionamento do AFM é o modo de não contato, em que a ponta não toca a amostra durante toda a varredura e as interações existentes são essencialmente atrativas.

Há ainda o modo de contato intermitente, ou modo *tapping*, no qual um sinal de excitação é aplicado à haste fazendo com que ela vibre, tocando a superfície da amostra uma vez a cada oscilação.

O *cantilever*, neste último modo de operação, tem sido modelado como um oscilador harmônico amortecido e forçado não-linear [2], cujo movimento é governado pela seguinte equação:

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = -kz - \frac{m\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + F_0 \cos(\omega t) + F(z, z_c). \quad (1)$$

Na equação acima,  $m$ ,  $k$ ,  $\omega_0$  e  $Q$  representam respectivamente, a massa, a constante de mola, a frequência de ressonância e o fator de qualidade da haste, determinado através de suas dimensões e do material de que é composto.

O termo  $-kz$  é a força elástica, e o termo  $-\frac{m\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt}$  representa o amortecimento do meio. O termo senoidal  $F_0 \cos(\omega t)$  é o sinal de excitação aplicado ao *cantilever* e  $F(z, z_c)$  é a interação entre a ponta e a amostra na posição de equilíbrio  $z_c$ .

Diferentes modelos têm sido propostos para determinar  $F(z, z_c)$ . Se as forças de adesão ou as forças de interação tipo Van der Waals entre a sonda e a superfície podem ser desprezadas, produz-se no *cantilever* deformações puramente elásticas. Assim, somente atuam entre a ponta e a amostra a força de deformação elástica e a solução é dada de duas maneiras distintas, separadas pela distância  $a_0$  (Fig. 3).

Para a zona de não-contato, a forma de  $F(z, z_c)$  é obtida considerando-se as interações de Van der Waals. Assim, aproximamos a ponta de interação do *cantilever* com a superfície por uma esfera presa a uma mola interagindo com uma superfície plana, como indicado na Figura 4. Na zona de contato a força repulsiva é determinada pela força de indentação, obtida a partir do modelo de Hertz [3]:

$$F(z, z_c) = -\frac{AR}{6(z_c + z)^2},$$

$$z_c + z \leq a_0, \quad (2a)$$

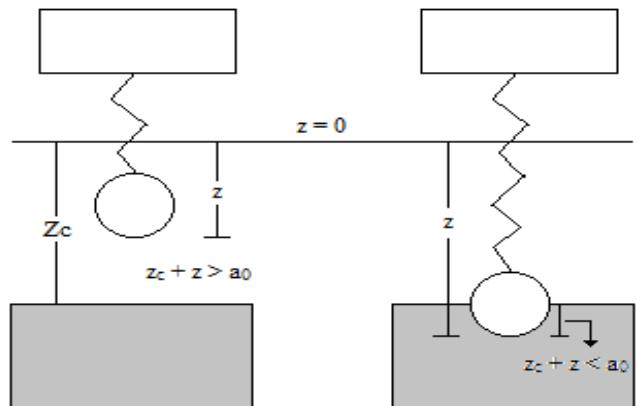
$$F(z, z_c) = -\frac{A}{6a_0} + \frac{4E\sqrt{R}}{3-3\nu^2} (a_0 - z - z_c)^{3/2},$$

$$z_c + z \leq a_0, \quad (2b)$$

em que  $R$  é o raio da ponta,  $A$  é a constante de Hamaker, e  $E$  e  $\nu$  são o módulo de Young e o coeficiente de Poisson da amostra, respectivamente.

Entretanto, além das deformações elásticas, o modelo utilizado para explicar a penetração da ponta na amostra, fenômeno denominado nanoindentação, deve levar em consideração também as deformações plásticas, isto é, as deformações permanentes no material. Para isso é necessário

incluir alguns aspectos de análise tensorial, como a equação da Lei de Hooke generalizada e o tensor de deformações [4].



**FIGURA 4.** Interação ponta-amostra no modo de *tapping*. À esquerda, a ponta está afastada e, à direita, a ponta indenta elasticamente a superfície.

Em todo caso, a existência do termo  $F(z, z_c)$  na Equação (1) é responsável por inserir outros modos de vibração da haste, comparado àquele que esta teria caso o termo acima não existisse [5]. No entanto, a resolução desta equação –nas condições acima determinadas– se dá somente através de métodos numéricos. Para os propósitos deste artigo, a interação entre ponta e superfície é desprezada, e as equações diferenciais são resolvidas apenas para o modo normal de vibração do *cantilever*.

### III. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Desprezando-se a interação entre a amostra e a sonda, a Eq. (1) fica:

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = -kz - \frac{m\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + F_0 \cos(\omega t). \quad (3)$$

Iremos agora estudar os métodos para se determinar a solução geral desta equação considerando-se diferentes situações físicas.

