



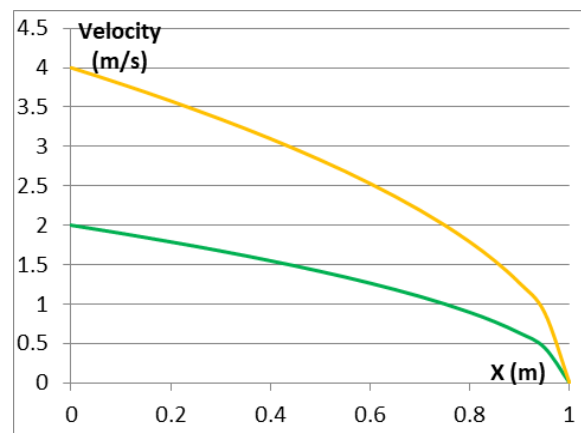
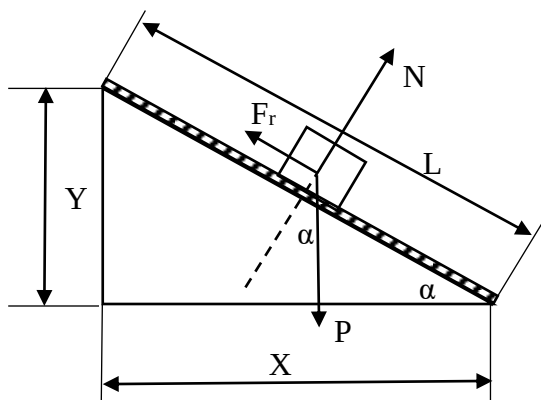
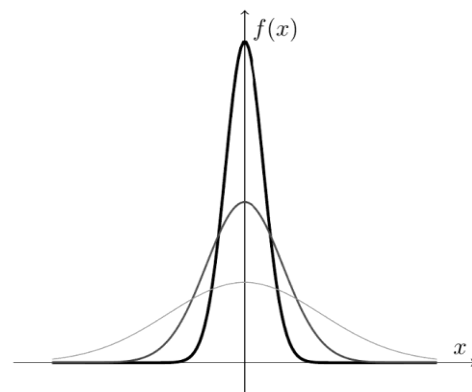
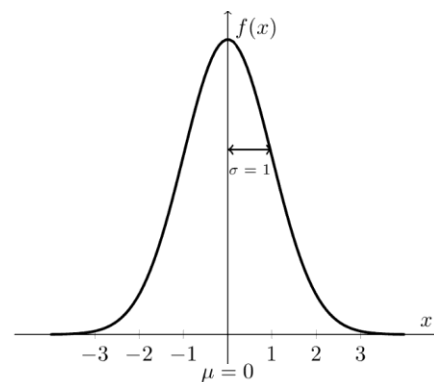
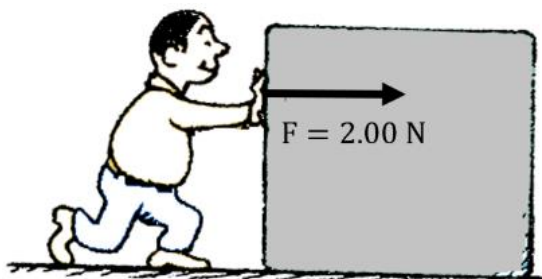
LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

www.lajpe.org

Volume 19

Number 3

September 2025



A publication sponsored by the Latin American Physics Education Network
and the Institute of Science Education



LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Electronic version of this journal can be downloaded free of charge from the web-resource:

<http://www.lajpe.org>

Production and technical support

R. Bourbaki

r.bourbaki@gmail.com

Latin American Journal of Physics Education is indexed in:

DOAJ

Dialnet

latindex

EBSCO
PUBLISHING

INDEX  COPERNICUS
INTERNATIONAL

EDITORIAL POLICY

Latin American Journal of Physics Education (LAJPE) is a peer-reviewed, electronic international journal for the publication of papers of instructional and cultural aspects of physics. Articles are chosen to support those involved with physics courses from introductory up to postgraduate levels.

Papers may be comprehensive reviews or reports of original investigations that make a definitive contribution to existing knowledge. The content must not have been published or accepted for publication elsewhere, and papers must not be under consideration by another journal.

This journal is published quarterly (March, June, September and December), by the Latin American Physics Education Network (LAPEN) and the Institute of Science Education. Manuscripts should be submitted to boubarkic@gmail.com or lajpe@lapen.org.mx. Further information is provided in the "Instructions to Authors" on www.lajpe.org

Direct inquiries on editorial policy and the review process to: César Mora and C. Bourbaki, Editors in Chief, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba), calle 154 No. 12906 entre 129 y 133 Reparto Reynold García, Matanzas, Cuba CP 40100. Phone: 53 45 265794

ISSN 1870-9095

Copyright © 2025 Latin American Physics Education Network. (www.lajpe.org)

INTERNATIONAL ADVISORY COMMITTEE

Ann-Marie Pendrill, Göteborgs University (Sweden)
Bayram Akarsu, Erciyes University (Turkey)
Carl Wenning, Illinois State University (USA)
Diane Grayson, Andromeda Science Education (South Africa)
David Sokoloff, University of Oregon (USA)
Dean Zollman, Kansas State University (USA)
Freidrich Herrmann, University of Karlsruhe (Germany)
Hiroshi Kawakatsu, Kagawa University (Japan)
Jorge Barojas Weber, Universidad Nacional Autónoma de México (México)
Laurence Viennot, Université Paris 7 (France)
Marisa Micheli, University of Udine (Italy)
Marco Antonio Moreira, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Brazil)
Minella Alarcón, UNESCO (France)
Orhan Karamustafaoğlu, Amasya University, (Turkey)
Pratibha Jolly, University of Delhi (India)
Ton Ellermeijer, (Netherlands)
Verónica Tricio, University of Burgos (Spain)
Vivien Talisayon, University of the Philippines (Philippines)

EDITORIAL BOARD

Deise Miranda, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)
Eduardo Moltó, Instituto Superior Pedagógico José Varona (Cuba)
Eduardo Montero, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador)
Josefina Barrera, Universidade do Estado do Amazonas (Brasil)
Julio Benegas, Universidad Nacional de San Luis (Argentina)
Leda Roldán, Universidad de Costa Rica (Costa Rica)
Celso Ladera, Universidad Simón Bolívar (Venezuela)
Nelson Arias Ávila, Universidad Distrital, Bogotá (Colombia)
Octavio Calzadilla, Universidad de la Habana (Cuba)
Ricardo Buzzo Garrao, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)
Zulma Gangoso, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina)

EDITOR-IN-CHIEF

César Mora, Instituto Politécnico Nacional (México)

ASSOCIATED EDITOR

Josip Slisko, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)
Carlos Bourbaki, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (Cuba)

LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS EDUCATION

Volume 19, Number 3, September 2025

CONTENTS/CONTENIDO

Papers/Artículos

Elementos de reflexión para el desarrollo de la semiótica en la física, a partir de la semiótica en las matemáticas y del lenguaje. Parte II Rubén Sánchez Sánchez	3301
Spherical approach to Maxwell-Boltzmann distribution law of velocities Fajal Ali Shaikh	3302
Moment of inertia of fundamental particles based on analogy Dulli Chandra Agrawal	3303
Something else about what is not usually told in problems of inclined planes with friction Adrián H. Buep, Fernando S. Fernandez	3304
¿Cómo representan la Física los futuros docentes? Un análisis de palabras e imágenes Erica Gabriela Zorrilla, Claudia Alejandra Mazzitelli	3305
Resolviendo $dv/dt=\delta(t), v(0)=0$: Una propuesta pedagógica desde la física y la matemática avanzada Ranferí Gutiérrez, María Sigüenza	3306
Response to departures: a universal indicator Nachieketa K Sharma, Deepak K Pattanaik	3307
Machine learning in astrophysical cosmology: Education beyond the dominion of Big Techs Nilo Serpa	3308

Elementos de reflexión para el desarrollo de la semiótica en la física, a partir de la semiótica en las matemáticas y del lenguaje. Parte II

EDVCATIO PHYSICORVM



ISSN 1870-9095

Rubén Sánchez Sánchez

Centro de Investigación en Ciencia Avanzada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Legaria. Calzada Legaria No. 694, Colonia Irrigación, Alcaldía Miguel Hidalgo, C.P. 11,500. Ciudad de México, México

E-mail: rsanchezs@ipn.mx

(Recibido el 2 de mayo de 2025, aceptado el 15 de agosto de 2025)

Resumen

En la siguiente reflexión podemos ver algunos conceptos de la semiótica y posteriormente lo conectamos con el proceso de enseñanza escolar, y posteriormente se propone un mecanismo teórico que nos puede servir para entender cómo el uso de los signos, los registros semióticos y su interacción entre sí puede ser usado en la explicación del proceso cognitivo. Este mecanismo es necesario, para poder comprender cómo se pueden comprender posibles metodologías, donde se contemple el uso de la semiótica y los registros semióticos para que los estudiantes puedan aprovecharlos y usarlos de manera eficiente y conveniente para mejorar su proceso de aprendizaje. La tarea del docente sería el diseño de material didáctico que contemple el uso inteligente de la semiótica y los registros semióticos, de una forma que promueva un estilo de aprendizaje activo y efectivo de los estudiantes. En particular, queremos aplicar este esquema en la enseñanza de la física, aprovechando los conceptos que ha utilizado Duval para el aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: Semiótica, registros semióticos, física, matemáticas.

Abstract

The following reflection will explore some semiotics concepts and later connect them with school education. The aim is to propose a theoretical mechanism that can help us understand how signs and semiotic records interact with each other to explain cognitive processes. This mechanism is necessary to understand possible methodologies where the use of semiotics and semiotic records is considered, so that students can take advantage of them to improve their learning process efficiently and effectively. Teachers would then design teaching materials that promote the intelligent use of semiotics and semiotic records to encourage active and effective learning. Specifically, we intend to apply this approach to physics teaching, building on Duval's concepts for learning mathematics.

Keywords: Semiotics, semiotic registers, physics, mathematics.

I. INTRODUCCIÓN

En la primera parte de este estudio teórico, revisamos las características básicas de la semiótica, y de los símbolos. En esta parte de la revisión vamos a analizar cómo la semiótica y los registros semióticos pueden funcionar en el proceso cognitivo de los estudiantes.

Aprovechando esta aproximación teórica, y la experiencia de Duval con la enseñanza de las matemáticas, podemos realizar un esquema de cómo funciona el proceso cognitivo, con el uso de los registros semióticos.

Este entendimiento nos puede dar un esquema que se puede usar para la proposición de cómo una metodología didáctica puede combinarse con la dinámica de los registros semióticos para que el estudiante pueda aprovechar las virtudes de la semiótica, y estimular un aprendizaje mejor, de los conceptos que se manejen en clase, y en particular para que el estudiante pueda asimilar y aprender los conceptos activos de los procesos físicos que estudian.

II. EL DESARROLLO CLÁSICO DE LA SEMIÓTICA

Charles Sanders Peirce es el padre de la semiótica que es la teoría filosófica del significado y la representación. Todo en cuanto existe, posee un significado y por lo tanto es un signo que puede ser representado y mediante esta representación puede conducir a la mente humano a un nuevo pensamiento que puede, en ciertas condiciones construir un nuevo conocimiento [1, 2, 3].

Piaget hablaba acerca de las representaciones mentales, que cada persona genera acerca del medio donde vive, y las interpreta adueñándose de ella, para un futuro uso como conocimiento adquirido. De ahí se habla de una estructura cognitiva interna ya instalada en las personas.

Según Saussure [4] dentro de la semiótica y en el estudio del signo hay que distinguir entre dos elementos que conviven en él, estos son el “significante” y el “significado”, hay que mencionar que Saussure es uno de los estudiosos de

la semiótica y su papel dentro del sistema lingüístico del ser humano, según Saussure [4] hay objetivos lingüísticos que conviene recalcar:

- Explicar el desarrollo histórico de las lenguas.
- Hallar las leyes generales que preceden a los fenómenos particulares.
- Darse a entender y definir la Ciencia.

Con Saussure la lengua pasa a ser el espectro social del habla individual y es la capacidad de expresar sentimientos, pensamientos, ideas y opiniones de las personas. Los signos son el vehículo que utiliza la lengua para poder transmitir estas ideas a través del tiempo, haciendo las narrativas más perdurables, siempre y cuando, las transcripciones y/o duplicados se realicen con cuidado y fidelidad.

Peirce introdujo el concepto de pragmática semiótica, desde el cual puede verse uno de los primeros esfuerzos por llevar al ámbito educativo los conceptos y principios que se manejan en la semiótica, para practicarlas en el aula. También y gracias a él se estableció lo que se conoce en semiótica como el triángulo donde está la llamada triada del signo, que puede verse como una mejora de la dualidad presentada por Saussure y establecida por el significante y el significado.

El interpretante es importante dentro de esta triada, porque según la persona que percibe el signo, puede tener una u otra idea o representación interna mental, cuando el mecanismo de valoración de la persona entra en acción. El signo evoluciona a lo largo del tiempo, de acuerdo con los interpretantes que entren en acción cada vez que haya que ponderar un signo, así es como hay una dinámica de cambio ligada al signo dentro de la semiótica.

El signo según Peirce [5] está conformado por tres elementos esenciales: “Representamen” similar al significante de Saussure, el “objeto” que es aquello a lo que se refiere el signo y el “interpretante” que es la representación mental de una persona cuando ve o escucha al signo. Véase la figura 1.

Para precisar: El representante es la representación de algo, ósea es el signo de la teoría semiótica. El interpretante lo que se produce en la mente de la persona gracias al representante. El objeto, es aquello a lo que se refiere el representante [6].

Así, la semiótica tuvo principalmente dos expositores tempranos Peirce y Saussure [7]; posteriormente, Duval recoge las ideas de Piaget [8] y de Peirce, dándoles un nuevo sentido y significado práctico en lo que conocemos como la semiótica aplicada a la educación de las matemáticas.

III. TIPOS DE TRANSFORMACIONES DE REGISTROS SEMIÓTICOS

Los registros semióticos son auxiliares en el conocimiento y entendimiento de varios aspectos y propiedades de las Matemáticas, y también de la Física. Para poder aprovecharlos, es necesario también tomar en cuenta las relaciones que se pueden tener entre diferentes registros y con los mismos registros por sí mismos. Esto será importante, en

la medida en que entendamos cómo estos juegan un papel primordial dentro de los procesos cognitivos.

De hecho, el ser humano, se distingue por la manera en cómo inventa, diseña y utiliza distintos registros en su comunicación, para transmitir ideas, sentimientos y propósitos, y también para preservar información; sin los sistemas de signos avanzados, muchos de los conocimientos de la humanidad se habrían perdido en el tiempo.

Regresando a nuestro punto, la mente humana puede ejercer ciertas acciones sobre los registros semióticos, ya sea sobre sí mismos, o sobre otro registro semiótico, éstas las llamó Duval, transformaciones. Existen dos tipos importantes: Las transformaciones de registros semióticos sobre sí mismos que tienen diferentes representaciones de una misma identidad, que se llaman tratamientos, y las transformaciones de diferentes registros semióticos que representan diferentes representaciones y se pueden relacionar con algún concepto o fenómeno natural, y estas se llaman conversiones.

Tanto los tratamientos como las conversiones son de vital importancia dentro de la teoría de Duval y juegan un papel importante para comprender como éstas intervienen dentro de los procesos cognitivos de pensamiento.

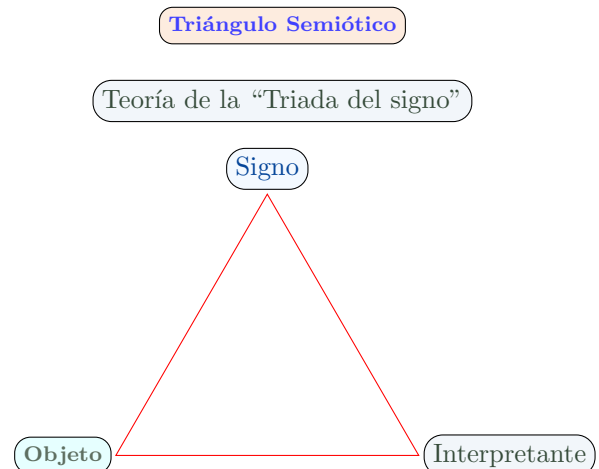


FIGURA 1. La triada del signo. Se muestran los tres componentes de la triada de Peirce para el signo.

Esto nos ayudará a entender mejor el aspecto teórico, que se debe de tener en cuenta en la educación, ya sea de las Matemáticas o de la Física. En la figura 2 se ilustran los tipos de transformaciones semióticas de Duval. Según el autor, es importante comprender la forma en como los registros semióticos se transforman, cuando las personas tratan de asimilar y comprender un nuevo concepto. Conceptos que de alguna forma las podemos ver como si fueran nuevas estructuras internas de conocimiento.

El hecho de que los registros sufren transformaciones, también es fundamental para comprender las relaciones que tienen, y si dichas relaciones son lógicas y se pueden mantener como principios básicos, dentro de una disciplina.

Los principios básicos de una disciplina son fundamentales para dominarla y comprenderla, además a partir de ellas se pueden derivar nuevos principios o

conocimientos. Esto es particularmente cierto, en las matemáticas. En la física, esto es a veces suficiente, y a veces, se necesita el apoyo adicional del experimento. La matemática es un campo de conocimiento exacto, y lógico, mientras la física, siempre trata de describir la realidad y

tratar de hallar las leyes que rigen el comportamiento de los fenómenos naturales, y siempre dando evidencia y pruebas que sean racionales y que tengan el suficiente grado de confiabilidad.

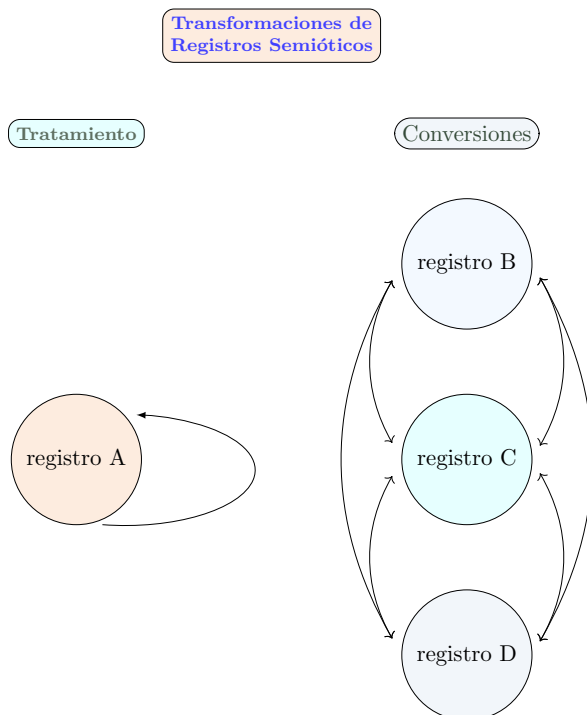


FIGURA 2. Tipos de transformación. Se muestran los tipos de transformación que puede haber entre registros semióticos, según la teoría de Duval.

IV. ELEMENTOS FUNCIONALES DE LA SEMIÓTICA

Existen dos partes que juegan o se interrelacionan dentro del campo del estudio de la semiótica y que es importante distinguir y que entran dentro del fenómeno de la aprehensión humana: la “semiosis” y la “noesis”.

La “semiosis” es la parte de la aprehensión de las representaciones semióticas, es decir, es la aprehensión que trata sobre la producción y preparación de un registro semiótico. Y la “noesis” que se refiere a la aprehensión conceptual de los objetos representados y por lo tanto trata de los actos cognitivos [9]. Según Duval parece que la noesis es independiente de la semiosis y vendría guiándola y dirigiéndola, y sería el eje sobre el cual se debe de manejar el funcionamiento de la semiosis. Es de fundamental importancia conocer esta diferencia para poder elaborar un trabajo útil desde el punto de vista de la didáctica y de la psicología.

La semiosis entra en una dinámica o relación entre lo que sería la configuración percibida por el sujeto a través de un signo y la configuración evocada que aterriza en el significado al que alude al signo. En cambio, para la noesis interna de cada persona, después de interpretar el mensaje, este puede tener una connotación positiva o negativa, que se acomoda de acuerdo con el conocimiento previo del sujeto.

Piaget nos mostró un esquema de pensamiento humano, donde los conocimientos son estructuras internas de pensamiento, y estas se “acomodan” con estímulos provocados por eventos externos, que discrepan de la información ya previamente guardada por las personas. Y es en este proceso de acomodación, que se da el proceso del aprendizaje, construyéndolo a partir de la estructura antigua y adaptando el nuevo conocimiento al antiguo. Como se observa, Piaget en 1969 tiende a excluir la lengua de toda actividad intelectual matemática, y sólo con las ideas de Vygotsky en 1985 la lengua se reintegra en el proceso [9, pag. 19].

Según Duval en todo conocimiento matemático, se guía el conocimiento a través de dos ideas para descubrir la potencia cognitiva y creadora de la lengua natural. La primera idea [9, cap. 2] tiene que ver con cuatro niveles de organización discursiva de la lengua:

- La función referencial de designación de objetos.
- La función apofántica de expresión en enunciados completos.
- Expansión discursiva del enunciado.
- La función de reflexividad.

La segunda idea tiene que ver con la producción de la expresión, exceptuando la expresión producida.

En la siguiente sección explicaremos cómo estos elementos son los eslabones necesarios para poder comprender cómo la semiótica, influye en la educación, y cómo ella es necesaria para comprender la acción y el efecto que tiene dentro de la construcción de las estructuras del conocimiento. El autor quiere, así, tener y explicar una versión teórica de cómo funciona la semiótica en el aprendizaje de las personas.

V. TRABAJO EN LA EDUCACIÓN Y EN LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Debemos decir que aquí, aunque el trabajo de Duval [9] se enfocó a la aplicación de la semiótica en la didáctica de las matemáticas, bien podría traerse y adaptarse a otros campos del conocimiento como lo es la física. En este respecto lo que hemos aprendido del desempeño de la semiótica para apoyar los procesos cognitivos en matemáticas, igualmente se puede percibir para aplicarlos a la enseñanza de la física.

Es de esta forma en cómo podemos rescatar los registros semióticos de la matemática y utilizarlos en los

conocimientos de la física, con el fin de adaptar estos registros para mejorar el aprendizaje de conceptos físicos. Esto se justificaría dada la demanda de la sociedad en la formación de nuevas personas trabajadoras, que apliquen sus conocimientos de la física en el ámbito laboral.

VI. APLICACIÓN PARA EL DOMINIO DE CONCEPTOS DE LA FÍSICA

Así como el funcionamiento cognitivo que opera en la actividad intelectual del pensamiento matemático, depende de los registros de representación semiótica.

Deben de existir los correspondientes registros semióticos que cooperan, para la transformación de las estructuras del conocimiento físico en nuevo conocimiento.

Luego hay una obra de la semiosis y el pensamiento humano que otorga el empleo del lenguaje natural para poder transformar los conocimientos previos en estructuras de pensamiento nuevo, que logren construir los nuevos conceptos de la física, ya sea ésta la clásica o la moderna, en la mente humana.

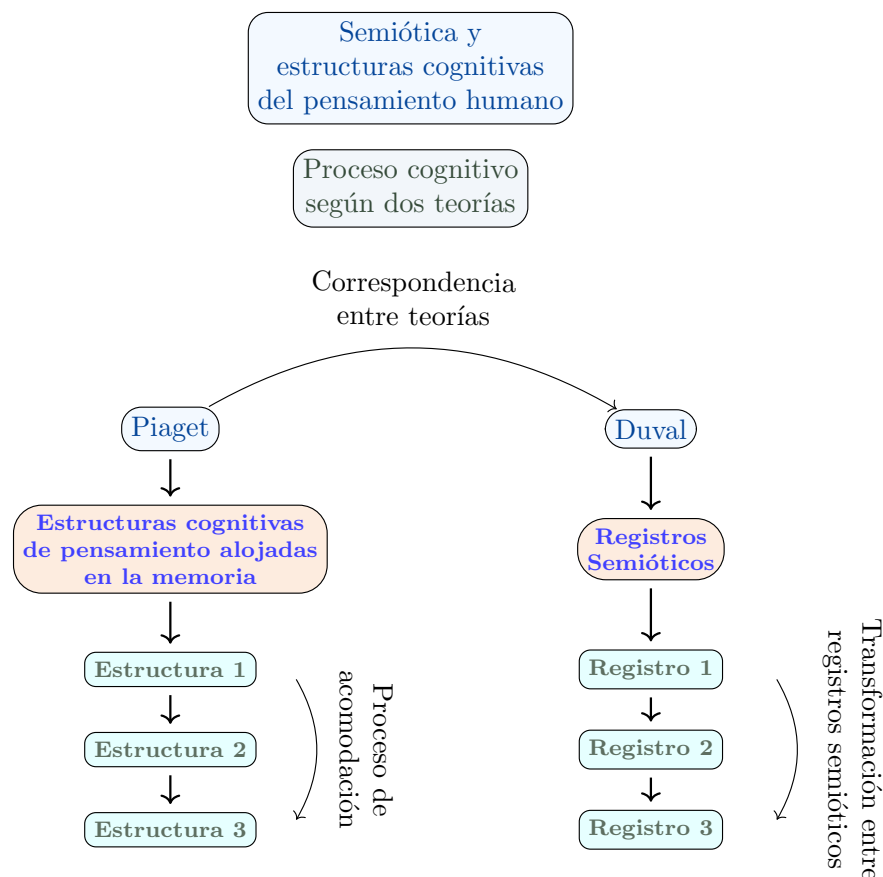


FIGURA 3. Semiótica y estructuras cognitivas del pensamiento. Correspondencia entre dos aproximaciones teóricas del proceso de aprendizaje en las personas, explorada desde la argumentación de Piaget, y posteriormente analizada desde la perspectiva de los registros semióticos de Duval.

Así como existe una transformación de estructuras de conocimiento dentro de la teoría de Piaget, debe de existir

una transformación similar en el campo de la semiótica que se corresponda con el proceso de acomodación de Piaget.

Dentro de las representaciones del significado debe entonces existir un proceso de cambio, para utilizar estas ideas de la mejor forma, el autor de este escrito piensa que la correspondencia se da en el terreno de los registros semióticos, de esta forma debemos de utilizar el concepto de transformación entre los registros semióticos que hay y se utilizan en la física, para poder explicar los procesos de cambio y transformación cognitiva en el campo de la física, los fenómenos naturales y la obtención de la comprensión de los conceptos más profundos y elementales de la física.

VII. CORRESPONDENCIA ENTRE REGISTROS SEMIÓTICOS DE DIFERENTES CAMPOS DEL CONOCIMIENTO HUMANO

Así, que debe de haber una transformación de registros semióticos para el principio de conservación de la energía, otra para el principio de la conservación del momento lineal y aún otra para el principio de la conservación del momento

angular, tanto dentro de la mecánica clásica como de la cuántica.

Desde el punto de vista de la física, es necesario comprender y utilizar conceptos y métodos estandarizados a través de formalismos que van desde la descripción del problema con lagrangianos o hamiltonianos, hasta descripciones punto a punto como la que se revisa a través del formalismo newtoniano de la mecánica clásica. Utilizando las herramientas que se ofrecen desde la semiosis, las diferentes representaciones de objetos, campos, fuerzas, vectores y parámetros con los registros semióticos múltiples y manejando sus dos clases de transformaciones: (los tratamientos y las conversiones); se pueden emplear, para llegar a la “comprensión” de los conceptos involucrados y los mecanismos de funcionamiento natural que subyacen a las leyes físicas expresadas, desde luego, con los registros semióticos de sus ecuaciones matemáticas.

Debemos entonces entender, en este punto que las relaciones entre registros semióticos matemáticos y físicos, son y están estrechamente relacionados entre sí.

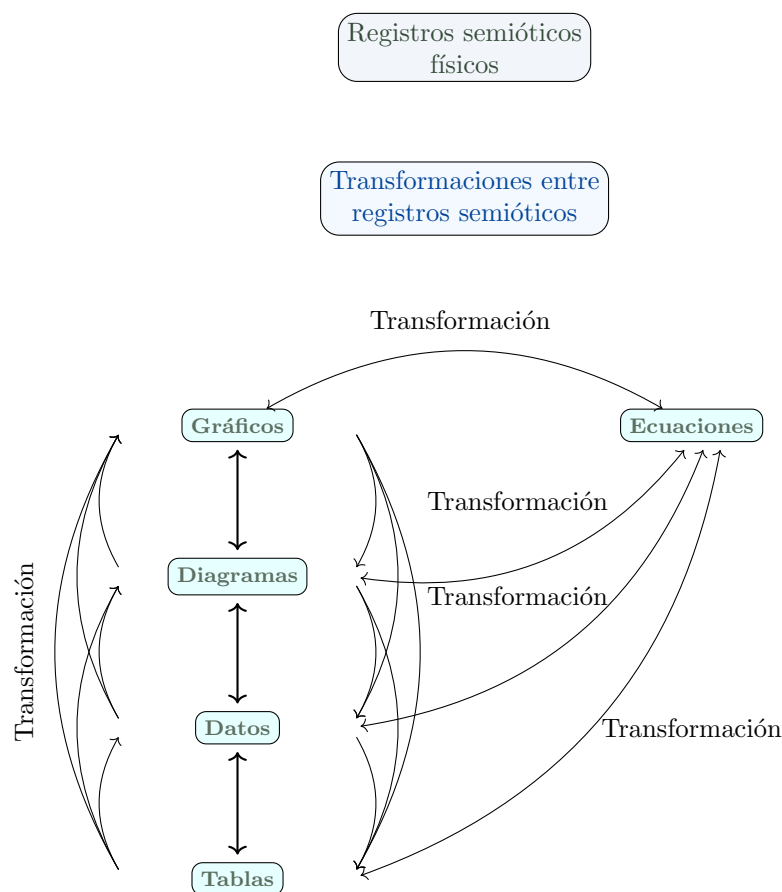


FIGURA 4. Transformaciones entre registros. El alumno debe de conseguir realizar varias transformaciones entre diferentes registros semióticos con interpretación Física, y esto sería esencial para comprender el proceso cognitivo en la Física. Las flechas representan dichas transformaciones.

Por ende, podemos extrapolar el trabajo que Duval ha hecho con la teoría semiótica en matemáticas, al caso en que se usa en física, donde cada registro en lugar de representar sólo números, sumas u otro ente matemático, ahora puede

representar corriente eléctrica, voltaje, rapidez, presión, volumen, campo de inducción magnética, temperatura, curvatura espacio-temporal, etcétera, dependiendo del contexto físico que se esté estudiando, y manejando cada

registro con cuidado y observando las relaciones que tienen de acuerdo a las ecuaciones de campo o de movimiento en turno. De esta forma podemos establecer un análisis semio-cognitivo adecuado a las ciencias físicas, muy similar a los análisis semio-cognitivos matemáticos originales de Duval.

El éxito del trabajo entre las relaciones dependerá de nuestra imaginación para aplicar los conceptos que en matemáticas se manejan en representaciones de objetos en física, realizando, como ya dijimos antes, una translación de las funciones cognitivas matemáticas a las físicas. Esto no debería ser difícil, dado que la herramienta representativa de la física teórica subyace sutilmente en el lenguaje matemático, de las ecuaciones de estado, de movimiento o de la dinámica de los diferentes contextos naturales.

VIII. CONCLUSIONES

En su libro, Duval [9] acierta que toda su obra sobre la semiótica la ha escrito con el afán de ubicar las causas de las dificultades recurrentes de los alumnos e indagar a partir de su trabajo qué actividades se pueden desarrollar en el salón de clases, y esto no con el fin de ubicar la comprensión local, sino para lograr que el alumno sea autónomo en su adquisición de nuevos conocimientos. Esto mismo pretendemos lograr aquí, pero trasladado y adaptado para las necesidades del aprendizaje de los conceptos de la física fundamental. Y una vez conseguido esto, formar un criterio teórico y práctico para cimentar los criterios científicos que el alumno requerirá para un trabajo posterior de investigación en el desarrollo de nuevos conocimientos de la física básica. O alternativamente, después de la consolidación de los conocimientos básicos, que el alumno encuentre las aplicaciones prácticas que le permitan su desarrollo intelectual dentro de la ingeniería o el desarrollo del soporte de infraestructura, que sirva a los propósitos de nuestras sociedades.

AGRADECIMIENTOS

El autor de este escrito quiere agradecer el apoyo recibido en la elaboración de este artículo a la SECIHTI por el proyecto IH-2025-I-125, titulado “Aprendizaje basado en Proyectos y

Problemas en la enseñanza de la Física”, y al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo recibido con el proyecto SIP 20253853 titulado “Representaciones semióticas y su efecto en el aprendizaje de la ley de Ohm mediante el aula invertida”.

REFERENCIAS

- [1] Aprendemos de todo. Teoría de registros de representación semiótica de Reymond Duval - #pedagogia. [Video de 2020]. YouTube. <<https://www.youtube.com/watch?v=txqISp04Ajl>>, consultado el 3 de abril de 2025.
- [2] Espanhol EAD. Semiología, Semiótica y Signo Lingüístico. [Video de 2015]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=BS_C-11bHCQ>, consultado el 2 de abril de 2025.
- [3] Veliz, C., Semiología – Clase 01. [Video de 2020]. Youtube, <<https://www.youtube.com/watch?v=yiSdD0mDEh8>>, consultado el 1 de abril de 2025.
- [4] Rivera Díaz, A. G. Teoría lingüística Saussure, de 2022, <<https://lucaedu.com/teoria-linguistica-saussure/>>, consultado el 2 de abril de 2025.
- [5] Teoría de la comunicación I, de 2015, <<https://teoriasunam2203.weebly.com/triada-de-charles-peirce.html>>, consultada el 4 de abril de 2025.
- [6] Rivera Díaz, A. G. Teoría lingüística Saussure, de 2022, <<https://lucaedu.com/teoria-linguistica-saussure/>>, consultado el 2 de abril de 2025.
- [7] TeoCom. La Semiótica según Saussure y Peirce. [Video de 2023]. YouTube, <<https://www.youtube.com/watch?v=cpow2qgxu3k>>, consultado el 2 de abril de 2025.
- [8] Piaget, J., *La equilibración de las estructuras cognitivas: Problema central del desarrollo* (Siglo XXI Editores, Ciudad de México, México, 1978).
- [9] Duval, R. & Vega Restrepo, M. B. *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Colección Ciencias Sociales, Programa Editorial, 2da. Edición, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 2017).

Spherical approach to Maxwell-Boltzmann distribution law of velocities

EDUCATIO PHYSICORVM



ISSN 1870-9095

Fajal Ali Shaikh

*Principal & Head, Department of Physics, Jalangi High School (H.S),
Murshidabad, West Bengal, India.*

E-mail: speederindia@gmail.com

(Received 22 November 2022, accepted 13 August 2025)

Abstract

Maxwell in 1860 derived first the law of distribution of velocities of idealized gases in thermodynamic equilibrium applying probabilistic method. Later, in 1870s, Boltzmann succeeded to investigate into the physical origins of the distributions of velocities. Herschel in 1850 and Maxwell both scientists made similar assumptions of spherical symmetry of the distribution. Here, our consideration of spherical symmetry of velocity-vectors of ideal gas molecules and probabilistic attempts lead simply to the distribution law of velocities.

Keywords: Statistical Theories of atomic and molecular collisions, Thermodynamics.

Resumen

En 1860, Maxwell derivó por primera vez la ley de distribución de velocidades de gases idealizados en equilibrio termodinámico aplicando el método probabilístico. Posteriormente, en la década de 1870, Boltzmann logró investigar los orígenes físicos de las distribuciones de velocidades. En 1850, Herschel y Maxwell, ambos científicos, formularon suposiciones similares sobre la simetría esférica de la distribución. En este caso, nuestra consideración de la simetría esférica de los vectores de velocidad de las moléculas de gas ideal y los intentos probabilísticos conducen simplemente a la ley de distribución de velocidades.

Palabras clave: Teorías estadísticas de colisiones atómicas y moleculares, Termodinámica.

I. INTRODUCTION

James Clerk Maxwell's propositions and introduction of probabilistic method into Kinetic Theory of Gases succeeded first to derive the velocity distribution law. Herschel and Maxwell both made three main similar assumptions-existence of a distribution of deviations, probabilistic independence of rectangular deviations and spherical symmetry of the distribution. The last one is the key of this spherical approach to the velocity distribution law.

II. THEORY/MATHEMATICAL MODEL

We consider an ideal gas in a vessel at thermodynamic equilibrium temperature (T) consisting of a large number of molecules with all possible velocities ranging from zero to infinity. Let ' n ' be the number of molecules/particles per unit volume of the ideal gas. We draw $C_1, C_2, C_3 \dots C_n$ as the velocity vectors for the n molecules about the origin (O). Such kinetic arrangement of velocities of molecules has spherical symmetry.

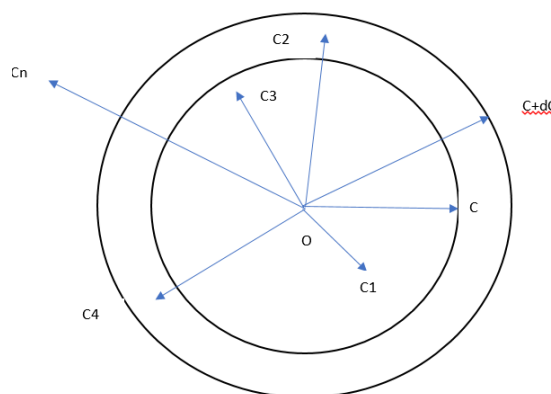


FIGURE 1. Kinetic arrangement of of velocities.

We assume an elementary spherical space between two concentric spheres of radii c and $c+dc$ about the origin (O) [Fig-1]. The volume of his element is

$$dV = 4\pi c^2 dc . \quad (1)$$

If n_c be the number of molecules having velocity c then the number of molecules having velocities lying between c and $c + dc$ is given by, $dn_c = n_c dc$ and their velocities are distributed in a spherical symmetry. Therefore, point density of velocity vectors at any point in the assumed elementary space is given by, $n_p = dn_c/dV = n_c dc/4\pi c^2 dc = n_c/4\pi c^2$ and hence,

$$n_p/n = (1/4\pi)(n_c/n)(1/c^2) = (1/4\pi)a_1 f(c^2) = a^3 f(c^2), \quad (2)$$

where a_1, a are constants and $f(c^2)$ is a function of c^2 . This gives the probability of a molecule to have velocity lying between c and $c+dc$. Now $dn_c/dV = n_p = na^3 f(c^2)$ i.e. $dn_c = na^3 f(c^2)dV$ i.e.

$$dn_c = 4\pi na^3 f(c^2) c^2 dc. \quad (3)$$

Now total number of molecules:

$$\int_0^\infty dn_c = \int_0^\infty 4\pi na^3 f(c^2) c^2 dc = n,$$

or,

$$\int_0^\infty 4\pi a^3 f(c^2) c^2 dc = 1,$$

or,

$$2\pi a^3 \int_0^\infty f(c^2) c^2 dc = 1,$$

or,

$$\int_0^\infty f(c^2) (c^2)^{1/2} dc^2 = 1/2\pi a^3.$$

Putting $c^2 = z$, then as $c \rightarrow 0, z \rightarrow 0$ and $c \rightarrow \infty, z \rightarrow \infty$
So,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f(z)(z^{1/2}) dz &= \sqrt{\pi}/2 (a^2\pi)^{3/2}, \\ &= \sqrt{\pi}/2(b)^{3/2} \text{ [Where, } b = a^2\pi], \\ &= \Gamma(3/2)/(b^{3/2}), \\ &= \int_0^\infty e^{-bz}(z^{1/2})dz. \end{aligned}$$

Since dz is arbitrary and hence we have,

$$f(z) = e^{-bz} = e^{-bc^2} \text{ [where } c^2 = z].$$

Thus, we have $dn_c = 4\pi na^3 e^{-bc^2} c^2 dc$.

This is Maxwell's distribution law of speeds of gaseous molecules.

Computation of constants a and b :
We have mean squared velocity

$$\begin{aligned} \langle c^2 \rangle &= \int_0^\infty c^2 dn_c / n = \frac{1}{n} \int_0^\infty c^2 4\pi na^3 e^{-bc^2} c^2 dc \\ &= 4\pi a^3 \int_0^\infty e^{-bc^2} c^4 dc, \\ &= 4(a^2\pi)a \int_0^\infty e^{-bc^2} c^4 dc, \\ &= 4ab \int_0^\infty e^{-bc^2} c^4 dc \text{ [Putting } a^2\pi = b], \\ &= 2a \int_0^\infty e^{-bc^2} c^3 d(bc^2). \end{aligned}$$

We put $bc^2 = z$ then $c^2 = z/b$ and hence $c^3 = (z/b)^{3/2}$
 $= z^{3/2}/b^{3/2}$ and as $c \rightarrow 0, z \rightarrow 0$ and as $c \rightarrow \infty, z \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} \therefore \langle c^2 \rangle &= (2a/b^{3/2}) \int_0^\infty e^{-z} z^{3/2} dz \\ &= (2a/b^{3/2}) \Gamma(3/2 + 1) \\ &= (2/b^{3/2})(b/\pi)^{1/2} (3/2)(1/2)\Gamma(1/2) \\ &= (2/b^{3/2})(b/\pi)^{1/2} (3/2)(1/2)\pi^{1/2} \\ \text{[Putting } \Gamma(1/2) &= \pi^{1/2}] \\ &= 3/2b. \end{aligned}$$

Now from Pressure equation: $P = (1/3)\rho c^2 = (1/3)(mn/V) \langle c^2 \rangle$

Or,

$$\begin{aligned} PV &= (1/3)(mn) \langle c^2 \rangle \\ &= (1/3)(mn) (3/2b) \\ \text{Or, } nkT &= (1/3)(mn) (3/2b) \\ \text{Or, } b &= m/2kT \end{aligned}$$

And hence $a = (b/\pi)^{1/2} = (m/2\pi kT)^{1/2}$,

$$\therefore dn_c = 4\pi n(m/2\pi kT)^{3/2} \int_0^\infty e^{(-mc^2/2kT)} c^2 dc.$$

This is nothing but Maxwell's distribution law of speeds at thermal equilibrium T.

III. CONCLUSION

This spherical approach to Maxwell-Boltzmann distribution law based on the spherical symmetry of distribution of speeds and actual speeds, is easier to appreciate and to avoid long treatment. This Method may have scope in lower levels study of physical sciences.

REFERENCES

- [1] Franz Mandl, Statistician Physics, 2nd Edition (1988).
- [2] Mark W. Zemansky & Richard H. Dittman- Heat and Thermodynamics (7th Edition).
- [3] Raymond A. Segway; Jerry S. Faughn & Chris Vuille (2011) College Physics, Volume 1 (9th Edition).



Moment of inertia of fundamental particles based on analogy

Dulli Chandra Agrawal

Department of Farm Engineering, Institute of Agricultural Sciences,
Banaras Hindu University, Varanasi 221005, India.

Email: dca_bhu@yahoo.com

(Received 3 July 2025, accepted 27 August 2025)

Abstract

Analogy has been a powerful technique in physics to teach and derive useful results. At this point, in the relativistic free particle Hamiltonian $H = c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2$ proposed by Dirac, the first term $c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}$ describes the motion of the particle, while the second term βmc^2 is concerned with the properties at rest. The Hamiltonian H is linear in the momentum vector $\mathbf{p}$ and rest mass m terms. Dirac had introduced two operators $\boldsymbol{\alpha}$ and β , and he was successful in associating the first operator $\boldsymbol{\alpha}$ with the spin of the particle. On the basis of analogy, it will be shown in the present note that the second operator β is associated with the moment of inertia of the particle.

Keywords: Relativistic free particle Dirac Hamiltonian, spin, analogy, moment of inertia, mass, electron, positron.

Resumen

La analogía ha sido una técnica poderosa en física para enseñar y obtener resultados útiles. En este punto, en el hamiltoniano relativista de partículas libres $H = c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2$ propuesto por Dirac, el primer término $c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}$ describe el movimiento de la partícula, mientras que el segundo término βmc^2 se refiere a las propiedades en reposo. El hamiltoniano H es lineal en términos del vector de momento $\mathbf{p}$ y la masa en reposo m . Dirac introdujo dos operadores $\boldsymbol{\alpha}$ y β , y logró asociar el primer operador $\boldsymbol{\alpha}$ con el espín de la partícula. Basándose en la analogía, en esta nota se demostrará que el segundo operador β está asociado con el momento de inercia de la partícula.