#### A. 1º caso: Equilíbrio Dinâmico

Neste caso, a força resultante sobre o *cantilever* é nula, portanto a Eq. (3) toma a forma:

$$kz + \frac{m\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} = F_0 \cos(\omega t). \quad (4)$$

A solução desta equação pode ser obtida pelo método do fator de integração. Este método se aplica a equações diferenciais da forma:

$$\frac{dy}{dx} + ay = f(x),$$

<http://www.lajpe.org>

e consiste em multiplicar a equação por uma função  $h(x)$ , de modo que o lado esquerdo da equação se torne a derivada de um produto. Este fator de integração é dado por  $e^{at}$ .

Reescrevendo (4) obtemos:

$$\frac{dz}{dt} + \frac{kQ}{m\omega_0} z = \frac{F_0 Q}{m\omega_0} \cos(\omega t).$$

Multiplicando por  $e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t}$ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} + \frac{kQ}{m\omega_0} e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} z &= \frac{F_0 Q}{m\omega_0} \cos(\omega t) e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t}, \\ \frac{d}{dt} \left( z e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} \right) &= \frac{F_0 Q}{m\omega_0} \cos(\omega t) e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t}. \end{aligned}$$

Integrando em função do tempo:

$$\begin{aligned} \int d \left( z e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} \right) dt &= \frac{F_0 Q}{m\omega_0} \int \cos(\omega t) e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} dt, \\ z e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} &= \frac{F_0 Q}{m\omega_0} \int \cos(\omega t) e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Integrando por partes a integral do lado direito de (5), temos:

$$\begin{aligned} \int \cos(\omega t) e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t} dt &= \left( \frac{k^2 Q^2}{k^2 Q^2 + m^2 \omega^2 \omega_0^2} \right) [\cos \omega t + \\ &\quad \frac{m\omega_0}{kQ} \sin \omega t] \frac{m\omega_0}{kQ} e^{\frac{kQ}{m\omega_0}t}. \end{aligned}$$

Substituindo em (5), temos

$$z = \frac{F_0 k Q^2}{k^2 Q^2 + m^2 \omega^2 \omega_0^2} \cos \omega t + \frac{F_0 Q m \omega \omega_0}{k^2 Q^2 + m^2 \omega^2 \omega_0^2} \sin \omega t. \quad (6)$$

Esta solução mostra que o *cantilever* se comporta como um oscilador harmônico, uma vez que sua equação de movimento é uma combinação linear de termos harmônicos, isto é, termos senoidais.

## B. 2º caso: Oscilações simples

Neste caso, considera-se que o *cantilever* não está sujeito a forças de amortecimento e nem a forças externas, de modo que a força elástica é igual à força resultante. Assim, a Eq. (3) toma a seguinte forma:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -kz.$$

Ou ainda, considerando que  $\omega_0^2 = k/m$  e reescrevendo a equação acima:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = 0. \quad (7)$$

Ao buscar a solução geral da equação (7), deve-se encontrar uma função da forma  $e^{rt}$ , porquanto a segunda derivada reproduz a função original. Supondo então uma solução deste tipo, chega-se ao seguinte resultado:

$$z = Ce^{rt};$$

$$\frac{dz}{dt} = Cre^{rt};$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = Cr^2 e^{rt}.$$

O que, substituindo na eq. (7), leva a:

$$r^2 + \omega_0^2 = 0,$$

$$r = \pm i\omega_0. \quad (8)$$

O resultado expresso em (8) mostra que há duas possíveis soluções para esta equação. É conveniente expressar uma solução geral como combinação linear destas duas soluções mais simples, de modo que a função assim obtida continua sendo solução de (7).

$$z = A_1 e^{i\omega_0 t} + A_2 e^{-i\omega_0 t},$$

$$z = A_1 (\cos \omega_0 t + i \sin \omega_0 t) + A_2 (\cos \omega_0 t - i \sin \omega_0 t),$$

$$z = (A_1 + A_2) \cos \omega_0 t + i(A_1 - A_2) \sin \omega_0 t. \quad (9)$$

Se fizermos uma substituição conveniente, poderemos expressar esta solução na forma de uma amplitude A e uma fase  $\varphi$  [6], da seguinte forma:

$$A_1 + A_2 = A \cos \varphi, \quad (10a)$$

$$A_1 - A_2 = iA \sin \varphi. \quad (10b)$$

Substituindo (10) em (9):

$$\begin{aligned} z &= A \cos \varphi \cos \omega_0 t - A \sin \varphi \sin \omega_0 t, \\ z &= A \cos(\omega_0 t + \varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

A equação (11) é a solução geral de (7). As constantes A e  $\varphi$  devem ser determinadas através das condições de contorno, que normalmente são os valores da posição ( $z_0 = z(0)$ ) e da velocidade ( $\dot{z}_0 = \frac{dz}{dt}(0)$ ) no instante inicial  $t = 0$ .