Palabras clave: Hamiltoniano relativista de partículas libres, espín, analogía, momento de inercia, masa, electrón, positrón.

Analogy has been a powerful instrument to understand even apparently hard physics concepts amongst researchers, teachers, and students. Understanding how these analogies work is a rich area of physics education and research. For example, Coulomb's law is frequently taught as analogous to Newton's law of gravitation, electric current can be linked to water flowing through a pipe, and so on. Now, on the basis of analogy, an attempt has been made to propose some important observations for the fundamental particles such as the electron, proton, positron, and so on. For this purpose, we start with the relativistic free particle Hamiltonian proposed by Dirac [1].

$$H = c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2. \quad (1)$$

This Hamiltonian is linear in the momentum vector $\mathbf{p}$ and rest mass m terms. Dirac had introduced two operators $\boldsymbol{\alpha}$ and β and he was successful in associating the first operator $\boldsymbol{\alpha}$ with the spin of the particle. On the basis of analogy, it will be shown in the present note that the second operator β is associated with the moment of inertia of the particle.

Since the above Hamiltonian describes a free particle, the

four quantities $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ and β must not depend on the space coordinates or the time. That is $\boldsymbol{\alpha}$ and β are independent of the space coordinates $\mathbf{r}$, time t , momentum $\mathbf{p}$ and energy E and therefore they commute with all of them. This does not necessarily mean that $\boldsymbol{\alpha}$ and β are numbers because they need not commute with each other [1]. In fact, they anti-commute rather than commute with each other; that is why they are matrices.

In this Hamiltonian, the first term $c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}$ takes care of the motion of the particle while the second term βmc^2 is concerned with the properties at rest. The first term has two momentums - linear momentum and angular momentum; in the first term, the linear momentum $\mathbf{p}$ is dotted with the operator $\boldsymbol{\sigma}$ (because $\boldsymbol{\alpha} = \rho\boldsymbol{\sigma}$ [1]), which is essentially the inherent spin of the particle having value $\frac{1}{2}\hbar$ or $-\frac{1}{2}\hbar$ and whose classical analog is rotational angular momentum; also, the sum of linear momentum ($\mathbf{L}$) and angular momentum ($\mathbf{S}$) is well known to be conserved. A similar analogy should also hold for the second term βmc^2 : the mass m , which is inertia for the linear motion, should have been multiplied by a term having two characteristics; firstly, it has to be an inherent property, and secondly, it should be a rotational analog of inertia, that is, the moment of inertia for rotational motion.

Hence, it may be proposed [2] that β essentially measures the moment of inertia I_0 of the particle, and the suggested expression [3] could be $I_0 = \beta(\hbar^2/mc^2)$. This is plausible because both β and I_0 should be Hermitian operators with positive and negative eigen values corresponding to particle (electron) and antiparticle (positron), respectively. Starting with this idea, the following speculations can be made: As β commutes with α , and therefore the moment of inertia I_0 should be independent of the spinning of the particle or the antiparticle. Also, just as the conservation law holds for the sum of linear and angular momentum in the case of the first term in (1), we expect another conservation law comprising the moment of inertia and inertia of the particle to hold corresponding to the second term. Furthermore, the relation $I_0\omega = \hbar S$ would define the classical analog of angular frequency. These discussions will be fruitful in understanding the excited states of the fundamental particles and antiparticles as well.

It may be added that the estimates of moment of inertia (I_0) for electron, positron, and proton would be $5.43 \cdot 10^{-55}$, $-5.43 \cdot 10^{-55}$, and $2.96 \cdot 10^{-58} \text{ kg.m}^2$, respectively, whereas their corresponding spinning [5]

frequencies (ω) would be $9.71 \cdot 10^{19}$, $9.71 \cdot 10^{19}$, and $1.79 \cdot 10^{23} \text{ per second}$ through $I_0\omega = \hbar S = 5.27 \cdot 10^{-35} \text{ J.s}$, [4].

REFERENCES

- [1] Schiff, Leonard I., Quantum Mechanics (McGraw-Hill, Tokyo, 1955) 323.
- [2] Agrawal, D.C., "Notes", Lat. Am. J. Phys. Educ. 2 220 (May 2008). This was the initial draft, which was published without a title and so could not get due attention.
- [3] Fremerey, Johan K., (September 2017), Triple-gyro model for deduction of proton radius and magnetic moment
[https://www.researchgate.net/publication/319525987 Triple-gyro model for deduction of proton radius and magnetic moment](https://www.researchgate.net/publication/319525987_Triple-gyro_model_for_deduction_of_proton_radius_and_magnetic_moment)
- [4] Halliday, David, Resnick Robert and Walker Jearl, Fundamentals of Physics (JohnWiley, New York, 4th edition, 1993) 921.

Something else about what is not usually told in problems of inclined planes with friction

EDVCATIO PHYSICORVM



ISSN 1870-9095

Adrián H. Buep¹, Fernando S. Fernandez^{2,3}

¹Facultad de Ingeniería, Universidad de Palermo, Mario Bravo 1050 CP. C1175ABT, Buenos Aires, Argentina.

²Departamento de Física, Instituto Tecnológico de Buenos Aires, Lavardén 315, CP. C1437FBG, Buenos Aires, Argentina.

³Departamento de Física, Colegio Nacional de Buenos Aires, Universidad de Buenos Aires. Bolívar 263, CP. C1066AAE, Buenos Aires, Argentina.

E-mail: ffernand@itba.edu.ar

(Received 7 December 2024, accepted 26 July 2025)

Abstract

Since Galileo's pioneering study of inclined planes, numerous research publications have focused on teaching this topic. This article is based on a previous publication in which we examined the work done by friction on an inclined plane and on a polygonal shape formed by two inclined planes joined at the vertex. Our current objective is to address certain aspects related to the velocity of an object sliding with friction on a horizontal plane and on an inclined plane. The analysis presented here is not typically found in university physics textbooks, nor is it included in exercise guides for basic physics courses in fields such as engineering or science. Based on the classical model of friction between a block and the surface of an inclined plane, this study leads to results that spark curiosity, some of which are unexpectedly counterintuitive.

Keywords: Inclined plane, Horizontal plane, Friction force, Velocity.

Resumen

Desde el estudio pionero de Galileo sobre los planos inclinados, numerosas publicaciones de investigación se han centrado en la enseñanza de este tema. Este artículo se basa en una publicación previa en la que examinamos el trabajo realizado por la fricción en un plano inclinado y en una figura poligonal formada por dos planos inclinados unidos en el vértice. Nuestro objetivo actual es abordar ciertos aspectos relacionados con la velocidad de un objeto que se desliza con fricción en un plano horizontal y en un plano inclinado. El análisis que aquí se presenta no suele encontrarse en los libros de texto universitarios de física, ni se incluye en las guías de ejercicios para cursos básicos de física en campos como la ingeniería o las ciencias. Basado en el modelo clásico de fricción entre un bloque y la superficie de un plano inclinado, este estudio arroja resultados que despiertan curiosidad, algunos de los cuales son inesperadamente contraintuitivos.

Palabras clave: Plano inclinado, Plano horizontal, Fuerza de fricción, Velocidad.

I. INTRODUCTION

Since Galileo's study on inclined planes, countless research publications have focused on teaching this topic (1-10). In a previous publication (10), we analyzed the work done by friction on an inclined plane and on a polygonal shape formed by two inclined planes joined at the vertex. Our aim here is to explore certain aspects related to the velocity of a moving object sliding along a horizontal plane and an inclined plane, taking friction into account in both cases. The analysis presented here is usually not found in university textbooks or in exercise guides for introductory physics courses such as engineering or science degrees. This study focuses on how the classical model of friction between a block and an inclined plane can lead to surprising and sometimes counterintuitive results. We examine how the velocity of a block changes when it slides along a horizontal path and an inclined plane. In both cases, we start with a particular initial

velocity and assume friction between the block and the surface. We also analyze the time taken when the block travels along the horizontal surface or the inclined plane. In the case of the inclined plane, we study the block's velocity as the angle varies, while keeping the height, base, or length of the inclined plane constant. Each of these cases has practical applications such as ramp design, material transport in factories, or downhill sports. These applications can benefit from this detailed analysis of how angle and friction influence motion. Furthermore, these insights can help connect theoretical findings to problems in engineering and applied physics.

II. DISCUSSION

Let's consider a block of mass M sliding down an inclined plane with friction and length L , forming an angle α with the

horizontal plane. The forces acting on the block are weight P , constant dynamic friction F_r , and the normal force N .

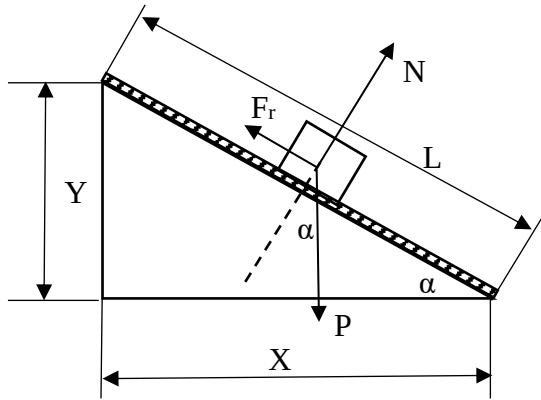


Figure 1: Block sliding on an inclined plane with friction

The magnitudes of these forces are given by $P = Mg$, $N = Mg \cos(\alpha)$ and $F_r = \mu_D Mg \cos(\alpha)$.

In this work we analyze two cases in depth. In the first case we study the block's velocity on a horizontal plane because there is a particular initial velocity that yields a surprising conclusion when used on the inclined plane. In the second case, we study the velocity of the block when we consider $\alpha \neq 0^\circ$, using the specific initial velocity found in the first case. Here, we vary α , keeping the height Y_T , the base X_T , or the length L of the inclined plane constant.

CASE 1: If $\alpha = 0^\circ$, the initial velocity required for the block of mass M to travel the distance X_T and come to a stop is derived from an energy approach. If we impose that the final velocity is zero when the block travels distance X_T , then the initial velocity must be equal to:

$$V_I = \sqrt{2 \mu_D g X_T} \quad (1)$$

The acceleration for this case is $-\mu_D g$. Therefore, velocity as a function of position is expressed as:

$$V = \sqrt{V_I^2 + 2 a X} = \sqrt{V_I^2 - 2 \mu_D g X} \quad (2)$$

When the block is halfway the distance X_T , the velocity is:

$$V = \sqrt{V_I^2 - 2 \mu_D g \frac{X_T}{2}} = \sqrt{V_I^2 - \frac{V_I^2}{2}} = \sqrt{\frac{V_I^2}{2}} = \sqrt{\frac{2 \mu_D g X_T}{2}} = \sqrt{\mu_D g X_T} \quad (3)$$

Figure 2 shows the velocities as a function of the distance traveled in the horizontal plane. The green

line corresponds to $\mu_D = 0.2$ and initial velocity 2 m/s. The yellow line corresponds to $\mu_D = 0.8$ and 4 m/s.

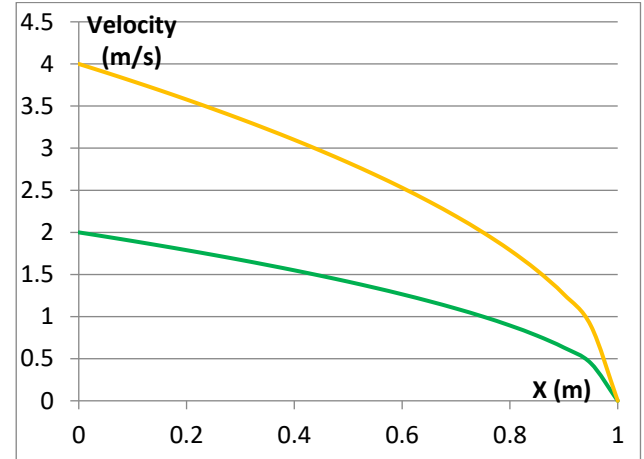


Figure 2: Evolution of velocities on the horizontal plane in terms of distance traveled for initial velocity of 4 m/s with $\mu_D = 0.8$ (yellow curve) and 2 m/s with $\mu_D = 0.2$ (green curve)

Solving for position in Equation (2), we can find where the block is located when its velocity is halved from the initial velocity:

$$X = \frac{\left(\frac{V_I}{2}\right)^2 - V_I^2}{-2 \mu_D g} = \frac{V_I^2 \left(\frac{1}{4} - 1\right)}{-2 \mu_D g} = \frac{2 \mu_D g X_T \left(-\frac{3}{4}\right)}{-2 \mu_D g} = \frac{3}{4} X_T \quad (4)$$

Consequently, whenever the initial velocity is as given by Equation (1), the block's velocity is halved after it travels 75% of the total distance. Also, when the block reaches the midpoint, its velocity depends on the friction coefficient and is equal to $\sqrt{\mu_D g X_T}$.

Using the previously calculated acceleration ($-\mu_D g$), velocity as a function of position (Equation (2)), and velocity as a function of time ($V = V_I - \mu_D g t$), we can derive time as a function of position:

$$t = \frac{V_I - V}{\mu_D g} = \frac{\sqrt{2 \mu_D g X_T} - \sqrt{V_I^2 - 2 \mu_D g X}}{\mu_D g} = \frac{\sqrt{2 \mu_D g X_T} - \sqrt{2 \mu_D g X_T - 2 \mu_D g X}}{\mu_D g} \quad (5)$$

When the position is $\frac{3}{4}X_T$ (which corresponds to half the initial velocity), the time is:

$$t = \frac{\sqrt{2\mu_D g X_T} - \sqrt{2\mu_D g X_T - 2\mu_D g \frac{3}{4}X_T}}{\mu_D g} = \sqrt{\frac{X_T}{\mu_D g}} \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

The time it takes for the block to travel distance $X_T = 1\text{m}$ and stop is shown in Figure 3. This graph displays time for two values of the dynamic friction coefficient ($\mu_D = 0.2$ and $\mu_D = 0.8$):

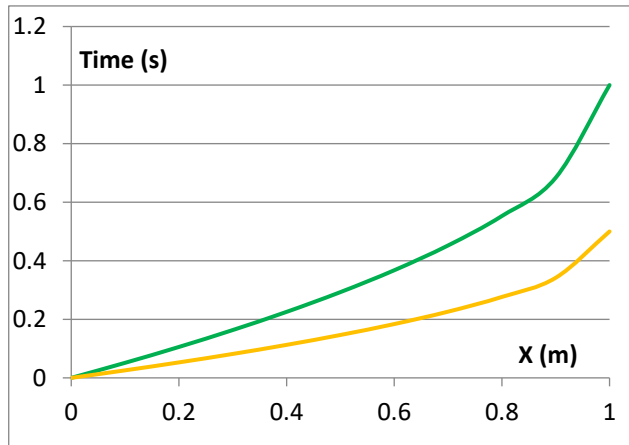


Figure 3: Comparison of time to travel distance $0\text{m} < X < 1\text{m}$ on a horizontal plane. Green curve: $\mu_D = 0.2$ and initial velocity 2m/s . Yellow curve: $\mu_D = 0.8$ and initial velocity 4m/s

The green line represents $\mu_D = 0.2$ and initial velocity 2m/s . The yellow line represents $\mu_D = 0.8$ and 4m/s . The graph shows that the block takes 1s to travel 1m when $\mu_D = 0.2$ and initial velocity 2m/s and 0.5s when $\mu_D = 0.8$ and initial velocity 4m/s . Additionally, when the time is half the total travel time, the block's position is 0.75m in both cases. Based on these cases, we conclude that whenever the block is launched with the initial velocity given by Equation (1) it covers 75% of the total distance in half the total time.

CASE 2: If $\alpha \neq 0^\circ$, we consider three cases: constant X_T , constant Y_T , and constant L . The block's acceleration is determined by the net force in the inclined plane's direction, so the acceleration is:

$$a = g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha) \quad (7)$$

The block's final velocity after traveling the length of the plane L is:

$$V_F = \sqrt{V_I^2 + 2(g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha)) L} \quad (8)$$

Considering the case of constant X_T , the final velocity is:

$$V_F = \sqrt{V_I^2 + 2g X_T \tan(\alpha) - 2\mu_D g X_T} \quad (9)$$

If we use the initial velocity found in CASE 1, which has the value $\sqrt{2\mu_D g X_T}$, the final velocity becomes:

$$V_F = \sqrt{2g X_T \tan(\alpha)} \quad (10)$$

At this point, we encounter a curious observation: for the initial velocity given by Equation (1), the final velocity is independent of the friction coefficient and depends only on the inclined plane's angle. For any other initial velocity, the final velocity would depend on the friction coefficient.

The following Graph 3 shows the final velocity of the block as a function of the inclined plane's angle, with constant X_T set to 1m , $g = 10\text{m/s}^2$ and $\mu_D = 0.2$.

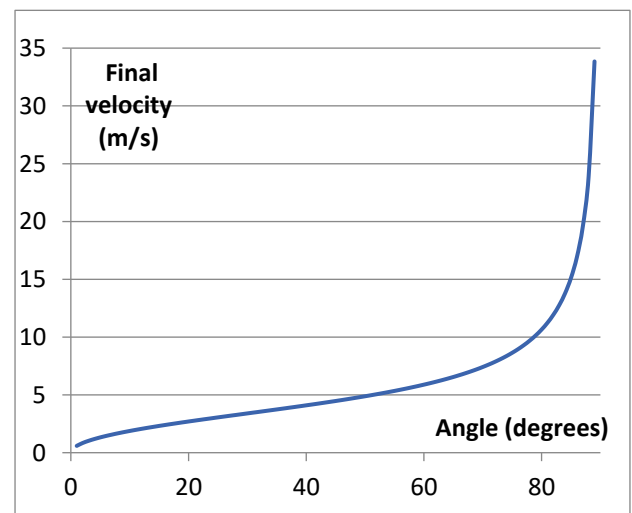


Figure 4: Final velocity of the block as a function of the inclined plane's angle when the initial velocity is $\sqrt{2\mu_D g X_T}$

In Figure 5, we observe how the block's velocity varies for angles of 30° , 45° and 60° as it slides

down the inclined plane. When the block reaches the base (with $X_T=1\text{m}$), we see that the final velocity is non-zero and remains the same for each angle of inclination despite different friction coefficients and initial velocities.

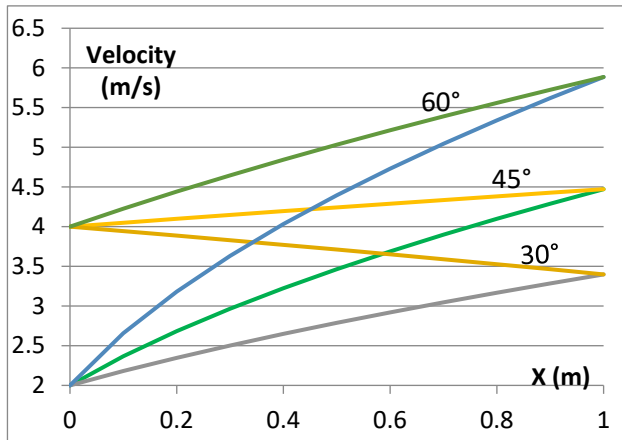


Figure 5: Evolution of velocities as a function of distance traveled, with an initial velocity of 2m/s and $\mu_D = 0.2$ for angles of 30°, 45° and 60°; and an initial velocity of 4m/s and $\mu_D = 0.8$ for angles of 30°, 45° and 60°

The time it takes for the block to travel length L is given by:

$$t = \frac{V_F - V_I}{a} = \frac{\sqrt{V_I^2 + 2gX_T \tan(\alpha) - 2\mu_D gX_T} - V_I}{g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha)} \quad (11)$$

Figure 6 shows the time required for the block to travel distance L as the inclined plane angle varies when X_T is constant. The initial velocity is given by Equation (1), and its value is 2m/s when $X_T=1\text{m}$, $\mu_D = 0.2$ and $g=10 \text{ m/s}^2$.

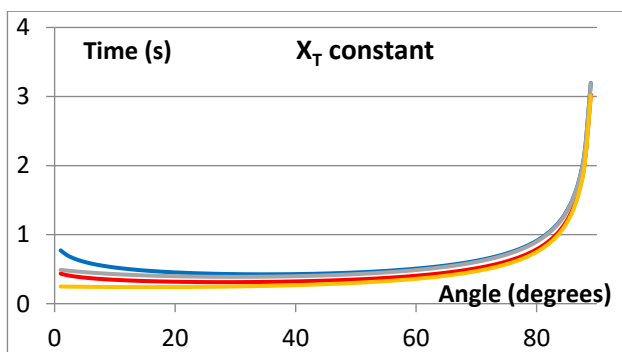


Figure 6: Time for the block to travel length L on the inclined plane as a function of the angle, for an initial velocity given by Equation (1). Blue line with $\mu_D = 0.2$; red line with $\mu_D =$

0.8. Green and yellow lines correspond to cases without friction and initial velocities of 2m/s and 4m/s, respectively.

The blue line in Figure 6 corresponds to $\mu_D = 0.2$ and the red line to $\mu_D = 0.8$. As the plane's angle increases, the time to travel distance L decreases to a minimum and then increases, approaching infinity. Additionally, as the friction coefficient increases, the time to cover the same distance L is shorter for higher friction coefficients, with the difference more pronounced at smaller angles. Figure 6 also shows times without friction. The green line corresponds to an initial velocity of 2m/s, and the yellow line to 4m/s. The difference in travel time for the same initial velocity, with and without friction, is greater for smaller angles (blue and green curves for 2m/s, red and yellow for 4m/s).

In conclusion, we observe that, for different values of the friction coefficient, the block reaches the same final velocity but takes different times to reach the base of the plane. Additionally, the minimum time to travel the plane occurs at angles below 45°, and the displacement is greater for higher friction coefficients. Figure 4 also shows that there is an angle at which the velocity remains constant. If the velocity is constant the acceleration is zero and by equating Equation (1) with Equation (10) we find that $\mu_D = \tan(\alpha)$. For a friction coefficient of $\mu_D = 0.8$ the angle α is 38.7° and for $\mu_D = 0.2$ the angle at which the velocity remains constant is 11.3°. For each friction coefficient there is an angle at which the velocity is constant. Figure 7 shows the case when $\mu_D = 0.8$.