## C. 3º caso: Oscilações amortecidas

Neste caso, considera-se que o movimento da haste é amortecido pelo meio, que pode ser o ar, água, ou qualquer outro fluido. Neste caso, a eq. (3) assume a forma:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -kz - \frac{m\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt}. \quad (12)$$

Ou ainda

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega^2 z = 0.$$

Procede-se supondo uma solução da mesma forma que na situação anterior, obtendo-se deste modo:

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega^2 = 0,$$

$$r = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q^2} - \omega^2},$$

$$r = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2}.$$

Devem-se considerar três diferentes possibilidades quanto ao termo dentro da raiz [6,7]. Se  $\omega_0 > 4Q^2\omega^2$ , então o termo dentro da raiz é positivo e a raiz é um número real, portanto a solução da Eq. (12) é:

$$z = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left( C_1 e^{(\frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2})t} + C_2 e^{-(\frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2})t} \right).$$

Diz-se neste caso que o movimento do *cantilever* é super-amortecido e o oscilador atinge, sem oscilar, uma posição de estabilidade determinada por  $C_1$  e  $C_2$ .

Outra possibilidade acontece quanto  $\omega_0 = 4Q^2\omega^2$  onde, nesta hipótese, o termo da raiz é nulo e a solução geral de (12) é simplesmente:

$$z = Ce^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}.$$

Este é o decaimento de amplitude mais rápido que o objeto pode executar sem oscilar, chamado movimento criticamente amortecido.

O terceiro caso a se considerar se dá quando  $\omega_0^2 < 4Q^2\omega^2$ .

Neste caso o termo dentro da raiz é negativo e a raiz é um número complexo. Chama-se a este movimento de sub-amortecido, pois o decaimento da amplitude ocorre gradativamente à medida que a haste oscila. A solução geral de (12) neste caso é:

$$z = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left( C_1 e^{i(\frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2})t} + C_2 e^{-i(\frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2})t} \right),$$

que, usando a equação de Euler, pode ser escrita como:

$$z = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left( C_1 e^{(\frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2})t} + C_2 e^{-(\frac{1}{2Q}\sqrt{\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2})t} \right).$$

Esta é a situação típica de operação do *cantilever* do microscópio de força atômica experimentalmente. Uma vez que, tipicamente  $Q^2 \approx 10^4$ , temos, portanto:

$$\omega_0^2 - 4Q^2\omega^2 \approx -4Q^2\omega^2 [7]:$$

$$z = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} [(C_1 + C_2) \cos(\omega t) + i(C_1 - C_2) \sin(\omega t)].$$

Fazendo a seguinte substituição:

$$C_1 + C_2 = C \cos \varphi,$$

$$C_1 - C_2 = iC \sin \varphi.$$

Logo

$$z = Ce^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos(\omega t + \varphi). \quad (13)$$

A Eq. (13) é a equação de movimento para o *cantilever*, com movimento amortecido. O termo exponencial denomina-se envelope, visto que ele determina o decaimento da amplitude de oscilação.

#### D. 4º caso: Oscilações forçadas

Quando se aplica uma força, através de um sinal de excitação, ao *cantilever* e desconsiderando o amortecimento do meio, a eq. (3) fica:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -kz + F_0 \cos(\omega t). \quad (14)$$

Esta equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t). \quad (15)$$

As soluções gerais de equações da forma de (15) são dadas pela soma de uma solução complementar (solução homogênea) com uma solução particular (solução não-homogênea), sem que esta perca generalidade.

$$z = z_c + z_p.$$

A solução complementar é dada pela Eq. (11). Para encontrar uma solução particular, supõe-se uma função harmônica que oscila em fase ( $\varphi = 0$ ) e com a mesma frequência  $\omega$  que a fonte:

$$z_p = B \cos(\omega t). \quad (16)$$

Substituindo (16) em (15), encontra-se

$$-B\omega^2 \cos(\omega t) + B\omega_0^2 \cos(\omega t) = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t),$$

$$B = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (17)$$

Então, a vibração do *cantilever* é composta de combinações lineares de modos normais, porém agora cada pequena oscilação ocorre com a frequência da força aplicada.

Como consequência do denominador da Eq. (17), quanto mais próximo  $\omega$  estiver de  $\omega_0$  mais intensa será a excitação

sobre este modo de vibração. Aparentemente, a Eq. (17) prediz uma amplitude infinita quando  $\omega = \omega_0$ . Porém isto não é fisicamente plausível, uma vez que a teoria por trás desta equação está fundamentada para pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio; de modo que (17) já não é válida se a amplitude se torna muito grande.

Portanto, a solução geral é dada por:

$$z(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t). \quad (18)$$

As constantes  $A$  e  $\varphi$  devem ser determinadas através das condições de contorno.

Se  $\omega = \omega_0$  então a suposição da Eq. (16) é uma solução do problema homogêneo, e deve ser substituída por outra da forma

$$z_p = Bt \cos(\omega_0 t).$$

Este termo apresenta um crescimento linear de amplitude à medida que oscila, o que caracteriza o fenômeno de ressonância. O oscilador, desse modo, recebe continuamente energia fornecida pela força externa.