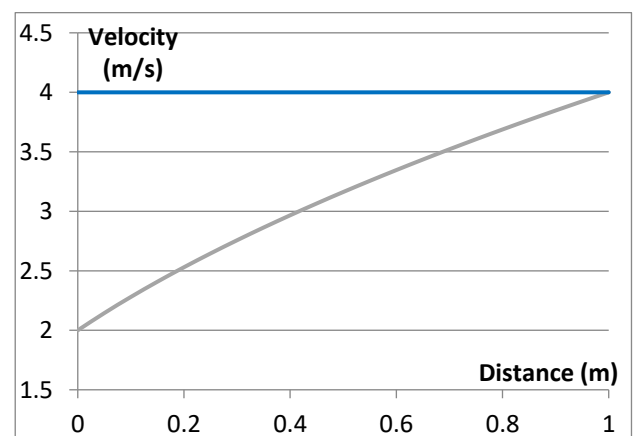


Figure 7: Velocity evolution as a function of distance. Blue line: initial velocity of 4m/s, friction coefficient $\mu_D = 0.8$ and $\alpha = 38.7^\circ$. Green line: initial velocity of 2m/s, friction coefficient $\mu_D = 0.2$ and $\alpha = 38.7^\circ$

If we consider the case with constant height Y_T , the final velocity is:

$$V_F = \sqrt{V_I^2 + 2 \left(g Y_T - \mu_D g \frac{Y_T}{\tan(\alpha)} \right)} \quad (12)$$

If the initial velocity is as in Equation (1), the final velocity becomes:

$$V_F = \sqrt{2 \mu_D g \frac{Y_T}{\tan(\alpha)} + 2 g Y_T - 2 \mu_D g \frac{Y_T}{\tan(\alpha)}} = \sqrt{2 g Y_T} \quad (13)$$

This leads to another curious result: the final velocity is independent of both the angle and the friction coefficient; it depends only on height Y_T . Figure 8 shows the velocities (as the block descends the plane) for three different angles, with $Y_T = 1\text{m}$. We can see that the velocities reach different values but converge to the same final velocity at the plane's base.

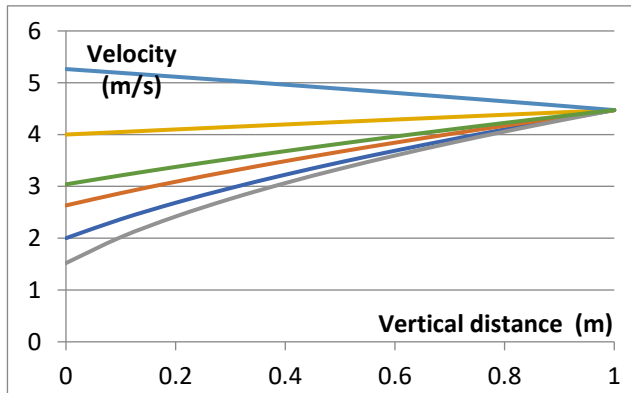


Figure 8: Block velocity evolution as a function of vertical distance. The lower three curves correspond to $\mu_D = 0.2$, with angles 60° , 45° and 30° in ascending order. The upper three curves correspond to $\mu_D = 0.8$, with angles 60° , 45° and 30° in ascending order

The time taken by the block to cover length L is:

$$t = \frac{V_F - V_I}{a} = \frac{\sqrt{2 g Y_T} - V_I}{g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha)} \quad (14)$$

If the initial velocity is given by Equation (1), we obtain:

$$t = \frac{\sqrt{2 g Y_T} - \sqrt{2 \mu_D g \frac{Y_T}{\tan(\alpha)}}}{g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha)} \quad (15)$$

In Figure 9, the time required to travel distance L is shown as the plane's angle varies, with $Y_T = 1\text{m}$. The initial velocity is given by Equation (1), for this case is given by $\sqrt{2 \mu_D g \frac{Y_T}{\tan(\alpha)}}$.

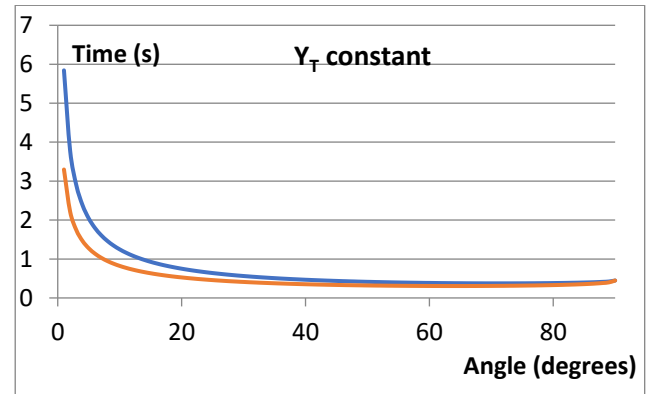


Figure 9: Travel time as a function of plane angle for constant Y_T with $Y_T = 1\text{m}$. Blue line corresponds to $\mu_D = 0.2$; red line corresponds to $\mu_D = 0.8$

In conclusion for this case, we have that the final velocity depends only on height and matches the velocity achieved in free fall when the initial velocity on the plane is given by Equation (1). The travel time is always shorter with a higher friction coefficient, reaching a minimum between angles of 65° and 75° , with the higher coefficient occurring at a lower angle.

On the other hand, if L is kept constant, the final velocity is:

$$V_F = \sqrt{V_I^2 + 2 \left(g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha) \right) L} \quad (16)$$

If we use the initial velocity given in Equation (1), the final velocity becomes:

$$V_F = \sqrt{2 \mu_D g L \cos(\alpha) + 2 \left(g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha) \right) L} = \sqrt{2 g L \sin(\alpha)} \quad (17)$$

From this, we conclude that the final velocity does not depend on the friction coefficient but does depend on the angle and length L of the plane.

Figure 10 shows the velocities for three different angles, assuming $L=1\text{m}$.

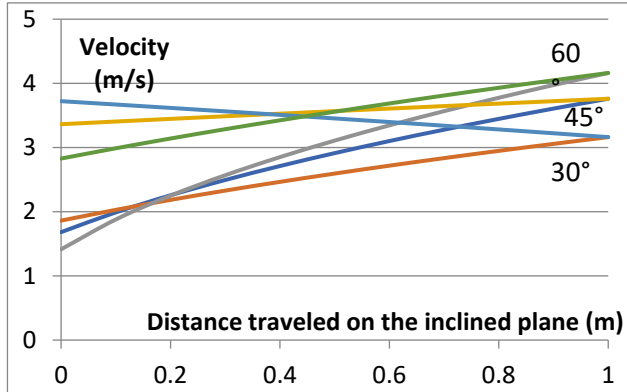


Figure 10: Velocity evolution as a function of distance traveled on the inclined plane. The three lower lines correspond to $\mu_D = 0.2$ with angles of 60° , 45° and 30° in ascending order. The three upper lines correspond to $\mu_D = 0.8$ with angles of 60° , 45° and 30° in ascending order.

In this graph, we observe that, for any angle on the inclined plane, the final velocity is the same for all friction coefficients. Additionally, the final velocity increases as the angle of inclination increases.

The time taken by the block to cover length L , when it is kept constant, is given by:

$$t = \frac{V_F - V_I}{a} = \frac{\sqrt{2 g L \sin(\alpha)} - V_I}{g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha)} \quad (18)$$

If the initial velocity is given by Equation (1):

$$t = \frac{\sqrt{2 g L \sin(\alpha)} - \sqrt{2 \mu_D g L \cos(\alpha)}}{g \sin(\alpha) - \mu_D g \cos(\alpha)} \quad (19)$$

In Figure 11 the time it takes for the block to travel distance L is shown as the angle of the inclined plane varies assuming $L=1\text{m}$. The initial velocity is given by Equation [1] that in this case is $\sqrt{2 \mu_D g L \cos(\alpha)}$.

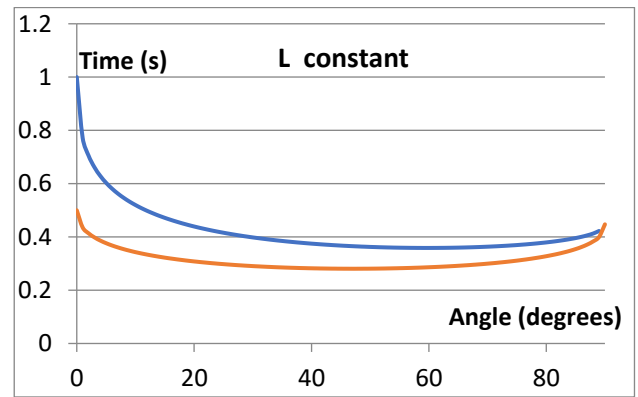


Figure 11: Travel time as a function of the plane angle for constant L with $L=1\text{m}$. The blue line corresponds to $\mu_D = 0.2$; the red line corresponds to $\mu_D = 0.8$

In conclusion for this case the final velocity depends on the length L and the angle of inclination but not on the friction coefficient. Here, as in the previous case, the travel time is always shorter for higher friction coefficients. Additionally, the minimum time occurs at angles greater than 45° , with the higher coefficient at a lower angle. We also reach another curious result: for these conditions in the time vs. angle graphs, the block's travel time is shorter with a friction coefficient of 0.8 than with a coefficient of 0.2 .

Finally, Figure 12 shows the final velocities as a function of the angle for constant X_T , Y_T and L assuming $X_T = Y_T = L = 1\text{m}$.

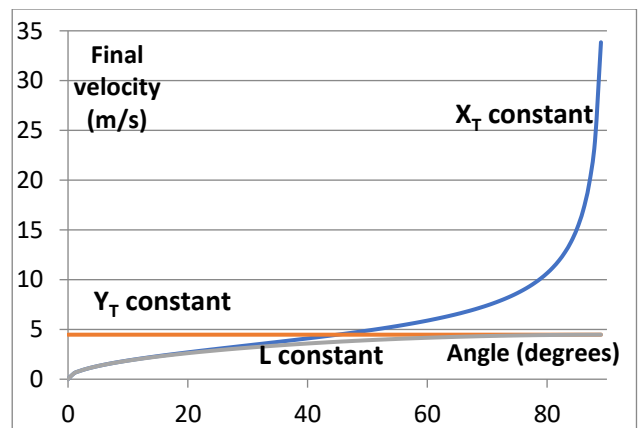


Figure 12: Final velocity values of the block as a function of the angle on the inclined plane when X_T , Y_T and L are all constant and equal to 1 m

From Figure 12, we observe that at an angle of 45° , the final velocity for constant X_T is equal to the final velocity for constant Y_T . For small angles, the velocity for constant X_T matches that for constant L . For large angles, the velocity for constant Y_T matches that for

constant L . Additionally, the final velocity for constant L is always lower than the final velocity for constant Y_T .

III. CONCLUSIONS

This study addresses topics that are typically not covered in exercise guides for introductory university physics courses for engineering or science majors when dealing with problems involving blocks sliding down inclined planes with friction. These analyses are also usually absent in basic university and pre-university physics textbooks. The analysis in this study requires only basic knowledge of kinematics, dynamics and energy. Additionally, this work follows the analysis previously conducted and referenced as [10]. This study is based on the classical model of friction between a block and an inclined plane, leading to results that are striking, even counterintuitive. For example, the time intervals obtained for a friction coefficient of 0.8 are shorter than those for a friction coefficient of 0.2. Another intriguing result is that, under certain conditions, the final velocity of the block on the inclined plane does not depend on the friction coefficient but only on the angle of inclination. Finally, another surprising result is observed when comparing the travel times across the three cases studied. In all cases, the block's travel time is shorter with a friction coefficient of 0.8 than with a friction coefficient of 0.2.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank Dr. Jorge Ratto of the Buenos Aires Institute of Technology (ITBA) for his detailed and helpful comments in the development of this work.

REFERENCES

- [1] Mc Call, Richard P., *Variations on the Frictionless Inclined Plane Problem*, The Physics Teacher **42**, 212 (2004).
- [2] *A simple and surprising experiment is performed by physical science students*, Phys. Educ. **35**, 130 (2000)
- [3] A M Nunes and J P Silva., *Tilted boxes on inclined planes*. Am. J. Phys. **68**, 1042 (2000).
- [4] Margaret Seaurberg Greenwood, *Inclined Plane on a frictionless Surface*. Phys. Teach. **28**, 110 (1990).
- [5] Jerry D. Wilson, Anthony J. Buffa, and Bo Lou, College Physics, Sexta edición, Pearson Education. México, 2007
- [6] Giambattista, A; Richardson, B; Richardson, R; Ratto, J. Física, Introducción a la dinámica newtoniana. Mc Graw-Hill Interamerican, Buenos Aires, 2010
- [7] Paul Tipler; Gene Mosca; Physics for Scientists and Engineers, Sixth Edition. New York, Freeman and Company 2008
- [8] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; Fundamentals of Physics 8th Edition; New Jersey, John Wiley and Sons, 2008
- [9] García, A.F. Física con ordenador; <<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica>>, consultado el 21 de mayo de 2017.
- [10] Buep, A.H.; Fernández, F.S., *Lo que no suele ser contado en los problemas de planos inclinados con rozamiento*, Latin American Journal of Physics Education. **12**, Number 1, 1303 (2018) Retrieved from: [LAIPE: http://www.lajpe.org/mar18/12_1_03.pdf](http://www.lajpe.org/mar18/12_1_03.pdf)
- [11] Internet: Física con ordenador; <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/>

¿Cómo representan la Física los futuros docentes? Un análisis de palabras e imágenes



ISSN 1870-9095

Erica Gabriela Zorrilla², Claudia Alejandra Mazzitelli^{1,2}

¹*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.*

²*Instituto de Investigaciones en Educación en las Ciencias Experimentales, Universidad Nacional de San Juan, San Juan, Argentina.*

E-mail: ericagabriela@gmail.com

(Recibido el 13 de abril de 2025, aceptado el 22 de agosto de 2025)

Resumen

La enseñanza de la Física enfrenta el desafío de trascender la transmisión de conocimientos disciplinares para integrar una comprensión histórica, contextual y experiencial. Este artículo propone el uso de Trabajos Prácticos Experimentales interdisciplinarios, como el realizado en el marco de un taller con estudiantes de 1er año del Profesorado en Física, donde se combinó el trabajo con fotografía estenopeica con la indagación de representaciones sociales acerca de la Física, para enriquecer la formación de los futuros docentes. Los participantes respondieron un cuestionario inicial y construyeron cámaras estenopeicas, tomaron fotografías que representaban su percepción de la Física y revelaron las imágenes mediante procesos químicos. Así, las representaciones sociales se analizaron a partir de expresiones gráficas y discursivas, permitiendo una aproximación profunda a sus significados. Los resultados resultan un insumo que puede favorecer el proceso de formación docente inicial a través de la reflexión con los estudiantes acerca de la vinculación que estas representaciones podrían tener en su futuro desempeño docente y, por lo tanto, su influencia en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

Palabras clave: Física; Cámaras estenopeicas; Representaciones sociales.

Abstract

Physics teaching faces the challenge of transcending the transmission of disciplinary knowledge to integrate a historical, contextual and experiential understanding. This article proposes the use of interdisciplinary Experimental Practical Works, such as the one carried out in the framework of a workshop with first-year students of the Physics Teaching Degree, where work with pinhole photography was combined with the investigation of social representations about Physics, to enrich the training of future teachers. The participants answered an initial questionnaire and built pinhole cameras, took photographs that represented their perception of Physics and developed the images through chemical processes. Thus, social representations were analyzed from graphic and discursive expressions, allowing a deep approach to their meanings. The results obtained show that social representations are linked to conceptual aspects and these are expressed through experimental situations and the historical context of the construction of scientific knowledge. This representation is an input that can favor the initial teacher training process through reflection with students about the connection that these representations could have on their future teaching performance and, therefore, their influence on the teaching and learning of Physics.

Keywords: Physics; Pinhole cameras; Workshop; Social representations.

I. INTRODUCCIÓN

Los avances del mundo actual requieren que la enseñanza de la Física se ocupe de que los estudiantes no sólo adquieran conocimientos disciplinares, sino que también tengan una mirada más amplia, comprendiendo la situación histórica en la que se han construido, y que lleguen a experimentarlos y a aplicarlos según su contexto [1,2]. Para lograr esta meta resulta útil la implementación de Trabajos Prácticos Experimentales (TPE), ya que este tipo de trabajos prácticos brindan a los estudiantes la posibilidad de aprender a partir de sus propias experiencias, convirtiéndose en un importante recurso para el aprendizaje de distintos tipos de contenidos [3]. Por otra parte, en el trayecto de formación docente inicial

se hace necesaria la explicitación y reflexión sobre las RS que subyacen a este proceso de formación docente [4], ya que los estudiantes interactúan y al mismo tiempo se ven implicados en prácticas sociales de grupo mediante las cuales dan significado, entre otras cosas, a los conceptos disciplinares [5]. En general, las RS que los docentes tienen acerca de la Física, tienen implicancias en la forma en la que enseñan Física, por lo cual es importante conocer estas representaciones. La forma de acceder al contenido de las RS puede lograrse a través de palabras y expresiones, de forma oral o escrita, pero también de imágenes. La utilización de técnicas gráficas para la indagación de distintas representaciones es una metodología que permite acceder a diferentes significados posibles sobre una temática,

comprendiendo la manera en que las personas internalizan distintas formas de la cultura y acceder a las opiniones de quienes construyen las imágenes [6, 7, 8].

En este artículo, se analizarán los resultados de una propuesta áulica enriquecida con aportes interdisciplinarios, a fin de poder contribuir con la formación de futuros docentes de Física. Para esto se trabajó en el marco de un taller denominado “Luces y sombras”, donde se combinó la realización de un Trabajo Práctico Experimental sobre fotografía estenopeica con la indagación de RS acerca de la Física. Teniendo en cuenta lo anteriormente detallado, la propuesta de un TPE centrado en aspectos disciplinares, acompañada de la indagación y explicitación de la RS acerca de la Física, favorecerá que los futuros docentes puedan disponer de diferentes recursos experimentales que no necesariamente se incluyen en su trayecto formativo inicial y que además reflexionen sobre la forma en que sus representaciones podrían incidir en la enseñanza y en el aprendizaje de la disciplina.

II. MARCO TEÓRICO

A. Representaciones Sociales

El concepto de representaciones sociales (RS) fue desarrollado inicialmente por Serge Moscovici [9, 10], quien define las RS como modalidades específicas de conocimiento cuyo rol central es orientar el comportamiento y facilitar la comunicación entre los individuos. Estas representaciones no son simplemente ideas sueltas o impresiones individuales, sino que constituyen formas compartidas de conocimiento que emergen dentro de un contexto social y cultural, lo que les confiere un valor normativo en las interacciones colectivas. En la misma línea, Jodelet [11] amplía esta noción al conceptualizar las RS como un tipo de conocimiento espontáneo que se forma a partir de las experiencias cotidianas de los individuos, pero también se nutre de las informaciones, creencias y modelos de pensamiento transmitidos a través de la tradición, la educación y los medios de comunicación social. De esta manera, las RS representan un conocimiento socialmente elaborado y compartido, lo que les otorga una función estructurante en la vida colectiva.

Desde una perspectiva similar, Banchs [12] interpreta las RS como un conocimiento de sentido común que sigue su propia lógica, distinta de la lógica científica. Esto subraya el hecho de que las RS no buscan necesariamente la coherencia o el rigor empírico, sino que están orientadas hacia la pragmática de la vida cotidiana, lo que les permite organizar y dar sentido a las experiencias inmediatas de los grupos sociales. Mora [13] añade que estas representaciones emergen y se consolidan a través del intercambio comunicativo dentro de los grupos sociales, subrayando la importancia del contexto relacional en su formación.

Teniendo en cuenta las ideas previamente expuestas es que puede concluirse que las RS son formas de conocimiento que tienen una gran influencia para guiar las acciones y decisiones dentro de los grupos [14, 15]. Este conocimiento compartido se convierte en una herramienta fundamental

para entender el mundo social y orientar el comportamiento de los grupos, actuando como un filtro a través del cual los individuos perciben y actúan sobre la realidad. Su carácter social y su lógica no científica, aunque a veces subestimada, revela su relevancia en la configuración de las dinámicas sociales y culturales, siendo esenciales para entender los procesos de construcción de significados en contextos cotidianos y de interacción grupal.

Cabe destacar que para acceder a las RS de un determinado grupo social, es necesario realizar un abordaje metodológico coherente con los lineamientos teóricos. Abric [7] explicita algunas técnicas que pueden ser de gran utilidad para esto, clasificándolas en dos grandes grupos: técnicas interrogativas y técnicas asociativas. En el caso de las primeras, se debe recolectar la expresión de los participantes acerca del objeto de la representación, ya sea de forma verbal o figurativa a través de entrevistas, cuestionarios, dibujos, fotografías, entre otras. Las técnicas asociativas como la evocación, la asociación libre o la jerarquización, se relacionan a expresiones más espontáneas y menos controladas por los sujetos. Si bien ambos grupos de técnicas son de gran utilidad para el estudio de las RS, algunos autores mencionan los beneficios de combinar ambas en un abordaje multimetodológico [16, 17] a fin de reducir las dificultades o limitaciones de la expresión discursiva, favoreciendo el carácter proyectivo de la producción [7, 18, 19].

En cuanto a la aplicación del estudio de las RS en relación con los fenómenos educativos, Materán [20] destaca que estas representaciones juegan un papel fundamental en las prácticas escolares, convirtiéndose en un objeto relevante de investigación. Esto se debe a que las RS influyen directamente en la formación de los conocimientos escolares, moldeando tanto las percepciones de los estudiantes como las de los docentes sobre los contenidos y los procesos de enseñanza. Chaib [21] también subraya la utilidad de la teoría de las RS en el ámbito educativo, señalando que esta perspectiva ofrece herramientas valiosas para comprender los procesos de enseñanza, aprendizaje y formación. Según este autor, el estudio de las RS permite desentrañar las creencias y conocimientos previos que los estudiantes traen consigo al aula, así como las expectativas y percepciones que los docentes tienen sobre la enseñanza de una disciplina. Este enfoque ayuda a identificar cómo dichas representaciones pueden facilitar o dificultar el aprendizaje [22, 23]. En este sentido, resulta un ejemplo concreto del uso de la teoría de las RS en la educación en ciencias el trabajo de Lacolla [24, 25], quien sostiene que las RS no solo participan en la comprensión de los fenómenos científicos, sino que también influyen en la actitud que los estudiantes tienen hacia la ciencia en general. La autora reflexiona que, en el caso específico de la enseñanza de las ciencias, las actitudes negativas hacia la actividad científica, derivadas de RS inexactas, pueden dificultar el aprendizaje y la motivación de los estudiantes. Esta idea es compartida por Jodelet [26] y por Castorina y Barreiro [27], quienes destacan que las RS juegan un rol determinante en la calidad de las actividades educativas, ya que pueden actuar como facilitadoras del aprendizaje, pero también como obstáculos, dependiendo de cómo se alineen con las dinámicas pedagógicas y las metodologías empleadas.

De esta manera, el estudio de las RS en el contexto educativo se convierte en una herramienta crucial para entender las dinámicas subyacentes a los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Reconocer la influencia de las RS permite a los docentes diseñar estrategias pedagógicas más eficaces, que tengan en cuenta no solo los conocimientos formales sino también las opiniones, percepciones y actitudes que los estudiantes y los docentes traen consigo al aula. Así, se promueve una enseñanza más reflexiva y adaptada a las realidades sociales que influyen en la educación.

B. Trabajos Prácticos Experimentales

Los TPE son actividades esenciales en la enseñanza de las Ciencias Naturales [28, 29, 30, 31, 32]. Según su contexto de aplicación suele ser los denominan de diferente manera [33]. Como su nombre lo indica los TPE incluyen principalmente actividades experimentales, que además de fundamentarse en modelos teóricos, apuntan a desarrollar destrezas y habilidades de manipulación de instrumentos y objetos, de observación, de registro y de comunicación [34].

Si bien los TPE pueden tener variaciones según las características del grupo de estudiantes con el que quieran ser implementados, para su diseño se considera de importancia situarse en un modelo didáctico cercano a los estudiantes, donde la imagen de ciencia que se pretende transmitir se encuentre lejos de ser incuestionable, poco crítica y/o elitista [33]. De esta forma, se evita perpetuar una visión de ciencia dogmática, la cual podría fomentar en los estudiantes posturas pasivas, acriticas y poco reflexivas, contribuyendo a disminuir los aspectos motivacionales y impidiendo la oportunidad de construir una imagen de ciencia como una actividad humana en constante desarrollo, y que se encuentra inmersa en un contexto histórico, social y cultural [35]. Como mencionan Romero-Chacón et al. [36], los TPE fundamentados en una mirada sociocultural sobre la construcción de conocimiento científico favorecen debates, consensos, disensos y justificaciones que, en conjunto, permiten una mejor comprensión de los conceptos científicos y la formación de un pensamiento crítico y reflexivo.

C. Formación de imágenes en cámaras estenopeicas

La fotografía estenopeica o Pinhole, se basa en el principio de la formación de imágenes por medio de haces luminosos que atraviesan un orificio extremadamente pequeño (estenopo) hacia el interior de una cámara oscura, formando una imagen invertida sobre el lado opuesto. Para realizar este tipo de fotografías basta contar con un recipiente que cumpla la función de “cámara oscura” (podría ser una lata o caja de paredes relativamente gruesas), en el que se pueda realizar un pequeño agujero (estenopo) que pueda cerrarse y abrirse, y con una lámina de papel fotosensible que se ubica en el interior de la “cámara oscura” y en extremo opuesto del estenopo. Una vez elegida la imagen que se desea retratar se ubica la cámara con el estenopo abierto de frente a la imagen durante un tiempo de exposición determinado por las características geométricas de la cámara. Luego de este proceso, en el papel fotosensible se habrá generado una

imagen latente de aquello que se ha fotografiado. Para obtener la imagen final se deberá hacer un proceso de revelado con químicos adecuados según las características del papel fotosensible. Este proceso implica la preparación de las diluciones de los productos químicos y el revelado propiamente dicho, donde se utilizan productos químicos comerciales concentrados (soluciones reveladoras y fijadoras), provistos de las indicaciones para realizar las diferentes diluciones. El resultado final de esta etapa es una fotografía en negativo, la cual puede positivarse a través de diferentes métodos.

En cuanto a su uso como recurso didáctico, algunos autores [37, 38] señalan que la experimentación con cámaras estenopeicas permite trabajar interdisciplinariamente con nociones matemáticas, físicas y artísticas, algunas de las cuales constituyen las bases teóricas que dieron vida a la fotografía analógica y digital.

III. METODOLOGÍA

Este trabajo aborda un enfoque innovador en la enseñanza de la Física para futuros docentes, mediante la realización de un taller para estudiantes del 1er año del Profesorado en Física de la Universidad Nacional de San Juan, donde se llevó a cabo un TPE que incluyó la construcción y el uso de cámaras estenopeicas como herramienta experimental y la indagación de sus RS acerca de la Física. Para esto, los participantes contestaron un cuestionario, tomaron fotografías que representaran qué es la Física para ellos y luego se obtuvieron las imágenes a través del proceso de revelado químico. Así, se coincide con lo destacado por Grilli et al. [39], acerca de que los estudiantes también aprenden ciencia observando imágenes y realizándolas. Cabe destacar que el uso de cámara estenopeica para la obtención de imágenes permite, por un lado, entender cómo y por qué se forman las imágenes [40, 41], y por otro lado, favorecer la construcción de una idea de ciencia como una actividad humana.

La secuencia de actividades del taller se muestra a continuación:

- Indagación inicial: Se pidió a los estudiantes que contesten un breve cuestionario inicial que contenía una técnica de evocación y jerarquización donde debían mencionar cinco palabras que asociaban con el término inductor “Física” y jerarquizarlas según su importancia.
- Presentación de contenidos: Se realizó una breve presentación acerca de la formación de imágenes y la toma de fotografías analógicas.
- Construcción de la cámara estenopeica: De manera individual, cada estudiante construyó a partir de materiales cotidianos su prototipo de cámara estenopeica (ver Figura 1). A su vez, calcularon parámetros de importancia para obtener una imagen nítida, como el diámetro del estenopo y el tiempo de exposición a la luz.



FIGURA 1. Cámaras estenopeicas usadas en el taller.

- Carga de la cámara y toma inicial de fotografías: Una vez construida la cámara fotográfica, se procedió a cargarla en el cuarto oscuro con papel fotosensible, tomando los recaudos necesarios en cuanto a requerimientos de iluminación. Posteriormente, cada estudiante realizó una toma fotográfica, considerando el tiempo de exposición calculado y la situación de luz de ese momento.
- Revelado y corrección experimental del tiempo de exposición: Finalmente, se realizó el revelado de las imágenes en el cuarto oscuro, destacando la posición inicial de las mismas (invertida en todos los casos) y su nitidez. Con este último parámetro se lograron hacer correcciones acerca del tiempo de exposición ideal para cada cámara.
- Toma de imagen final e informe: Nuevamente se cargaron todas las cámaras con papel fotosensible y cada estudiante realizó una fotografía que representaba que es la Física desde su perspectiva. Esta imagen, junto a la explicación de la misma debía adjuntarse a un informe escrito donde los estudiantes detallaban todo el trabajo realizado. En este artículo, se analizarán únicamente los resultados obtenidos en la indagación inicial y la toma de imagen final e informe, ya que se busca conocer qué representaciones acerca de la Física emergen en las fotografías y reflexiones de los estudiantes tras participar en el taller. Cabe destacar que como señalan Seidmann et al [42], actualmente las RS se abordan a partir de metodologías que priorizan la dimensión del contenido, lo que se expresa en el predominio de técnicas de indagación tales como la de evocación y jerarquización indicada previamente. Sin embargo, la utilización de técnicas gráficas para la indagación sobre RS permite incorporar otros modos de expresión de la subjetividad. Así mismo, los abordajes que promueven la combinación de diversas técnicas permiten acceder a la riqueza y complejidad de las RS [17, 43]. Con respecto a los datos obtenidos, en primer lugar se procesó la técnica de evocación y jerarquización. Para esto, se elaboraron categorías a fin de agrupar las expresiones mencionadas por los estudiantes, considerando tanto los términos como la significación otorgada a dichas palabras. Las categorías resultantes de este proceso se observan en la Tabla 1:

TABLA 1. Categorías resultantes del procesamiento de palabras. Elaboración propia.

Categoría	Descripción
-----------	-------------

Aspectos conceptuales	Expresiones referidas a diferentes conceptos del área de Física
Experimentación	Procesos y actitudes vinculados con el desarrollo del trabajo experimental
Características formales	Conceptos vinculados con la construcción del conocimiento científico en general

Posteriormente a la elaboración de categorías, se calculó la frecuencia de aparición de las palabras y el orden de importancia asignado a los elementos mencionados y jerarquizados por los sujetos [44], lo cual permite la identificación de la estructura de la representación [45, 46, 22].

Siguiendo el procesamiento presentado en investigaciones anteriores [4, 22], y replicado por diferentes investigadores [31, 47, 48], se calculó la importancia asignada a cada categoría y la frecuencia de aparición, clasificándola en grande o pequeña en el primer caso, y alta o baja en el segundo caso. Se destaca que la importancia asignada y la frecuencia calculada permiten decidir acerca de la centralidad de los términos mencionados. De esta manera, se procedió a agrupar las categorías en tres zonas que permiten reconocer la estructura de las RS:

- Núcleo central: Categorías que presentan frecuencia alta e importancia grande.
- Zona periférica: Categorías con frecuencia alta o baja e importancia pequeña.
- Zona de contraste: Categorías que tienen frecuencia baja e importancia grande.

Una vez identificada la estructura, se procedió a realizar el análisis de la misma.

Por otra parte, se analizaron las imágenes obtenidas por los estudiantes para representar gráficamente el significado de la Física. Las imágenes se agruparon en dos categorías, la primera referida a cuestiones disciplinares específicas y la segunda vinculada a cuestiones generales relacionadas con la Ciencia.

IV. RESULTADOS

A. Técnica de evocación y jerarquización

A continuación, en la Figura 2, se presenta la estructura de la RS obtenida:

B. Análisis de imágenes

En relación con las fotografías, es posible destacar que las imágenes obtenidas por los estudiantes para representar qué es para ellos la Física responden principalmente a cuestiones vinculadas al conocimiento disciplinar específico de Física y en menor medida a cuestiones generales vinculadas a la ciencia. En el primer caso se observan representaciones vinculadas a la Mecánica Clásica (F1, una manzana en un parque; F2 y F3, diferentes elementos de mediciones angulares antiguos ubicados en un parque astronómico, F4, un objeto en caída libre) y la Mecánica Cuántica (F5, un gato en una caja). En el segundo caso, las imágenes se refieren a paisajes naturales, donde los estudiantes vinculan al universo y la naturaleza como campo de aplicación para el estudio de la Física (F6, un grupo de flores proyectando su sombra en una plaza). A continuación, en las Figuras 3 y 4 se observan algunas de las imágenes obtenidas por los estudiantes:

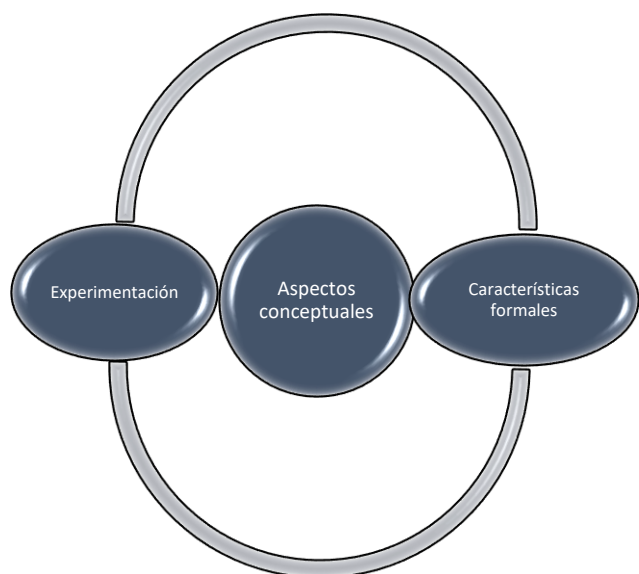


FIGURA 2. Frecuencia de categorías. Elaboración propia.

Se observa en este gráfico que el núcleo de esta RS se encuentra compuesto por expresiones vinculadas a aspectos conceptuales de la Física. Los participantes mencionaron conceptos vinculados principalmente a la Mecánica Clásica, como “trayectoria” o “velocidad”, pero también expresiones que suelen vincularse a una Mecánica Relativista como “relatividad” o “universo”. Podría pensarse que este enfoque conceptual, aunque esencial, puede limitar el aprendizaje si se reduce la Física a estos términos sin explorar otras áreas, como por ejemplo la Física Cuántica o la Termodinámica. Sin embargo, la primacía de estos conceptos en el núcleo parece estar asociada a la etapa de formación en la que se encuentran los participantes del taller, ya que en todos los casos pertenecen al primer año de la carrera, donde se abordan principalmente conceptos de Mecánica.

En la zona periférica aparecen elementos relacionados a las características formales de la Física, encontrando expresiones más generales como “modelos”, “hipótesis” o “matemática”; es decir, elementos vinculados a la construcción y modelización del conocimiento científico. A su vez, también en la zona periférica, aparecen elementos referidos a la categoría experimentación, donde se encuentran principalmente palabras referidas a procesos como “observación” o “investigación”, acompañadas de escasas menciones a actitudes como “curiosidad”. La combinación de estas categorías en la zona periférica da cuenta de una percepción de la Física como una ciencia formal, estructurada por un proceso riguroso de modelización y aplicación matemática, lo cual es positivo desde el punto de vista de la formación científica; acompañado de un reconocimiento del rol de la experimentación en la Física -aunque no sin considerar estas características como parte fundamental de la disciplina-.

La estructura de esta RS carece de zona de contraste, lo cual se interpreta como la ausencia de un grupo minoritario que signifique a la Física con otra posible RS emergente, dando cuenta de una homogeneización en la percepción de la disciplina.



FIGURA 3. Fotografía estenopeica F2.



FIGURA 4. Fotografía estenopeica F1.

En este punto, cabe destacar que puede detectarse cierta vinculación entre las fotografías y las palabras mencionadas en la técnica de indagación inicial:

- En casi todos los casos se observa claramente la relación con la categoría de aspectos conceptuales, ya que la mayoría de las imágenes hacen alusión a esto. Pero a su vez, estos conceptos físicos (que aparecen en las palabras mencionadas y también en las fotografías) se presentan vinculados con diversas actividades de experimentación, incluyendo la representación de experimentos cruciales como

el caso de la caída de la manzana de Newton o la paradoja de Schrödinger.

- La categoría referida a las características formales presenta menor frecuencia que la categoría de aspectos conceptuales. Esta relación entre frecuencias se repite en las fotografías: la mayoría de las tomas se relaciona claramente con la categoría aspectos conceptuales y un porcentaje menor con los aspectos formales.

V. CONCLUSIONES

El abordaje propuesto para este taller ha permitido favorecer la explicitación de la RS acerca de la Física en cuyo contenido identificamos que los aspectos conceptuales se expresan vinculados con situaciones experimentales o del contexto histórico de construcción del conocimiento científico. Esta representación resulta un insumo que puede favorecer el proceso de formación docente inicial a través de la reflexión con los estudiantes acerca de la vinculación que estas representaciones podrían tener en su futuro desempeño docente y, por lo tanto, su influencia en la enseñanza y el aprendizaje de la Física.

Por otra parte, se ha hecho evidente la complementariedad metodológica entre las técnicas de identificación de las RS – a través de palabras e imágenes-. El aporte complementario de estas técnicas al estudio y análisis de las RS se sustenta en que las RS no solo se construyen y se explicitan a través del lenguaje verbal, sino que también se relacionan con elementos visuales, imaginarios, y simbólicos que refuerzan y conforman el contenido de este conocimiento compartido por un grupo [10, 11].

Otro aspecto que se destaca es la posibilidad que brinda este tipo de actividades de sumar al estudio de las nociones disciplinares de naturaleza de la luz y óptica geométrica aspectos transversales de la formación de docentes de Física, como la representación de ciencia y de actividades experimentales. Además, se identifica un interés creciente en los estudiantes por este tipo de actividades, lo cual resulta beneficioso tanto para el proceso de enseñanza como para el proceso de aprendizaje.

A partir de los resultados obtenidos se hace evidente la necesidad de profundizar el estudio realizado desde la perspectiva de las RS en lo que se refiere, por un lado, a las instancias de reflexión a partir de las RS identificadas en el contexto de formación docente inicial, y, por otro lado, a la sistematización de la complementariedad metodológica entre técnicas que vinculen palabras e imágenes.

REFERENCIAS

[1] Roth, W. M., y Roychoudhury, A. The development of science process skills in authentic contexts. *Journal of Research in Science Teaching*, **30**(2), 127-152 (1993).

[2] Sharon, A. J., y Baram-Tsabari, A. Can science literacy help individuals identify misinformation in everyday life?. *Science Education*, **104**(5), 873-894 (2020).

[3] Holmes, N. G., y Wieman, C. E. (2018). Introductory physics labs: We can do better. *Physics today*, **71**(1), 38-45 (2018).

[4] Autor. (2015).

[5] Lacolla, L., Meneses Villagrà, J. Á. y Valeiras, N. Reacciones químicas y representaciones sociales de los estudiantes. *Enseñanza de las Ciencias*, **32**(3), 89-109 (2014).

[6] Milgram, S. y Jodelet, D. Psychological maps of Paris. In Proshansky, Ittelson, Rivlin (Eds.) *Environmental psychology: people and their physical settings* (104-124). Holt Rinehart and Winston. (1976).

[7] Abric J.C. *Prácticas sociales y representaciones*. (Ed. Coyoacán, 2001).

[8] Seidmann, S., Di Iorio, J., Azzollini, S., y Rigueiral, G. El uso de técnicas gráficas en investigaciones sobre representaciones sociales. *Anuario de investigaciones*, **21**(1), 177-185 (2014).

[9] Moscovici, S. *La psychanalyse, son image et son public: étude sur la représentation sociale de la psychanalyse*. (Presses universitaires de France, 1961).

[10] Moscovici, S. *El Psicoanálisis, su imagen y su público*. (Huemul, 1979).

[11] Jodelet, D. La representación social: fenómenos, concepto y teoría. En S. Moscovici (ed.): *Introducción a la psicología social*. (Paidós, 1986).

[12] Banchs, M. A. Alternativas de apropriação teórica: abordagem processual e estrutural das representações sociais. *Revista Educação e Cultura Contemporânea*, **1**(2), 39-60 (2004).

[13] Mora, M. La teoría de las representaciones sociales de Serge Moscovici. *Athena Digital. Revista de pensamiento e investigación social*, (2002).

[14] Vergara Quintero, M. D. C. La naturaleza de las representaciones sociales. *Revista latinoamericana de Ciencias Sociales, niñez y juventud*, **6**(1), 55-80 (2008).

[15] Mireles Vargas, O. Representaciones sociales: debates y atributos para el estudio de la educación. *Sinéctica*, (36), 1-11 (2011).

[16] Pereira de Sá, C. *A construção do objeto de pesquisa em representações sociais*. (EdUERJ, 1998).

[17] Autores (2020)

[18] Autor (2010)

[19] Barraza Macías A., Méndez Zúñiga A. Representaciones sociales sobre el estrés laboral en una muestra de docentes de educación primaria. *Praxis Investigativa ReDIE: revista electrónica de la Red Durango de Investigadores Educativos*, **5**(8), 24-33 (2013).

[20] Materán, A. Las representaciones sociales: un referente teórico para la investigación educativa. *Geoenseñanza*, **13**(2), 243-248 (2008).

[21] Chaib, M. Social representations, subjectivity and learning. *Cadernos de pesquisa*, **45**, 358-372 (2015).