#### E. 5º caso: Oscilações amortecidas e forçadas

Este é o caso mais geral em nossa descrição, no qual a Eq. (3) não sofre nenhuma modificação. A frequência de um oscilador forçado é determinada pela frequência da força externa e não pela frequência de ressonância [8]. Para estudar qual seria a solução geral neste caso, se escreve a Eq. (3) da seguinte maneira:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\omega}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega^2 z = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t). \quad (19)$$

Assim como para a Eq. (15), a solução geral para a Eq. (19) envolve uma solução complementar e uma solução particular. Pelas mesmas razões do caso anterior, a solução complementar é a solução da equação homogênea, Eq. (13).

Para encontrar a solução particular de (19), supõe-se uma função da forma:

$$z_p(t) = D_1 \cos(\omega t) + D_2 \sin(\omega t). \quad (20)$$

Substituindo (20) em (19), e resolvendo o sistema linear, obtém-se  $D_1 = 0$  e  $D_2 = F_0 Q / \omega^2$ . Logo a solução particular é:

$$z_p = \frac{F_0 Q}{\omega^2} \sin(\omega t).$$

E, por sua vez, a solução geral é:

$$z(t) = C e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos(\omega t + \varphi) + \frac{F_0 Q}{\omega^2} \sin(\omega t). \quad (21)$$

## IV. CONCLUSÃO

Ao aplicar-se as equações diferenciais a uma área de pesquisa recente e instigante, o assunto passa a ser melhor compreendido pelos estudantes, obtendo grandes resultados de aprendizado. Isto evidencia também o caráter prático da matemática que se estuda na graduação, assimilando-a a conceitos físicos e fazendo com que a aprendizagem seja mais significativa.

Isto contribui também para a formação profissional do acadêmico, pois a disciplina de mecânica clássica é essencial para as outras disciplinas subsequentes da graduação e, eventualmente, da pós-graduação.

## V. ACKNOWLEDGEMENTS

Nós agradecemos ao DISSE/CNPq pelo suporte financeiro.

## VI. REFERÊNCIAS

- [1] Ternes, M. et al., *The force needed to move an atom on a surface*, Science **319**, 1066-1069 (2008). DOI: 10.1126/science.1150288.
- [2] Tamayo, J. & García, R., *Deformation, contact time and phase contrast in tapping mode scanning force microscopy*, Langmuir **12**, 4430-4435 (1996). DOI: 10.1021/la9601891.
- [3] Israelachvili, J. N., *Intermolecular and surface forces*, 3rd Edition (Elsevier, Philadelphia, 2011). ISBN: 978-0-12-375182-9.
- [4] Cichocki, A. et al., *Nonnegative matrix and tensor factorizations: applications to exploratory multi-way data analysis and blind source separation*. (John Wiley and Sons, Hoboken, 2009). ISBN: 978-0-470-74666-0.
- [5] Thornton, S. & Marion, J. *Classical Dynamics of particles and Systems*, 5<sup>th</sup> Ed. (Thomson Brooks Cole, Boston, 2004). ISBN-10: 0534408966, ISBN-13: 978-0534408961.
- [6] Goldstein, H., Poole, C. & Safko, *Classical Mechanics*, 3<sup>rd</sup>. Ed., (Adison-Wesley, Reading, 2000). ISBN-10: 0201657023, ISBN-13: 978-0201657029.
- [7] Holscher, H. & Schwarz, U. D., *Theory of amplitude modulation atomic force microscopy with and without Q-control*, International Journal of Non-Linear Mechanics **42** (2007). DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.01.018.
- [8] Boyce, W. & Di Prima, R., *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*, 7<sup>th</sup> Ed. (LTC, Rio de Janeiro, 2004). ISBN: 9788521617563.

# Utilización del plano inclinado para determinar la aceleración de gravedad



José Cáceres<sup>1, 2</sup> y Eduardo Martínez<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigaciones Agrícolas, Biológicas, Educativas y Sociales, Núcleo Universitario “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

<sup>2</sup>Departamento de Física y Matemática, Núcleo Universitario “Rafael Rangel”, Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

E-mail: caceres@ula.ve

(Received 23 October 2014, accepted 11 July 2015)

## Resumen

En el presente trabajo, diseñamos una práctica de laboratorio que permite estudiar la dinámica de una masa sujeta a un dinamómetro sobre un plano inclinado, con fines educativos. El objetivo principal es calcular la aceleración de gravedad, cuyo resultado fue 10 m/s<sup>2</sup>. Esto se consiguió graficando la fuerza que registra el dinamómetro para cada ángulo de inclinación del plano, igualmente se realiza el correspondiente mapa conceptual y V de Gowin en el marco del Aprendizaje Significativo-Constructivista. La importancia radica en permitir al estudiante comprender las leyes de Newton y sus aplicaciones, con un experimento de simple realización que requiere poco tiempo en su montaje experimental y de esta manera poder usarlo por numerosos grupos en el laboratorio.