[22] Autor (2007)

[23] Autor (2019)

- [24] Lacolla, L. Representaciones sociales: una manera de entender las ideas de nuestros alumnos. *Revista electrónica de la red de investigación educativa*, **1**(3), 1-17 (2005).
- [25] Lacolla, L. H. (2012). *La representación social que los estudiantes poseen acerca de las reacciones químicas y su incidencia en la construcción del concepto de cambio químico* (Universidad de Burgos, 2012).
- [26] Jodelet, D. Aportes del enfoque de las representaciones sociales al campo de la educación. *Espacios en blanco. Serie indagaciones*, **21**(1), 133-154 (2011).
- [27] Castorina, J. A., y Barreiro, A. *Representaciones sociales y prácticas en la psicogénesis del conocimiento social*. (Miño y Dávila, 2014).
- [28] Carrascosa, J.; Vilches, A. y Valdés, P. Papel de la actividad experimental en la educación científica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, **23**(2), 157-181 (2006).
- [29] Castro, A., y Ramírez, R. Docentes vs. estudiantes. Contradicciones en la enseñanza de las ciencias naturales para el desarrollo de competencias científicas. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía*, **5**(1), 43-64 (2012).
- [30] Caamaño, A. Experiencias, experimentos ilustrativos, ejercicios prácticos e investigaciones: ¿una clasificación útil de los trabajos prácticos. *Alambique*, **39**(8), 19 (2004).
- [31] Autor (2019)
- [32] Lorenzo, M. G. Revisando los trabajos experimentales en la enseñanza universitaria. *Aula Universitaria*, **21**, e0004, 15-34 (2020).
- [33] Autores (2024)
- [34] Jalil, P. A procedural problem in Laboratory teaching: Experiment and explain, or viceversa? *Journal of Chemical Education*, **83**(1), 159-163 (2006).
- [35] Espinosa-Ríos, E. A., González-López, K. D., y Hernández-Ramírez, L. T. Las prácticas de laboratorio: una estrategia didáctica en la construcción de conocimiento científico escolar. *Entramado*, **12**(1), 266-281 (2016).
- [36] Romero-Chacón, A.E., Aguilar-Mosquera, Y., y Mejía-Aristizábal, L. Naturaleza de las ciencias y formación de profesores. El caso de la experimentación. En Romero-Chacón (Ed.). *La experimentación en la clase de ciencias. Aportes para una enseñanza de las ciencias contextualizada con reflexiones metacientíficas*. (Editorial Universidad de Antioquia., 2017).
- [37] González Sandoval, H. V., Valadez Gill, L. R., Almanzar Curiel, A., y Monroy Luna, F. A. Técnica estenopeica; reproducción visual de la realidad. Una estrategia didáctica interactiva e interdisciplinar para el proceso de aprendizaje. *Revista Miradas*, **1**(2) (2019).
- [38] García Rodríguez., D. P., y Núñez Mojica, E. Propuesta alternativa para la enseñanza de la óptica. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, **1**(1), 65-70 (2006).
- [39] Grilli, J., Laxague, M., y Barboza, L. Dibujo, fotografía y Biología. Construir ciencia con ya partir de la imagen. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, **12**(1), 91-108 (2014).
- [40] Renner, E. *Pinhole photography: from historic technique to digital application*. (CRC Press, 2012).
- [41] Marín, A., y Chikaoka, M. *Fotografía estenopeica: prácticas y reflexiones*. (CdF Ediciones, 2021).
- [42] Seidmann, S., Di Iorio, J., Azzollini, S., y Rigueiral, G. El uso de técnicas gráficas en investigaciones sobre representaciones sociales. *Anuario de investigaciones*, **21**(1), 177-185 (2014).
- [43] Pereira de Sá, C. *A construção do objeto de pesquisa em representações sociais*. (EdUERJ, 1998).
- [44] Abric, J.C. .L'analyse structurale des representations. En Moscovici, S. (ed.). *Méthodologie des sciences sociales*. (PUF, 2003).
- [45] Petracci, M. y Kornblit, A. Representaciones sociales: una teoría metodológicamente pluralista. En Kornblit, A. (comp.). *Metodologías cualitativas en Ciencias Sociales*. (pp. 91-111) (Editorial Biblos, 2007)
- [46] Graça, M.; Moreira, M.A. y Caballero, C. Representacoes sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem: um estudo exploratório. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, **9** (1), (2004).
- [47] Urbina Cárdenas, J. E., y Ovalles Rodríguez, G. A. Teoría de las representaciones sociales. Una aproximación al estado del arte en América Latina. *Psicogente*, **21**(40), 495-517 (2018).
- [48] Calle Restrepo, A. (2023). *Análisis comparativo de las representaciones sociales sobre prácticas de laboratorio de profesores de ciencias naturales de la Universidad Nacional de San Juan, Argentina, y la Universidad de Antioquia, Colombia*. (Universidad de Antioquia, 2023).

Resolviendo $\frac{dv}{dt} = \delta(t)$, $v(0) = 0$: Una propuesta pedagógica desde la física y la matemática avanzada

EDUCATIO PHYSICORVM



ISSN 1870-9095

Ranferí Gutiérrez¹, María Sigüenza²

¹Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias y Humanidades.
Universidad del Valle de Guatemala, 18 Av. 11-95 zona 15, Guatemala,
Guatemala, 01015.

²Departamento de Ciencias Básicas, Área de Matemática, Facultad de Ingeniería.
Universidad Rafael Landívar. Campus San Francisco de Borja, S. J. Vista
Hermosa III, zona 16, Guatemala, Guatemala, 01016.

E-mail: mrgutierrez@uvg.edu.gt

(Recibido el 28 de mayo de 2025, aceptado el 16 de agosto de 2025)

Resumen

Este artículo presenta una estrategia didáctica para apoyar a los estudiantes en la comprensión del problema de valor inicial $dv/dt = \delta(t)$, $v(0) = 0$ y su solución $v(t) = 1$, donde la Delta de Dirac $\delta(t)$ aparece como parte de la ecuación diferencial. La propuesta consiste en interpretar el problema en términos de una situación física que involucra a una partícula inicialmente en reposo, sometida a una fuerza impulsiva. Mediante el análisis de un problema elemental de la mecánica clásica—en el que una fuerza conocida actúa durante un intervalo de tiempo finito—los estudiantes pueden comprender el papel del impulso y cómo este se traduce en un cambio de velocidad. A partir de esta base, se ofrece una interpretación intuitiva de la función delta de Dirac como el límite de una gaussiana normalizada, y se aplica la transformada de Laplace para resolver la ecuación diferencial. La interpretación propuesta ayuda a cerrar la brecha entre conceptos matemáticos abstractos y la intuición física, ofreciendo una forma significativa para que los estudiantes comprendan soluciones que involucran a la delta de Dirac.

Palabras clave: Movimiento unidimensional, leyes de Newton, ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales, función escalón, transformada de Laplace, función delta de Dirac.

Abstract

This article presents a didactic strategy to support students in understanding the initial value problem $dv/dt = \delta(t)$, $v(0) = 0$, and its solution $v(t) = 1$, where the Dirac delta function appears as part of the differential equation. The approach consists of interpreting the problem in terms of a physical situation involving a particle initially at rest, subjected to an impulsive force. By first analyzing an elementary problem in classical mechanics—where a known force acts over a finite time interval—students can comprehend the role of impulse and how it translates into changes in velocity. The article builds on this foundation to provide an intuitive understanding of the Dirac delta function as the limit of a normalized Gaussian, and applies Laplace transforms to solve the differential equation. The proposed interpretation helps bridge the gap between abstract mathematical concepts and physical intuition, offering a meaningful way for students to grasp solutions involving the Dirac delta.

Keywords: One-dimensional motion, Newton's laws, ordinary differential equations with initial conditions, step function, Laplace transform, Dirac delta function.

I. INTRODUCCIÓN

Uno de los retos más frecuentes que existen al enseñar ecuaciones diferenciales, como en cualquiera otra rama de la matemática, es que los estudiantes tienden a concentrarse únicamente en el manipuleo algebraico necesario para resolver dichas ecuaciones, pero prestan muy poca o ninguna atención a la interpretación de sus soluciones. Y en ocasiones algunas ecuaciones diferenciales se convierten en una serie de símbolos incomprensibles pero que igualmente no importan las interpretaciones ya que el interés del estudiante es

aprender, en el mejor de los casos, la mecánica para resolver la ecuación, aunque no comprenda qué está haciendo ni lo que significa lo que obtiene como resultado.

Un ejemplo de lo expuesto anteriormente es el caso de las ecuaciones diferenciales que involucran a la función delta de Dirac $\delta(t)$ la cual ya de por sí es bastante extraña para los estudiantes dada su peculiar definición y más aún sus extrañas propiedades.

En este artículo se propone una estrategia para dar al estudiante un significado intuitivo, basado en física elemental, del problema de valor inicial

$$\frac{dv}{dt} = \delta(t), v(0) = 0 \quad (1)$$

así como de su solución

$$v(t) = 1 \quad (2)$$

Con el objetivo de alcanzar una comprensión más significativa del problema de valor inicial (1) y su solución (2), se propone comenzar con el análisis de un caso elemental de la física general. Este problema servirá como base para establecer una analogía que facilite al estudiante la interpretación física e intuitiva de la ecuación diferencial planteada y su solución.

La estructura del artículo es la siguiente: en la Sección II se exponen los fundamentos teóricos necesarios y se analiza el problema físico que servirá de apoyo conceptual. En la Sección III se presenta la resolución del problema de valor inicial mediante el uso de la transformada de Laplace, y se interpreta la solución obtenida utilizando el marco físico previamente discutido. Finalmente, en la Sección IV se exponen las conclusiones del estudio.

II. MARCO TEÓRICO

En esta sección se presentan brevemente los conceptos y resultados que el estudiante debe conocer para resolver el tipo de problema de aplicación discutido en este artículo.

A. Primera ley de Newton

Las leyes de Newton fueron establecidas por Sir Isaac Newton en 1687 [1]. La primera ley de Newton establece que si sobre un cuerpo no actúa fuerza neta y el cuerpo está en reposo, éste permanecerá en reposo, o si el cuerpo está moviéndose a velocidad constante, continuará haciéndolo así indefinidamente.

B. Segunda ley de Newton

La segunda ley de Newton establece que la suma vectorial de las fuerzas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ ejercidas sobre un cuerpo de masa m es igual al producto de la masa del objeto por su aceleración $\vec{a}$:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (3)$$

Es importante recordar que las leyes de Newton son válidas en marcos de referencia inerciales, es decir, en marcos de referencia en los cuales se cumple la Primera ley de Newton.

C. Cantidad de movimiento e Impulso

Un objeto de masa m que en un instante dado se mueve con velocidad $\vec{v}$ tiene asociada una cantidad de movimiento $\vec{p}$ definida como [1]

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (4)$$

Cuando un objeto es sujeto a una fuerza durante un intervalo de tiempo entonces, de acuerdo con la segunda ley de Newton (3), se produce una aceleración y como consecuencia su cantidad de movimiento (4) cambiará también. Si la masa del objeto es constante, entonces el cambio en la cantidad de movimiento será debido al cambio en su velocidad. Se dice que la fuerza ha producido sobre el objeto un impulso $\vec{I}$, definido [1] como el cambio en la cantidad de movimiento del objeto durante el intervalo de tiempo en que la fuerza fue aplicada:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_o, \quad (5)$$

donde $\vec{p}_o$ y $\vec{p}_f$ se refieren a la cantidad de movimiento que tiene el objeto en el instante $t = 0$ y en el instante $t = T$ cuando la fuerza deja de actuar.

Si la fuerza $\vec{F}$ es variable, el impulso se obtiene a partir de

$$\vec{I} = \int_0^T \vec{F} dt \quad (6)$$

Si la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre el objeto es constante, y suponemos que actúa horizontalmente, entonces (6) se reduce a la sencilla expresión

$$I = FT, \quad (7)$$

la cual, al combinarse con (5) establece que cantidad de movimiento final del objeto es

$$p_f = FT + p_o \quad (8)$$

A manera de ejemplo, suponga que una caja de 1.00 kg, inicialmente en reposo, recibe la acción de una fuerza horizontal constante dirigida hacia la derecha, de magnitud 2.00 N, la cual actúa durante 3.00 s. Supondremos la dirección positiva hacia la derecha. Vea la figura 1.

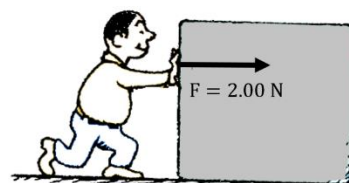


FIGURA 1. Una caja es empujada durante 3.00 s aplicándole una fuerza de magnitud constante dirigida hacia la derecha. La caja parte del reposo.

De acuerdo con (7) la caja ha recibido un impulso I hacia la derecha de magnitud

$$I = (2.00)(3.00) = 6.00 \text{ N} \cdot \text{s}, \quad (9)$$

y de (8), su cantidad de movimiento final tiene una magnitud

$$p_f = 6.00 + 0.00 = 6.00 \text{ N} \cdot \text{s}, \quad (10)$$

y está dirigida hacia la derecha.

Finalmente, de (4), su velocidad en el instante que la fuerza deja de actuar es

$$v_f = \frac{6.00}{1.00} = 6.00 \text{ m/s}, \quad (11)$$

dirigida hacia la derecha, por lo que, de acuerdo con la primera ley de Newton, una vez que la fuerza deja de actuar, la caja continuará moviéndose indefinidamente con esa velocidad.

Otra forma conveniente para los fines de este artículo es observar que, de acuerdo con (7), se puede interpretar el impulso I que la fuerza F proporciona a una masa m como el área encerrada entre el eje horizontal t y la gráfica de F en el intervalo $0 \leq t \leq T$. En el ejemplo descrito arriba de la caja, significa que el impulso $I = 6.00 \text{ N} \cdot \text{s}$ es justamente el valor del área del rectángulo mostrado en la Figura 2.

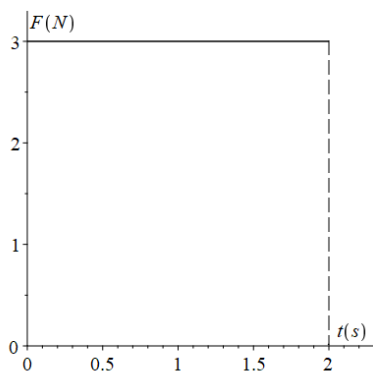


FIGURA 2. El impulso impartido a la caja de la Figura 1 puede obtenerse a partir del área del rectángulo mostrado en la figura.

En una situación general en la que la fuerza $\vec{F}$ aplicada es variable, el impulso impartido se obtiene de (6) y puede interpretarse también como el área encerrada entre el eje horizontal t y la gráfica de la fuerza $\vec{F}$ en el intervalo $0 \leq t \leq T$. La Figura 3 ilustra lo indicado anteriormente para el caso en que la fuerza aplicada $\vec{F}$ es completamente horizontal y está dirigida hacia la derecha, considerando la dirección positiva hacia la derecha.

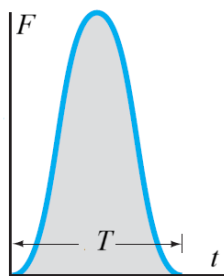


FIGURA 3. Cuando la fuerza aplicada es variable, el impulso impartido sigue siendo igual al área encerrada mostrada en la figura y se obtiene calculando la integral (6).

C. La función delta de Dirac $\delta(t)$

Con el fin de introducir la función delta de Dirac $\delta(t)$ comenzamos considerando la conocida función de distribución de probabilidad gaussiana

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (12)$$

donde μ es la media, $\sigma > 0$ la desviación estándar de la distribución y $-\infty < x < \infty$. La distribución de probabilidad (12) está normalizada a la unidad, es decir, el área encerrada bajo la curva es igual a uno, independientemente de μ y de σ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (13)$$

Vea la Figura 4 para el caso en que (13) tiene media $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, conocida como la distribución normal estándar.

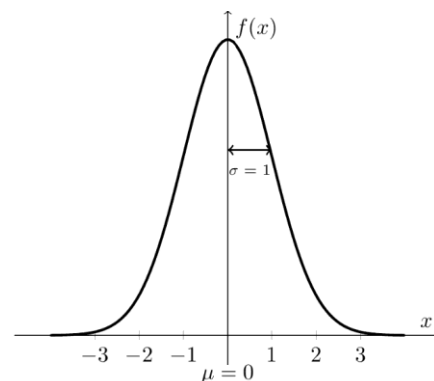


FIGURA 4. Cuando $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, (12) se conoce como distribución normal estándar. En este caso se sigue cumpliendo la condición de normalización (13).

Suponga que en (12) se disminuye el ancho de la distribución, es decir, se disminuye el valor de la desviación estándar σ . En orden que la condición de normalización (13) siga cumpliéndose, la altura de la distribución de probabilidad gaussiana debe incrementarse, tal como se ilustra en la Figura 5.

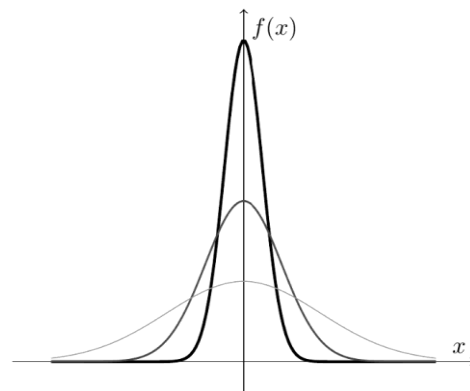


FIGURA 5. Conforme el ancho de la distribución de probabilidad gaussiana disminuye, su altura debe incrementarse para que la condición de normalización (13) se cumpla.

Supongamos ahora que el ancho σ en la Figura 5 fuera cada vez más cercano a cero, y por tanto su altura se hiciera cada vez mayor. Si ahora se supone que el eje vertical representa una fuerza variable y el eje horizontal representa el tiempo, entonces en analogía con la Figura 3, salvo el hecho que la distribución gaussiana está centrada en $t = 0$, se tiene el caso de una fuerza variable que proporciona un impulso de 1 N·s dado que el área bajo la curva en este supuesto gráfico $F - t$ es igual a uno por la condición de normalización (13).

La función delta de Dirac, introducida por el físico Paul Dirac [2,3,4], se utiliza, entre otras aplicaciones, para describir fuerzas impulsivas de corta duración, como las que se presentan, por ejemplo, cuando una raqueta de tenis golpea a la pelota, o cuando un palo de golf golpea a una pelota, tal como se ilustra en la Figura 6.



FIGURA 6. La función delta de Dirac $\delta(t)$ se emplea en la representación de fuerzas impulsivas, es decir, fuerzas de gran magnitud que actúan en intervalos de tiempo muy cortos, como es el caso que se ilustra en esta figura cuando un palo de golf golpea a una pelota.

La función delta de Dirac $\delta(t)$ está definida como

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \quad (14)$$

Y aunque estrictamente hablando no es una función en el sentido que usualmente se habla en los cursos de precálculo o cálculo, se le seguirá llamando “función” en el contexto de este artículo.

La función delta de Dirac $\delta(t)$ se caracteriza por una propiedad fundamental que resulta especialmente útil en el contexto físico que nos interesa: aunque su valor es cero en todos los puntos excepto en $t = 0$, el área bajo su curva es igual a uno. Esta propiedad, expresada matemáticamente como

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (15)$$

permite interpretarla como una “fuerza idealizada” que actúa durante un tiempo extremadamente corto, pero que genera un impulso finito de magnitud 1 N·s. Esta idea se conecta naturalmente con la noción de impulso analizada anteriormente, donde el área bajo la curva Fuerza vs. Tiempo representa el impulso total aplicado a un objeto.

D. La transformada de Laplace

La transformada de Laplace recibe su nombre en honor a Pierre Simon Laplace, aunque fue Euler quien probablemente enunció primero su definición. Dicha transformada permite, al menos en principio, resolver ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales conocidas, convirtiéndolas en ecuaciones algebraicas. Mayores detalles sobre el método pueden ser encontrados en [2,3,4].

Suponga que $f(t)$ es una función definida para toda $t \geq 0$. La transformada de Laplace de f es la función F definida como sigue:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (16)$$

para todo valor de s en los cuales la integral impropia converge [2,3,4].

Existen tablas que muestran cómo se transforman diferentes funciones $f(t)$ al aplicarles (16). En particular, interesa la transformada de Laplace para $f'(t)$ [2,3,4]:

$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0) \quad (17)$$

donde $f(0)$ corresponde al valor de $f(t)$ cuando $t = 0$.

Otro resultado importante para este artículo es [2,3,4]:

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1 \quad (18)$$

También es posible hablar de la transformada inversa de Laplace, $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$, la cual permite, en principio, conocida una función F , encontrar la función f a la cual corresponde:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} \quad (19)$$

Resulta de gran utilidad en este artículo el hecho de que

$$\mathcal{L}^{-1}\{1/s\} = 1 \quad (20)$$

III. ESTUDIO DE CASO

Se considera a continuación la situación en la que un objeto en reposo es golpeado en $t = 0$ por una fuerza impulsiva muy grande y de corta duración, como la que se ilustra en la Figura 6. Se supondrá una fuerza que proporcione un impulso de 1.00 N·s.

Suponga que un objeto de masa $m = 1.00$ kg se encuentra en reposo y justo en $t = 0$ s se le aplica una fuerza impulsiva $\delta(t)$. La segunda ley de Newton (1), con $a = dv/dt$ queda expresada como el problema de valor inicial (1)

$$\frac{dv}{dt} = \delta(t), \quad v(0) = 0$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación diferencial en (1) y los resultados (17), (18), (19) y (20), con $f'(t) = dv/dt$ y $v(0) = 0$, se obtienen los siguientes resultados equivalentes entre sí:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dv}{dt}\right\} = \mathcal{L}\{\delta(t)\}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

$$sF(s) - v(0) = 1, v(0) = 0$$

$$F(s) = \frac{1}{s} \quad (21)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}$$

Y, finalmente,

$$v(t) = 1, t \geq 0 \quad (22)$$

Donde se ha utilizado el hecho que $v(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$.

Si retomamos el análisis del inciso C del Marco Teórico, podemos entender con mayor claridad lo que ocurre en este caso. Como la masa de la partícula es de 1.00 kg y estaba inicialmente en reposo, al recibir un impulso de 1.00 N·s, su velocidad justo después de la acción de la fuerza será $v_f = 1.00$ m/s, en dirección hacia la derecha. Luego, gracias a la primera ley de Newton, sabemos que esa velocidad se mantendrá constante a partir de ese momento ($t \geq 0$), lo cual concuerda perfectamente con la solución matemática obtenida en la ecuación (22).

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone, como estrategia para que el estudiante comprenda el significado del problema de valor inicial (1)

$$\frac{dv}{dt} = \delta(t), v(0) = 0,$$

y el porqué de su solución (2)

$$v(t) = 1$$

iniciar primero analizando un problema elemental de física general, a saber, el de un objeto que se encuentra inicialmente en reposo y al cual se le aplica una fuerza constante durante un cierto intervalo de tiempo. El cálculo de la velocidad del objeto, una vez que ha dejado de actuar la fuerza, es sencillo y la aplicación de la primera ley de Newton permite comprender el posterior comportamiento del objeto una vez que la fuerza cesa. El análisis debe incluir la discusión del papel del gráfico Fuerza vs. tiempo, así como la interpretación del área bajo la curva como el impulso impartido al objeto.

Posteriormente se propone introducir al estudiante en la comprensión intuitiva de la función delta de Dirac a partir de un análisis sobre la función de distribución gaussiana normalizada y cómo se ve afectada su forma a medida que se disminuye su ancho σ . Finalmente se propone mostrar al estudiante la propiedad (15) de la función delta de Dirac:

El método de solución propuesto para el problema de valor inicial (1) es el de la Transformada de Laplace.

Con los conceptos básicos descritos anteriormente el estudiante puede interpretar el problema de valor inicial (1) como uno en el que, a una masa de 1.00 kg, inicialmente en reposo, se le aplica una fuerza impulsiva muy grande que dura un intervalo de tiempo extremadamente corto pero que proporciona un impulso finito de valor conocido a dicha masa.

A partir del análisis sencillo presentado en la Sección II, es posible deducir que, si una fuerza constante de 1.00 N actúa durante 1.00 s sobre una masa inicialmente en reposo, el impulso generado será de 1.00 N·s. En consecuencia, la masa alcanzará una velocidad final de 1.00 m/s, dirigida hacia la derecha, justo al terminar la acción de la fuerza. Esta situación nos permite interpretar la función delta de Dirac, utilizando la propiedad (15), como una “fuerza idealizada” que actúa en un tiempo extremadamente corto pero que produce un impulso de 1 N·s. Por lo tanto, al cesar esta fuerza, y acorde a la primera ley de Newton, el objeto debe continuar moviéndose con velocidad constante, tal como lo indica la solución $v(t) = 1, t \geq 0$.