**Palabras clave:** Dinámica, Plano inclinado, Aprendizaje Significativo-Constructivista.

## Abstract

In this paper, we designed a laboratory practice that allows studying the dynamics of a mass attached to a dynamometer on an inclined plane, for educational purposes. The objective is to calculate the acceleration of gravity and the result was 10 m/s<sup>2</sup>. This is accomplished by plotting the force registered by the dynamometer for each angle of inclination of the plane, and the corresponding conceptual map Gowin V is performed within Significant-Constructivist learning theory. The importance of this experience is enables the student to understand Laws of Newton and their applications, with a simple realization experiment that requires a little amount of time in their experimental setup, and thus it can be used by many groups in the laboratory.

**Keywords:** Dynamic, Inclined Plane, Significant-Constructivist learning theory.

**PACS:** 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.40.-d.

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCTION

En el presente estudio se propone el cálculo de la aceleración de la gravedad utilizando un plano inclinado, en el caso particular de un carrito en reposo sujeto a un dinamómetro propuesto en la Figura 4. Por otro lado desde el punto de vista del proceso de enseñanza-aprendizaje, los recursos a usar serán el mapa conceptual y la V de Gowin, permitiendo así el aprendizaje significativo-constructivista de los estudiantes. Se parte de que el conocimiento no es solamente descubierto, sino construido por cada persona, de acuerdo a Guerrero [1].

El plano inclinado fue estudiado por primera vez por Simón Stevin en el año de 1585, quien dio la primera teoría correcta relacionada a un cuerpo en un plano inclinado [2].

En el ámbito de la física esto es muy importante, tanto desde el punto de vista teórico como experimental, ya que permite mostrar en una clase teórica por medio de un diagrama de cuerpo libres, las interacciones de una partícula, hasta estudiar –por medio de montaje experimental– la fuerza

*Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 9, No. 3, Sept. 2015*

de roce. Es muy usual la utilización de prácticas para determinar el coeficiente de roce estático entre objetos de diferentes materiales y entre cuerpos del mismo material, pero con diferentes masas [3].

Con la práctica diseñada en esta investigación, los estudiantes conocerán cómo se pueden desarrollar las leyes básicas de la dinámica, además de comprobar la relación lineal de la fuerza con el inverso de la longitud, relación encontrada con la aplicación de las Leyes de Newton al sistema.

El plano inclinado en el laboratorio de física puede ser de mucha utilidad, por ejemplo en la incorporación de sensores, donde se requiere calcular la aceleración del carrito cuando este baja por el plano, y con un análisis de cinemática y dinámica se puede calcular la aceleración de gravedad [4]. O como se ha hecho desde la antigüedad, dejando rodar diferentes masas con diferentes formas, un cilindro y una

esfera, para demostrar las predicciones que arrojan la dinámica para este caso [5].

Cabe señalar, que el plano inclinado permite a los estudiantes comprender las Leyes de Newton y sus aplicaciones (definiciones que los estudiantes deben conocer de cursos previos). Además, es un experimento de fácil montaje que permite su aplicación por numerosos grupos en el laboratorio, y la utilización de poco tiempo en su montaje experimental.

Los objetivos a desarrollar en este trabajo son:

Proponer en el marco del Aprendizaje Significativo-Constructivista, la construcción del conocimiento, de mapas conceptuales y de la V de Gowin, para que los estudiantes comprendan cómo calcular la aceleración de gravedad utilizando un plano inclinado, así como entender la física experimental, y también las Leyes de Newton.

## II. TEORÍA

El desarrollo de esta investigación permite contextualizar teóricamente los aspectos vinculados a las dimensiones a ser estudiadas; por ello, como lo dice Arias [6]: “implican un desarrollo amplio de los conceptos y proposiciones que conforman el punto de vista o enfoque adoptado, para sustentar o explicar el problema planteado”. A partir de esto, el presente estudio está denotado por leyes, teorías y conceptos vinculados a la Física Newtoniana, así como otros elementos teóricos de importancia.

La Dinámica, parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos considerando qué lo causó.

En esta investigación consideramos las Leyes de Newton, como:

- La Ley de Inercia: Todo cuerpo se opone al cambio de su estado de reposo o movimiento en línea recta, a menos que sobre él actúen fuerzas externas para intentar cambiar dicho estado [6].
- Ley de las Fuerzas: La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa [5].
- Y la Ley de acción y reacción: Toda fuerza aplicada tendrá una fuerza de igual magnitud y dirección opuesta, [6].

Uno de los instrumentos que permite el estudio de las Leyes de Newton es el plano inclinado. Es una superficie plana que forma un ángulo con una línea de referencia [7] y se utiliza para elevar cuerpos variando dicho ángulo.