Aunque por razones de extensión no se ha abordado en este artículo, es posible generalizar fácilmente el análisis al caso en el que un objeto permanece en reposo durante un intervalo de tiempo $0 \leq t < c$, y al cual se le aplica una “fuerza impulsiva” representada por $\delta(t - c)$ justo en $t = c$. Mediante un análisis elemental, similar al desarrollado anteriormente se puede comprender con claridad el comportamiento físico del sistema en esta situación. Posteriormente, esta comprensión permite interpretar de forma natural la solución $v(t) = u(t - c)$, correspondiente al problema de valor inicial

$$\frac{dv}{dt} = \delta(t - c), v(0) = 0,$$

donde $u(t)$ es la función escalón unitario [2,3,4].

Finalmente, este artículo muestra que es posible apoyarse en situaciones físicas elementales como una estrategia efectiva para facilitar en los estudiantes una comprensión más intuitiva y significativa de ciertas ecuaciones diferenciales, especialmente aquellas que involucran la función delta de Dirac. Esta función, por su definición poco convencional y sus propiedades inusuales, suele resultar extraña y difícil de asimilar, ya que no se parece a ninguna de las funciones que los alumnos han estudiado previamente en cursos de precálculo o cálculo.

REFERENCIAS

[1] Resnick R., Halliday D., Krane D. *Física Volumen 1* 4ª Edición. Grupo Patria Cultural, S.A. de C.V. 71-75, México 2000.

[2] Edwards C. y Penney D. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. 4ª Edición. Pearson Educación, México 2009.

[3] Zill D. y Cullen M. *Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera*. 7ª Edición. Cengage Learning, México 2009.

[4] Nagle R., Saff E. y Snider A. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. 4ª Edición. Pearson Educación, México 2005.



Response to departures: a universal indicator

Nachieketa K Sharma¹, Deepak K Pattanaik²

^{1,2}Siksha 'O' Anusandhan University, Bhubaneswar, OR, India, 751030.

Email: nachiketasharma@soa.ac.in

ISSN 1870-9095

(Received 3 April 2025, accepted 15 August 2025)

Abstract

The fraction of energy that is not able to be transferred in an energy exchange between any two systems, be they of mechanical, electrical, optical, or quantum mechanical origin depends upon the perfect value of a specific ratio unique to each situation. This ratio can be of the mass of two colliding bodies on a straight line, the indices of refraction of two separating media, the external and the internal resistances in an electrical circuit, the energy of the incident particles and the energy of the one-dimensional potential barrier. And it is found that the ratio in each case has a perfect value of unity for which the fraction of energy that is not able to be transferred is zero and this loss increases with increase of departure from this unique value as revealed from the symmetry of a figure which is surprisingly identical for each case enumerated above.

Keywords: energy transfer, departure, perfect ratio, mechanical, electrical, optical, quantum mechanical.

Resumen

La fracción de energía que no se puede transferir en un intercambio de energía entre dos sistemas, ya sean de origen mecánico, eléctrico, óptico o mecanocuántico, depende del valor perfecto de una razón específica, única para cada situación. Esta razón puede ser la masa de dos cuerpos en colisión en línea recta, los índices de refracción de dos medios que se separan, las resistencias externa e interna de un circuito eléctrico, la energía de las partículas incidentes y la energía de la barrera de potencial unidimensional. Se ha descubierto que la razón en cada caso tiene un valor perfecto de la unidad, para el cual la fracción de energía que no se puede transferir es cero, y esta pérdida aumenta con la desviación de este valor único, como lo revela la simetría de una figura que es sorprendentemente idéntica para cada caso enumerado anteriormente.

Palabras clave: transferencia de energía, desviación, razón perfecta, mecánica, eléctrica, óptica, mecanocuántica.

I. INTRODUCTION:

The equations which appear in different fields of physics, and even in other sciences, are often almost exactly the same, so that many phenomena have analogues in these different fields. For example, oscillations of a mass on a spring, oscillations of charge flowing back and forth in an electrical circuit, vibrations of a tuning fork which is generating sound waves, the operation of a thermostat trying to adjust a temperature, vibrations of the electrons in an atom which generate light waves, growth of a colony of bacteria in interaction with the food supply and the poisons the bacteria produce, foxes eating rabbits eating grass follow equations which are very similar to one another [1]. In spite of seemingly diverse appearance all of them boast of an underlying symmetry linked to a linear differential equation with constant coefficients. Thus, it is important to realize that study of a phenomenon in one field permits an extension of one's knowledge in another field and justifies the reason for spending a great deal of time and energy on an

understanding that is often taken for granted in the undergraduate teaching environment.

On the backdrop of this, a set of elegant illustrations involving transfer of energy from one system to another are chosen from mechanics, electricity, optics and quantum mechanics to show the underlying connection existing among them in spite of their diverse origin. We know that the energy exchange between any two systems is always fraught with possibility of leakage thereby lowering the efficiency of power delivered. Nevertheless, two systems participating in this transfer always have the scope to diminish this leakage to zero in order to attain one hundred percent efficiency [2]. Here, we have evaluated that unique scope for six different cases: two bodies of different masses undergoing one dimensional elastic collision, electromagnetic energy transmission between two optical media of different indices of refraction, incident particles of certain energy hitting one dimensional potential barrier, transfer of electrical energy from a cell of certain internal resistance to the external resistance in an electrical circuit; established the

connection between leakage with departure from that unique scope for each case separately; and showed the surprising identical behaviour in seemingly different cases with each one leaving the same graphical footprint.

CASE 1: DEPARTURE FROM UNIT MASS RATIO

It is common knowledge that two bodies A and B of masses m_A and m_B and initial speeds v_{A1x} and v_{B1x} while undergoing one dimensional elastic collision always end with final speeds of v_{A2x} and v_{B2x} respectively given as [3]

$$v_{A2x} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1x} + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_{B1x}$$

$$v_{B2x} = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} v_{B1x} + \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1x}$$

Concentrating on the particular case in which body B is at rest before the collision ($v_{B1x} = 0$) or thinking body B as a target for body A to hit, the respective after-collision speed equations are

$$v_{A2x} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1x}$$

$$v_{B2x} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1x}$$

So, the fraction of energy that is not able to be transferred to the target after collision is

$$\chi = \frac{\frac{1}{2}m_A v_{A1x}^2 - \frac{1}{2}m_B v_{B2x}^2}{\frac{1}{2}m_A v_{A1x}^2},$$

After simplification of mathematical steps this becomes

$$\chi = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2,$$

where $n = \frac{m_B}{m_A}$, ratio of the target mass to the transferring mass. When $n = \frac{m_B}{m_A} = 1$, that is, the masses are equal, the transfer of energy is 100% efficient and the loss or uncoupled energy is zero. Thus, defining the perfect coupling as $n = n_o = 1$ and the departure from this perfect value as δn , we can write any value of the ratio n in terms of departure δn as $n = n_o + \delta n$. When $\delta n = 0$, $n = n_o = 1$. So, the loss equation in terms of departure can be written as

$$\chi = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{\delta n} \right)^2}$$

Where δn is the departure from the perfect value of the colliding mass ratio, $\frac{m_B}{m_A} = 1$

CASE 2: DEPARTURE FROM UNIT REFRACTIVE INDEX RATIO

Here we consider electromagnetic energy transmission when light is incident normally (for simplicity) in the z-direction on a medium having refractive index μ_1 and travels to another medium having refractive index μ_2 . We consider both the medium non-magnetic. The incident, reflected and transmitted electric waves are given as [4]

$$\vec{E}_i(z, t) = E_i e^{i(k_1 z - \omega t)} \hat{x}$$

$$\vec{E}_r(z, t) = -E_r e^{i(-k_1 z - \omega t)} \hat{x}$$

$$\vec{E}_t(z, t) = E_t e^{i(k_2 z - \omega t)} \hat{x}$$

and since the magnetic field is related to the electric field as $\vec{B} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{v}$ corresponding magnetic waves are given as

$$\vec{B}_i(z, t) = \frac{B_i}{v_1} e^{i(k_1 z - \omega t)} \hat{y}$$

$$\vec{B}_r(z, t) = -\frac{B_r}{v_1} e^{-i(k_1 z - \omega t)} \hat{y}$$

$$\vec{B}_t(z, t) = \frac{B_t}{v_2} e^{i(k_2 z - \omega t)} \hat{y}$$

Applying the boundary conditions at the boundary ($z = 0$) as $E_{\parallel 1} = E_{\parallel 2}$ and $B_{\parallel 1} = B_{\parallel 2}$ to the wave equations and solving for E_r and E_t and taking ratio of velocities in the two media as $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, we get

$$E_r = \left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right) E_i$$

$$E_t = \left(\frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) E_i$$

As we know, the average electromagnetic energy flux in the z-direction is given by

$$I = \frac{\vec{E} \times \vec{B} \cdot \hat{z}}{\mu_0} = \frac{EB}{2\mu_0} = \frac{E^2}{2\mu_0 v}$$

So, we get coefficient of transmission T as

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \left(\frac{E_t}{E_i} \right)^2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \left(\frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^2$$

So, the fraction of energy that is not able to be transferred is

$$\chi = 1 - T = 1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \left(\frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^2 = 1 - \frac{4n}{(1+n)^2}$$

$$= \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2$$

Where $n = \frac{\mu_2}{\mu_1}$. And the loss equation in terms of departure can be written as

$$\chi = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{\delta n} \right)^2}$$

Where δn is the departure from the perfect value of the refractive index ratio, $\frac{\mu_2}{\mu_1} = 1$

CASE 3: DEPARTURE FROM UNIT ENERGY RATIO

Here we consider a quantum particle having mass m and momentum $\hbar k$ being incident from the left $x < 0$ on the potential step defined as $V(x) = 0$ for $x < 0$ and $V(x) = V_o$ for $x > 0$. The Schrodinger equation satisfied by the particle is given as [5]

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_o) \psi(x) = 0$$

The particle has kinetic energy $\frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E - V_0$ and total energy E . As we know from elementary quantum mechanics the solution for the wave function for the particle in two regions defined by the potential are given as

$$\psi_I = e^{ikx} + re^{-ikx} \text{ for } x < 0$$

$$\psi_{II} = te^{iqx} \text{ for } x > 0$$

Where r and t are amplitudes of the reflected and transmitted waves respectively and $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ and $q = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}$. The unknown quantities r and t are determined by using the continuity of ψ and $\frac{d\psi}{dx}$ at $x = 0$. One get $r = \frac{k-q}{k+q}$ and $t = \frac{2k}{k+q}$. Since one can show that the incident current density is $j_{inc} = \frac{\hbar k}{m}$ and transmitted current density is $j_{tran} = \frac{\hbar q}{m}|t|^2$. The transmission coefficient T (which when multiplied with the incident energy is the fraction of energy transmitted) is given as

$$T = \frac{j_{tran}}{j_{inc}} = |t|^2 = \frac{4kq}{(k+q)^2}$$

$$1 - T = 1 - \frac{4kq}{(k+q)^2} = 1 - \frac{4\frac{q}{k}}{\left(1 + \frac{q}{k}\right)^2} = 1 - \frac{4n}{(1+n)^2}$$

$$= \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2$$

Where $n = \frac{q}{k}$. So, the fraction of energy that is not able to be transferred in terms of departure from perfect coupling can be written as

$$\chi = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{\delta n}\right)^2}$$

Where δn is the departure from the perfect value of the ratio, $\frac{q}{k} = 1$

CASE 4: DEPARTURE FROM UNIT RESISTANCE RATIO

In an electrical circuit consisting of an emf $\mathcal{E}$ having an internal resistance r and an external resistance R in series, the current in the circuit is given as [6]

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

The power transferred to the external resistance R is given as

$$P_{trans} = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{(R + r)^2} R = \frac{\mathcal{E}^2 \left(\frac{R}{r}\right)}{r \left(1 + \frac{R}{r}\right)^2}$$

So, the energy that is not able to be transferred to the external resistance is

$$\chi = 1 - \frac{P_{trans} t}{P_{available} t} = 1 - \frac{\frac{\mathcal{E}^2 \left(\frac{R}{r}\right)}{r \left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} t}{\frac{\mathcal{E}^2 t}{r}} = 1 - \frac{\left(\frac{R}{r}\right)}{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2 - 4\frac{R}{r} + 3\frac{R}{r}}{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} = \frac{\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2}{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} + \frac{3\frac{R}{r}}{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2}$$

Considering the second term

$$\frac{3\frac{R}{r}}{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} = \frac{3\frac{R}{r}}{\frac{R^2}{r^2} \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2} = \frac{3\frac{r}{R}}{\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}$$

Now generally in practical case the internal resistance of a battery is very small compared to the external resistance. So $\frac{r}{R} \rightarrow 0$ and we get

$$\chi = \frac{\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2}{\left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2$$

where $n = \frac{R}{r}$. So, the departure equation is written as

$$\chi = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{\delta n}\right)^2}$$

Where δn is the departure from the perfect value of the resistance ratio, $\frac{R}{r} = 1$.

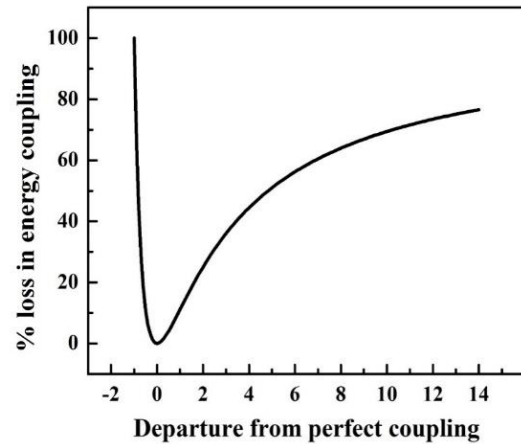


FIGURE 1. Case 1: Response of uncoupled power to departure from perfect matching in one dimensional elastic collision. At perfect matching condition ($n = m_B/m_A = 1$, i.e., $\delta n = 0$) the uncoupled power is zero for two identical masses undergoing a one-dimensional elastic collision

Case 2: Response of uncoupled power to departure from perfect refractive indices matching. At perfect matching condition ($n = \mu_2/\mu_1 = 1$, i.e., $\delta n = 0$) the uncoupled power is zero as there is now a single medium.

Case 3: Response of uncoupled power to departure from perfect matching. At perfect matching condition ($n = q/k = 1$, $\delta n = 0$) the uncoupled power is zero as there is no potential barrier.

Case 4: Response of uncoupled power to departure from perfect matching. At perfect matching condition ($n=R/r=1, \delta n=0$) the uncoupled power is zero

CONCLUSION

The case of two masses undergoing a one-dimensional elastic collision has shown that the power transfer always prefers equality of masses and abhors departures by lowering efficiency. Similarly, the conclusions of placing two media of different refractive indices never achieve a perfect coupling and the maximum transfer of electrical energy occurs when the external resistance equals the internal resistance and the more a potential barrier departs from the energy of the incident particles more is the energy that is not able to be coupled can be invoked to demonstrate the fact that a principle is not restricted to a small part of physics rather offering scope of an extension of knowledge from one field to another always. It also raises a question that this unique response to departures is merely coincidental or an offshoot of a fundamental insight?

REFERENCES

1.

- [1] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, Vol. I, Addison-Wesley Publishing Company, California, 1975.
- [2] Subodha Mishra, Significance of a Recurring Function in Energy Transfer, The Physics Teacher 55, 298 (2017).
- [3] Young HD, Freedman RA, and Ford AI, Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics, 13th Edition, Pearson.
- [4] Born Max & Wolf Emil, Principles of Optics, 7th expanded edition, Cambridge University Press, 1997.
- [5] Ghatak, Ajoy, Basic Quantum mechanics, Macmillan Publishers India Ltd, Paperback edition, New Delhi, 2010.
- [6] Griffiths, David J, Introduction to Electrodynamics, 3rd edition, PHI Learning Pvt. Ltd., New Delhi, 2012.

Machine learning in astrophysical cosmology: Education beyond the dominion of Big Techs



Nilo Serpa^{1,2}

¹NIP-Núcleo Interdisciplinar de Pesquisa, Centro Universitário ICESP, Águas Claras, Brasília, Brasil DF.

²Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, Brasil.

E-mail: nilo.serpa@icesp.edu.br

(Received 15 July 2025, accepted 30 August 2025)

Abstract

This article discusses the adventum of artificial intelligence (AI) in people's daily lives, showing that the constructive side of AI is not within the reach of the average citizen, and not within the tool boxes of most academics in many countries. Demystifying AI, which is nothing more than multivariate statistics (MS) executed with high performance, and pointing to generative AI as an instrument for binarizing thought and deconstructing cognition, both practices of interest to some neoliberal corporations, the work presents a positive example of R language application of machine learning (ML) in astrophysical cosmology that demonstrates how it is possible to use AI with gains for cognition, and for critical and innovative thinking, preserving ethics and optimizing the use of the intellect. Finally, the study provides suggestions for formal secondary education in the sense of repositioning mandatory classical subjects in a right route, allowing not only the emancipation of the individual, but also access to the necessary means to develop additional cognitive skills to deal with an increasingly technological world, and to understand the ethics of using such skills.

Keywords: Artificial intelligence, Machine learning, Astrophysical cosmology, Galaxy clusters.

Resumen

Este artículo analiza la irrupción de la inteligencia artificial (IA) en la vida cotidiana, demostrando que su vertiente constructiva no está al alcance del ciudadano medio ni al alcance de la mayoría de los académicos en muchos países. Desmitificando la IA, que no es más que estadística multivariante (SM) ejecutada con alto rendimiento, y señalando la IA generativa como instrumento para binarizar el pensamiento y deconstruir la cognición, ambas prácticas de interés para algunas corporaciones neoliberales, el trabajo presenta un ejemplo positivo de la aplicación del lenguaje R al aprendizaje automático (AA) en la cosmología astrofísica, que demuestra cómo es posible utilizar la IA con beneficios para la cognición y el pensamiento crítico e innovador, preservando la ética y optimizando el uso del intelecto. Finalmente, el estudio ofrece sugerencias para la educación secundaria formal en el sentido de reposicionar las asignaturas clásicas obligatorias en una dirección adecuada, permitiendo no solo la emancipación del individuo, sino también el acceso a los medios necesarios para desarrollar habilidades cognitivas adicionales para afrontar un mundo cada vez más tecnológico y comprender la ética de su uso.

Palabras clave: Inteligencia artificial, Aprendizaje automático, Cosmología astrofísica, Cúmulos de galaxias.

I. INTRODUCTION

Cosmology (more specifically astrophysical cosmology), an offshoot of astronomy, is the physical science that seeks to describe the universe on large scale, its origin, its structures, and its evolution. Since the late 1990s, technological advances in observational astronomy have consolidated this science at a level far superior to that of the years in which a high degree of speculation about the immensity that surrounds us predominated. Importantly, and I have been repeating myself on this point, it is necessary to clear up here the frequent confusion between science and technology. The goal of science is not to produce technology, but rather to describe how the universe works under the laws that science itself identifies and formalizes. It is true that technology is initially based on

fundamental science, but once the former is established, it advances on its own. Thus, the purpose of the General Theory of Relativity is to establish, on the basis of the space-time-gravity triad, the laws governing the universe at large scale, not to build a global positioning system (GPS), or spaceships to travel near light speed or “faster” than light. Likewise, the purpose of quantum mechanics is to describe the universe at microphysical scale, not to build a quantum computer. Clearly, technological advances can bring back benefits to science, especially in terms of corroborating its theories; for instance, the large orbital telescopes created since the 1990s, from the Hubble to the James Webb, have not only changed many of our beliefs about the universe, but have also provided data for successive confirmations of General Relativity.

Nevertheless, the uses of technology generally involve extra-scientific interests.

The theoretical foundations of contemporary cosmology lie in Einstein's General Theory of Relativity, from which different cosmological models, or cosmologies, were established according to considerations taken from theory, observations and from the substantial uncertainties involved. These cosmologies are characterized by specific solutions of Einstein's equations (EE), although not everything in cosmology directly links to these equations. The so-called Λ -CDM Model (Λ -Cold Dark Matter), also known as Standard Model, is the currently accepted cosmological representation of the universe. It was built on the Friedmann – Lemaître – Robertson – Walker (FLRW) homogeneous solutions of EE. However, inhomogeneous generalizations of FLRW cosmological model gained expression mainly by substantiating an alternative way of considering the accelerated expansion of the universe as a result of inhomogeneities in the distribution of matter, and not caused by dark energy (personally, I believe that both causes are concurrent to the accelerated expansion). The simplest inhomogeneous models of the universe are based on Lemaître-Tolman (LT) metric — sometimes referred to as Lemaître-Tolman-Bondi (LTB) metric —, which represents solutions to EE with spherical symmetry considering a resource of dust [1, 2, 3, 4]. The study of the LT inhomogeneous cosmology is at the core of my research in astronomy.

In addition to the current capacity to observe the deep cosmos on an unprecedented scale, computational processing power has brought significant gains for the analysis of large volumes of data and for the execution of complex simulations, although, in the latter case, the convenience of numerical solutions to differential equations has surpassed the interest in the search for analytical solutions, which weakens theoretical structures to a certain extent. This, in fact, is one of the symptoms of the emphasis on knowledge harming understanding, a characteristic of the principle of fast production, according to which everything must be ready in record time. It is following this reasoning that generative AI marketing gains space in the media, bringing with it the overthrow of the last bastion of rationality (since the other pillars such as ethics and esteem for truth have already been banned!): cognition.

The digital market likes to invent names to sell its trinkets that add nothing to science and cognition, and that materialize the ideological narrative of the digital world as "the better world". Bring on the tosh: "prompt engineering" (in just over two years of existence among the skills celebrated in the job market, it is already practically obsolete as such), "machine learning", and the very expression "artificial intelligence" itself, which, in Nicoletti's ironic words, is "neither intelligent nor artificial". This is not surprising. After all, selling a pig in a poke has been a predatory practice of humankind since time immemorial. We are predators by nature; we sadly got here through the exploitation of many by few, no matter how much we do not want to admit it.