Para el caso de una masa sujetada a un dinamómetro en un plano inclinado, se consigue la siguiente expresión:

$$F(x) = ax + b \quad (1)$$

Donde  $F$  es la fuerza que registra el dinamómetro,  $x$  es el inverso de la distancia  $L$ ,  $a$  es la pendiente y  $b$  el punto de corte.

Las fuerzas que se consideran en el sistema conformado por el carrito-dinamómetro-plano inclinado-tierra, son:

**Tensión.** - es la fuerza de contacto físico que surge debido a la interacción de un resorte, cuerda o cable cuando está atado a una masa y se jala o tensa.

**Peso.** - fuerza que surge de la interacción gravitacional de los cuerpos con la tierra y se obtiene del producto de la masa por la aceleración de gravedad y la Normal, fuerza de contacto físico, que se obtiene de apoyar una masa sobre una superficie y esta es perpendicular a la superficie.

La técnica utilizada para el aprendizaje en el cálculo de la aceleración de gravedad, con el uso del plano inclinado son los Mapas Conceptuales. Guerrero [1] los define como:

“... una presentación visual que contiene un resumen esquemático de la estructura cognoscitiva del individuo sobre un aspecto determinado. Dicha estructura consiste en un conjunto de conceptos relacionados y ordenados de una manera jerárquica”.

De acuerdo a esto, el mapa conceptual permite la secuencia lógica de los conceptos, en nuestro caso particular, conceptos relacionados con dinámica.

Teniendo como idea principal, el uso del plano inclinado para calcular la aceleración de la gravedad, fortaleciendo el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Otro recurso utilizado es la V de Gowin, con la finalidad de que los estudiantes aprendan a aprender.

Consiste en un diagrama en forma de V, en el que se representa de manera visual la estructura del conocimiento.

Aprendemos sobre ellos construyendo preguntas en base a conceptos y teorías (organizados previamente), que explican el comportamiento de fenómenos [1].

## III. MATERIALES Y MÉTODOS

Podemos determinar la constante de la aceleración de la gravedad por medio de un plano inclinado, en el cual se desliza un carrito, que está sostenido por un dinamómetro.

En él se puede ajustar el plano a diferentes inclinaciones; se obtiene la longitud variable  $L$ , hasta la altura constante  $h$ , ver Figura 1.

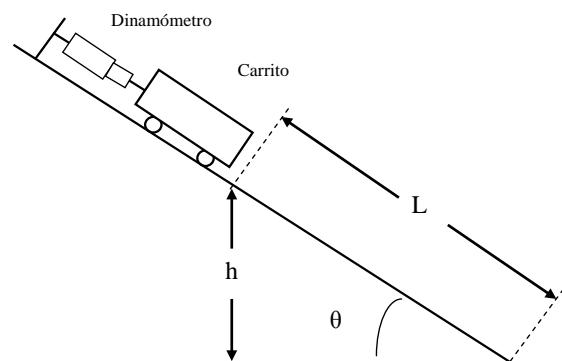
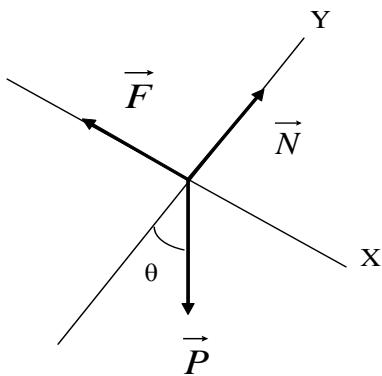


FIGURA 1. Se muestra el diagrama del montaje experimental.



**FIGURA 2.** Diagrama de cuerpo libre para el carrito en reposo.

De la Figura 2 podemos observar que en el carrito actúan las siguientes fuerzas:

- a.- El peso,  $P$ .
- b.- La normal  $N$  de la masa sobre el plano inclinado.
- c.- La fuerza  $F$  que registra el dinamómetro.

Usando la Segunda Ley de Newton ( ) obtenemos las ecuaciones de movimiento del sistema carrito-dinamómetro-plano inclinado-tierra.

$$\sum F_x = F - mg \sin \theta = 0, \quad (2)$$

$$\sum F_y = N - mg \cos \theta = 0. \quad (3)$$

De la ecuación (2) podemos obtener:

$$F = mg \sin \theta. \quad (4)$$

Por la geometría del plano se tiene que:

$$\sin \theta = \frac{h}{L}. \quad (5)$$

Sustituimos en ecuación (4) para finalmente tener que:

$$F = mgh \left( \frac{1}{L} \right). \quad (6)$$

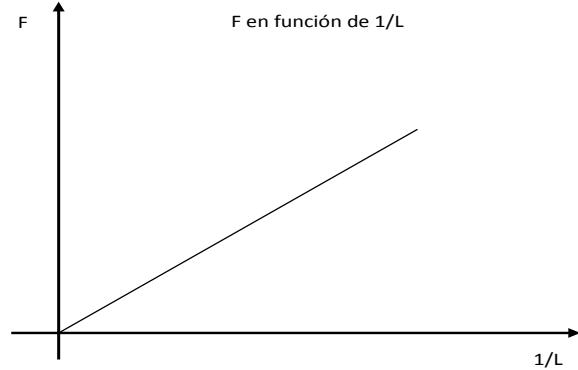
De acuerdo a la ecuación (6) podemos predecir que el gráfico del módulo de la tensión  $F$  en función del inverso de la longitud  $L$  tendrá un comportamiento lineal como se muestra en la siguiente Figura 3.

Cuya pendiente nos resulta:

$$\text{Pendiente} = mgh. \quad (7)$$

De esta manera poder obtener la aceleración de gravedad:

*Utilización del plano inclinado para determinar la aceleración de gravedad*

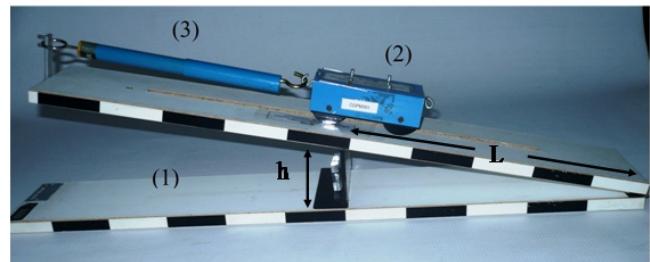


**FIGURA 3.** Se muestra la proyección gráfica de la fuerza en función del inverso de la longitud  $L$ .

$$g = \frac{\text{pendiente}}{mh}. \quad (8)$$

En la parte experimental se desarrollaron los siguientes pasos:

- 1.- Se realiza el siguiente montaje experimental:



**FIGURA 4.** Equipo utilizado en el experimento, del cual forman parte: (1) un plano inclinado, (2) carro, (3) dinamómetro.

- 2.- Se realizaron medidas del módulo de la fuerza  $F$  y la longitud  $L$ , con la cual se construyó la siguiente tabla de datos:

**TABLA I.** Medidas de la Fuerza ( $F$ ), longitud ( $L$ ) y el cálculo del inverso de la longitud ( $1/L$ ), con sus respectivos errores absolutos.

$(F \pm 0,01) \text{ N}$	$(L \pm 0,1) \text{ cm}$	$1/L (\text{m}^{-1})$	$\Delta(1/L) (\text{m}^{-1})$
0,14	35,0	2,86	0,008
0,17	30,0	3,33	0,011
0,20	25,0	4,00	0,016
0,25	20,0	5,00	0,025
0,34	15,0	6,67	0,044

Donde  $F$  es el módulo de la fuerza medida con el dinamómetro (que tiene una apreciación de 0.01N); la longitud  $L$  fue medida con una cinta métrica de una apreciación de 0.1 cm, y  $h$  se midió usando un vernier de 0.005 cm de apreciación. El error absoluto asociado al inverso de la longitud con:

$$\Delta \left( \frac{1}{L} \right) = \frac{\Delta L}{L^2}. \quad (9)$$

Se tomaron los siguientes datos adicionales:

$$m_{carrito} = (99,0 \pm 0,1) g, h = (5,200 \pm 0,005) \text{ cm}.$$

Donde:

$m_{carrito}$  es la masa del carrito y  $h$  es la altura del plano inclinado, la cual es fija.

Finalmente, se realizó un gráfico y por medio del cálculo de su pendiente se obtiene la aceleración de la gravedad, con sus respectivos errores.

#### IV. RESULTADOS

Se desarrolló el Mapa Conceptual para la representación gráfica del conocimiento necesario en el uso del plano inclinado, para calcular la aceleración de la gravedad. Esto permite impulsar al estudiante a involucrarse con los conceptos de dinámica, y a que “aprendan a aprender” de acuerdo con [9].

También se elaboró la V de Gowin, recurso que se utilizó en la investigación. Además, se obtuvieron los gráficos de la fuerza que registra el dinamómetro, en función del inverso de  $L$  (Figura 5), en este gráfico se muestra la naturaleza lineal de la relación. Para esto se utilizan los datos de la Tabla I, la Figura 5 fue obtenida utilizando el software libre *qtiplot* [10], que permite la visualización y análisis de datos científicos, determinando la siguiente ecuación:

$$F\left(\frac{1}{L}\right) = 0,05172(Nm)\frac{1}{L} - 0,00613(N). \quad (10)$$

Donde, la pendiente  $a = (0,05172 \pm 0,00098) \text{ Nm}$ , con un error porcentual de 1.9 %, con un coeficiente de correlación  $r=0,99857$ , que indica que los datos de la Tabla I y de la Figura 5 presentan una dependencia lineal entre sus variables.

El error absoluto de la aceleración de la gravedad se calculó por medio de:

$$\Delta g = g \left( \frac{\Delta \text{pendiente}}{\text{pendiente}} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta h}{h} \right). \quad (11)$$

Y la constante de la gravedad a través de la Ecuación (8):

$$g = (10 \pm 0,2) \text{ m/s}^2.$$

El error absoluto y el porcentual de la pendiente tienen una precisión aceptable de acuerdo con los instrumentos utilizados y la constante de la gravedad, con una exactitud del 2 % de discrepancia con respecto al valor tabulado de  $9,80 \text{ m/s}^2$  [8].

#### V. CONCLUSIONES

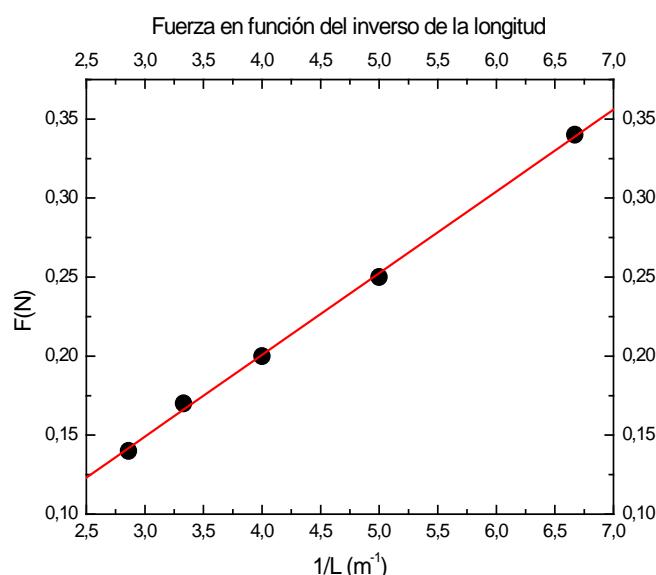
Este montaje experimental del plano inclinado, ofrece ventajas en la toma de datos y sus respectivos cálculos por una fácil implementación y poco requerimiento de tiempo para su realización; además, no es necesaria la utilización de complejos y sofisticados aparatos electrónicos.

Se logró determinar la aceleración de la gravedad dentro de un rango de  $9,8$  a  $10,2 \text{ m/s}^2$  con un error porcentual del 2 %.

Se consiguió comprobar la linealidad de la expresión matemática (6), fuerza en función del inverso de la distancia, como es predicha por la dinámica.

Este trabajo permite que el estudiante se involucre en la realización experimental.

Se cumplió con el objetivo que los estudiantes lograran recrear por medio del experimento el funcionamiento del plano inclinado, la realización de diagramas de fuerzas, la aplicación de la Segunda Ley de Newton, lo que desde el punto de vista educativo facilitó elaborar un mapa conceptual (Figura 6) y una V de Gowin (Figura 7); logrando centrar su atención en la comprensión de las Leyes de Newton y obtener un mayor aprendizaje significativo.



**FIGURA 5.** Fuerza ( $F$ ) en función del inverso de la distancia ( $1/L$ ), la línea roja representa el ajuste de la Ec. (1).

#### AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Centro de Investigaciones Agrícolas, Biológicas, Educativas y Sociales del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad de Los Andes, por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo y a los estudiantes de la asignatura Laboratorio de Física General del Núcleo Universitario “Rafael Rangel” de la Universidad de Los Andes.

## REFERENCIAS

- [1] Guerrero, L., *Estrategias para un aprendizaje significativo-constructivista*, Enseñanza **15**, 29-50 (1997).
- [2] Pardo de Santayana, J., *Grandes protagonistas de la humanidad: Galileo*, (Editora Cinco, Bogotá, 1985).
- [3] Figueroa D., Guerrero L. y otros, *Laboratorio de Física I*, (Equinoccio USB, Caracas, 2004).
- [4] Armando, G. H., Santana Urueña W., *Plano inclinado con cuatro sensores*, *Scientia et Technica* (Universidad Tecnológica de Pereira) **16** (2010). ISSN 0122-1701.
- [5] Calderón, S., Núñez, P. & Gil, S., *Estudio cinemático del movimiento de cuerpos que ruedan por un plano inclinado*, Lat. Am. J. Phys. Educ. **3** (2009).

*Utilización del plano inclinado para determinar la aceleración de gravedad*

- [6] Arias, F., *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica*, 5th Ed. (Episteme, Caracas, 2006).
- [7] Parker S., *Diccionario McGraw Hill de Física, Tomo II*, (McGraw Hill, México, 1991).
- [8] Serway R. y Jewett J., *Física para Ciencias e Ingeniería, Vol. 1*, (International Thomson Editores, México, 2005).
- [9] Cadenas I., *Mapa conceptuales y la estructuración del saber. Una experiencia en el área de educación para el trabajo*. Educere **17**, 9-27 (2002).
- [10] Vasilief, I., *Qtiplot, versión 0.9.8.* (2004-2010). Disponible en: <http://soft.proindependent.com/qtiplot.html>, Consultado el 9 de junio de 2014.