Unfortunately, we live in a dystopian world, ideologically shaped to make us abdicate our analogical mindset in favor of a binary behavior, without the nuances of reflective critical thinking. Therefore, the objective of this article, speaking a little about cosmology, is to discuss the ethical and purposeful use of AI, notably machine learning, showing the risks of generative AI for cognition and for the very analogical nature of human beings. The expectation is that the example of the application of AI in astrophysical cosmology can motivate researchers and students to know and understand MS, the basis of all AI, and to remain vigilant about their humanities, despite the digital technocratic ideology of the Big Techs. Perhaps, and I sincerely expect, the reader can find some motivation to learn more about cosmology.

II. A BIT ON ML IN COSMOLOGY

Apart from the dubious intentions of the AI market, there are certainly positive aspects to the use of AI, free from ideology. Mastering its theoretical foundations and algorithmic expression is what really contributes to scientific development, especially if we enhance the performance of classical algorithms with heuristic techniques. In other words, we first master MS, its applications, and the appropriate programming language (knowledge). Then, we identify in which circumstances we should resort to MS, and with which specific applications we should address the proposed problem (understanding). Finally, we interpret, discuss, and compare the results, providing a consistent conclusion (meta-understanding). In the nihilistic-hedonistic world of neoliberal ideology, however, this is a route that few are willing to follow. In the global mentality of prioritizing fun, consumption, and material comfort, shortcuts are the ideal choices; better ask ChatGPT, an instrument of consecration of the "future without a future", of plundering other people's efforts, of demolishing ethics and cognitive capacity. We continue to be predators, but there is a way out of this toxic behavioral pattern: mastering the sequence "knowledge $\rightarrow$ understanding $\rightarrow$ meta-understanding", which originates in the human mind. To illustrate that way, let us now look at a relevant and educative application example of ML for cosmology.

II.1. ASSUMPTIONS AND METHOD

Two fundamental quantities for cosmology are the redshift (z), which corresponds to the distance of the astronomical object, and the magnitude (mag), which corresponds to its brightness. In the approach of this study, the equations to be integrated will reflect in a graphical representation the guide curve around which we get the distribution of galaxy clusters along z according to their magnitudes. As previously stated, the LT cosmology presupposes a universe with inhomogeneous distribution of matter. Locally, and on scales of millions of light-years, with superclusters of galaxies and extensive voids between them,

inhomogeneity is indisputable. However, in terms of billions of light-years, the assumption of homogeneity has been considered reasonable and defended by most astronomers under what is called the "Cosmological Principle", including the isotropy of the universe, and, to a certain extent, introducing some important formal

simplifications. Curiously, despite this defense, relevant facts about the universe and its structures are due to the inhomogeneities of the verified circumstances. The discussion shall continue for a while, but, in particular, I believe that homogeneity is really a simplification expedient, more than an acceptable outline of reality, and as such, on the scale at which it presents

accuracy of the data if a future candidate appears far outside the predictive field. This is a full example of what gives support to ML.

Variable or function	Meaning	Variable or function	Meaning
$R(r, t)$	Angular diameter distance	$R'(r, t)$	Spatial derivative of the angular diameter distance
$a(r, t)$	Scale factor	$\dot{R}(r, t)$	Time derivative of the angular diameter distance
z	Red shift	$a'(r, t)$	Spatial derivative of the scale factor
f	Arbitrary LT function (space-time curvature)	$\dot{a}(r, t)$	Time derivative of the scale factor
r	Co-moving coordinate (radius)	$A = \frac{1}{(1+cr)^2}$	Arbitrary LT function, with c as the adjusting constant already defined

TABLE 1: Meanings of the variables and functions involved in the LT cosmology.

Simulation from the author in R language

itself, it can introduce obstacles to a deeper comprehension of the cosmos. In any case, much of all this is about to collapse in face of the observations obtained with the James Webb. The recognition of the filamentary *petastucture* of the universe, with unimaginable gaps between the filaments, and the detection of early galaxies that conflict with the Standard Model have caused a certain paralysis of cosmology and desperate attempts to save something of the Cosmological Principle in its current version. Thus, the idea of a homogeneous universe even on a very large scale is becoming increasingly untenable.

If we assume that the universe is inhomogeneous, we cannot escape taking into account non-linear structures¹ such as galaxy clusters, and later, superclusters. Therefore, we are led to foresee a predictive non-linear dispersion extrapolated from the theoretical curve "red shift *versus* R-magnitude" ($z \times R\text{-mag}$)² of the cosmology to form the virtual background to include any galaxy cluster candidates subsequently detected. In this way, an algorithm in R language creates the predictive scatter and compares it with observational data. Ultimately, it is a matter of deducing a predictive non-linear field that reflects the natural randomness of the system under discussion, providing the most likely representation according to the best fit of parameters Ω (density parameter) and c (adjusting constant of the model). The heuristic aspect of the method is precisely the application of a non-linear regression reverse engineering from the theoretical curve of cosmology itself (as if this curve were a non-linear regression curve of the observational data), creating the predictive field, a dispersion of the curve to be confronted to the data. Possible new cluster candidates added to the database should appear on that field, and the algorithm will doubt the

As can be seen, we have a complex intellectual construction as a result of a broad cognitive process involving several skills and accumulated prior knowledge. The machine only processes all of this "past" efficiently, returning to the intellect that fed it the results that would take incalculable time and effort to obtain by hand. Intelligence remains uniquely and exclusively human.

II.II. DATA COLLECTION AND THEORETICAL ANALYSIS

In my research, to model galaxy cluster's data I adjusted the theoretical LT curve to R-magnitude. The best fit of parameters Ω and c was choose as $\Omega = 0.3$ and $c = 2.2$. Observational data was obtained from the KiDS survey and from the DES Collaboration [6]. To establish the theoretical curve of the indicated cosmology, we need to find the luminosity distance, dL , calculated from the radiation flux emitted by the source and measured by the observer. In general, observations are initially directed to the closest objects, which can be observed in a greater number of bands than more distant objects. From these observations, it is assumed that the resulting method of light curve conversion applies to all redshifts. We have the following system of differential equations to integrate (from which we obtain the luminosity distance)³:

$$\frac{dR(r, t)}{dz} = \frac{R'(r, t)}{(1+z)\dot{R}(r, t)} (\sqrt{1+f} - \dot{R}(r, t)), \quad (1)$$

$$\frac{da(r, t)}{dz} = \frac{1}{(1+z)\dot{R}(r, t)} (\sqrt{1+f} a' - \dot{a}R(r, t)). \quad (2)$$

¹ See the recently discussed unusual asymmetry of the Andromeda Galaxy's satellite galaxy system [5].

² R-magnitude is a measurement of brightness using a filter (R-filter), depending on the photometry system adopted.

³ Since dL is a function of z and $R(r, t)$ (see Table 1 to learn symbology).

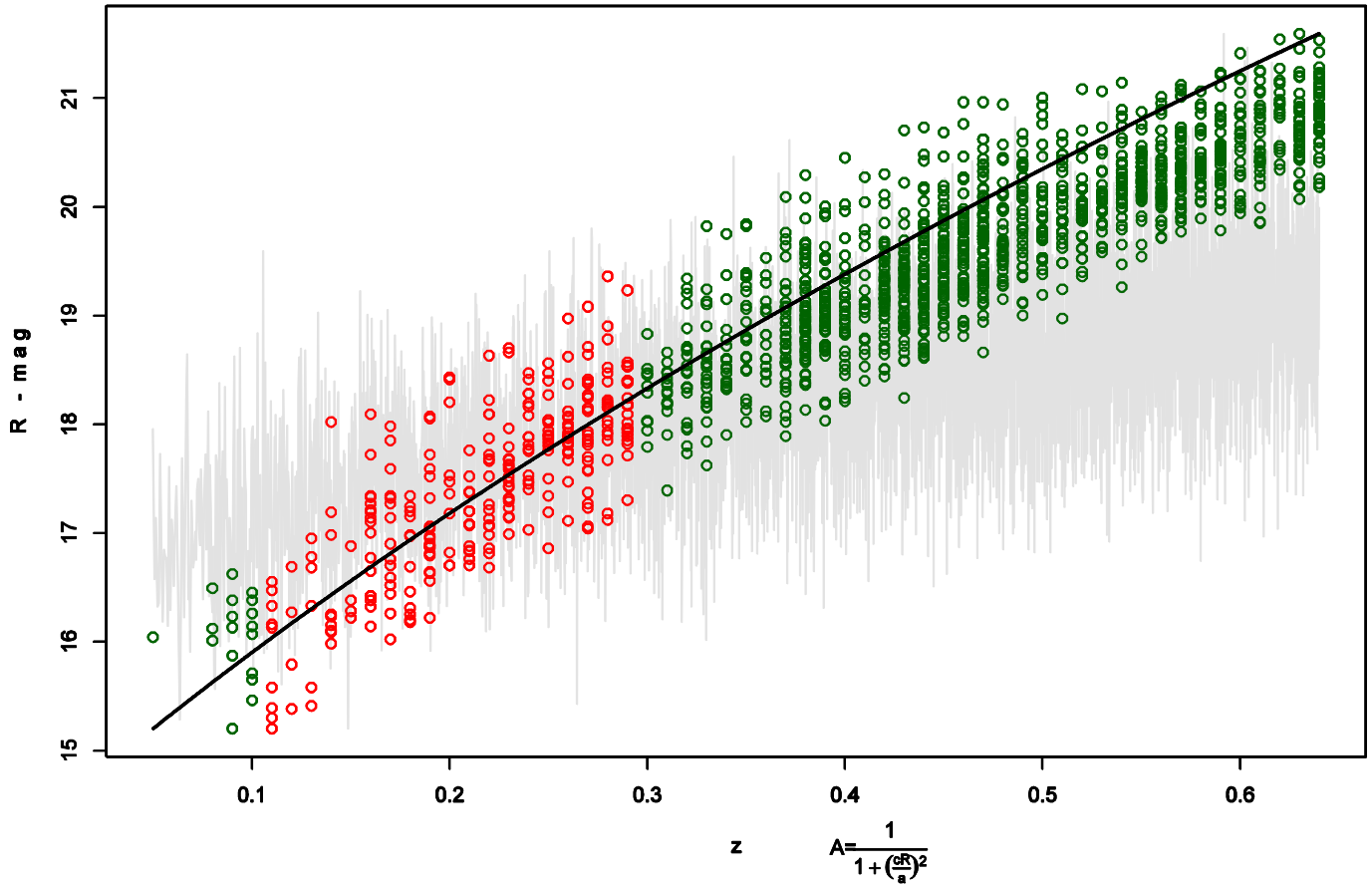
Galaxy cluster candidates, $\Omega=0.3$, $c=2.2$ 

FIGURE 1: Theoretical curve of the LT inhomogeneous cosmology, and the non-linear expectation field in gray projected by the confrontation between theory and observational data (in red, the same z range previously little explored in investigations of type-Ia supernovae).

Simulation from the author in R language

Applying the technique mentioned above — the reverse engineering of non-linear regression on the theoretical LT curve provided by the integration of equations (1) and

(2) —, I create a diffusion of the curve forming a non-linear inhomogeneous scattering field, a predictive field in gray from the points of the curve (Figure 1). Overlapping observational data — with the corresponding error bars on R-mag — and the non-linear field (Figure 2), we can see a consistent representation of the distribution trend of galaxy cluster candidates. The reader should understand that, for clusters with very close R-mag values, the separation of the representative circles is only visible with the error bars.

However, for the investigation to be complete, it is useful to compare the adopted model with the approach of Garfinkle [3]. He investigated two models, one for $\Omega = 0.3$ and $c = 8.5$, and another for $\Omega = 0.2$ and $c = 5.1$. Since changes in the adjustment constant c only slightly alter the

predictive field within the limits indicated in the study of the aforementioned author, and since that field is broad enough to overlap with other possible models, it is worth testing whether for $\Omega = 0.3$, the choice $c = 8.5$ (Figure 3) constitutes simultaneously a plausible model, that is, covered in good approximation by the same predictive field defined with $c = 2.2$. To perform the test, a simple neural network is constructed, combining Ω and c , and assigning a TRUE/FALSE classification to the network's test probabilities in relation to the initial reference combinations of Ω and c (whose organization was inspired in the form of the XOR table). For probability values greater than 0.5, the combinations of Ω and c are classified as "T" (TRUE), otherwise "F" (FALSE). The resulting probabilities (Table 2) were applied to the calculation of the predictive fields, completing the ML algorithm.

Concisely, the algorithm predicts that, as z increases, new galaxy cluster candidates will tend to be located further below the theoretical curve. Thus, the general propensity is

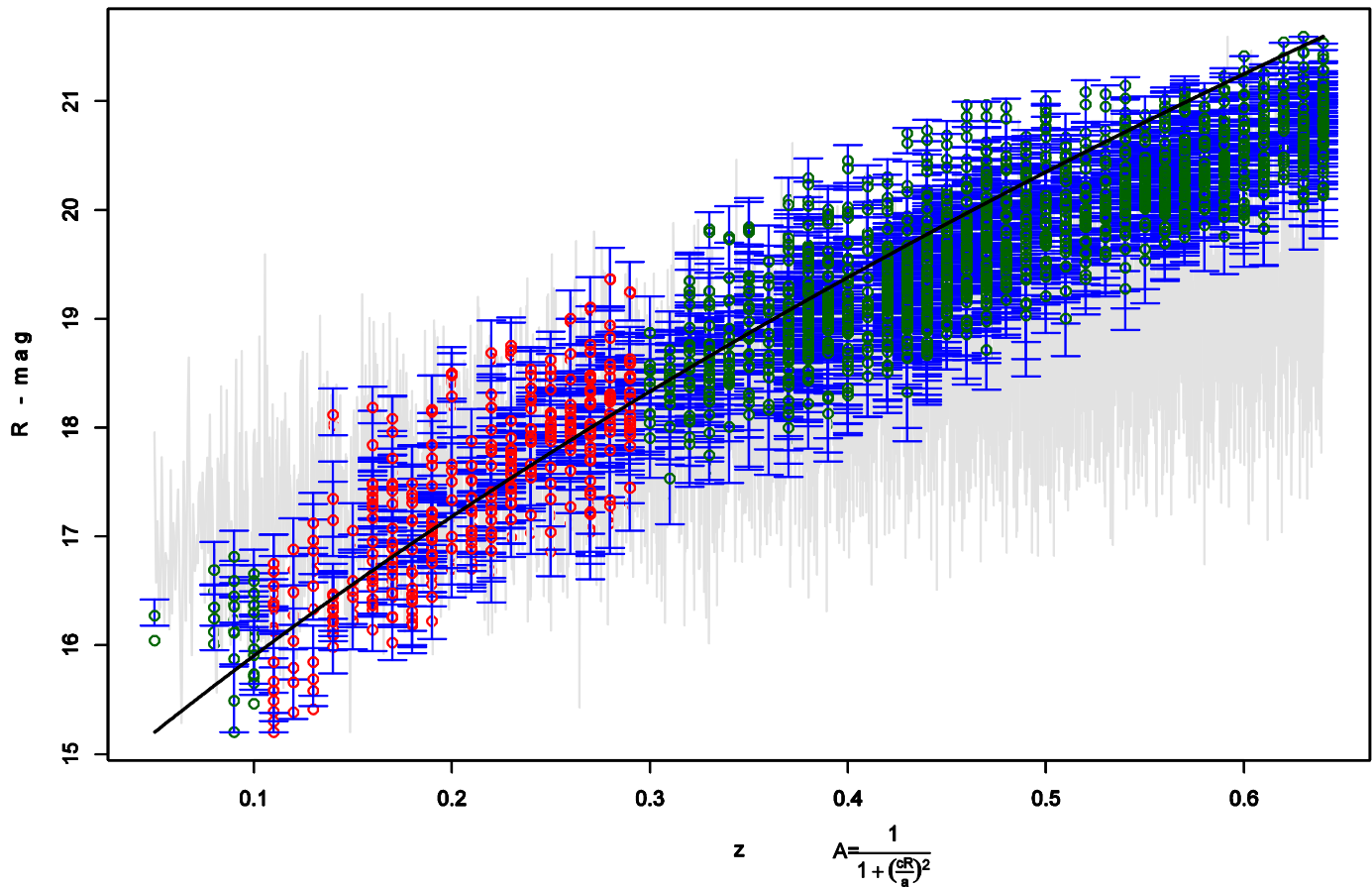
Galaxy cluster candidates, $\Omega=0.3$, $c=2.2$ 

FIGURE 2: Same as FIGURE 1 with error bars (note that the extrapolation from de curve is coherent with the observational distribution of the cluster candidates, considering error bars in R-mag).

Simulation from the author in R language

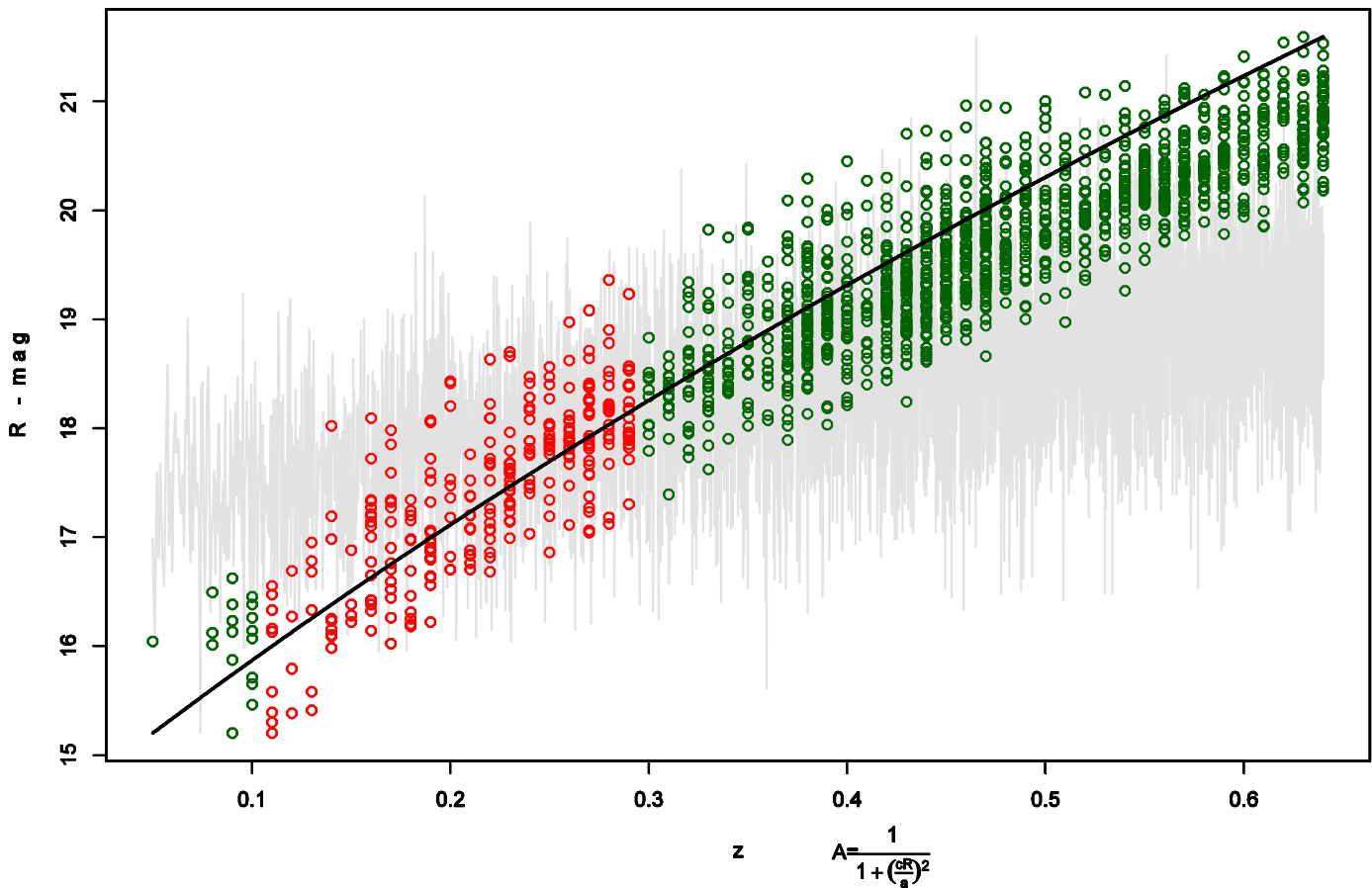
expressed by the combination of theoretical curve and its dispersion, taking into account the observational scenario presented. The objections commonly made to the LT model due to the arbitrariness of the functions f , a , and A lose support as the predictive spread of the defined theoretical curve covers a whole range of virtual variations of the assumed parameters, which, consequently, ends up encompassing the FLRW cosmology itself in the nonlinear dispersion zone (in practice, the two cosmologies only differ significantly from $z \sim 0.8$). Lastly, the inhomogeneity of the universe constitutes a prospect that is increasingly difficult to contest given the accumulating evidence [7]. In the current scenario of general cosmology, it is worth testing this approach even though we have a lot to improve.

III. GENERAL DISCUSSION

ML can be useful to the extent that it is understood as a fertile ground for the flourishing of disruptive heuristic reasoning translated into operational techniques executed

by efficient algorithms. In astrophysical cosmology, these techniques are indispensable, given the need to deal with the great uncertainties caused by the immeasurable distances that separate us from cosmic objects. The predictive character of the presented model offers the possibility of embracing such uncertainties not only as products of the deficiency of the means, but also as an inherent aspect of the natural non-linearity of the systems. It is not possible to access them with unlimited precision; it is the nature of things to deny us such precision.

There is, undoubtedly, an additional educational facet in the example explained. Astrophysical cosmology is the science that underpins the study of the origin of life, since it describes the evolutionary stages of the universe, identifying in which inhomogeneous physical circumstances, on large scales, life becomes possible (in fact, up until now, life seems to establish in a somewhat inhomogeneous way in the universe!). Like astronomy, its science-mother, it serves as a gateway to other sciences such as biology and chemistry. In addition, it develops in us

Galaxy cluster candidates, $\Omega=0.3$, $c=8.5$ **FIGURE 3: Same as FIGURE 1, but for $c = 8.5$ (note the slight difference in the predictive field).**

Simulation from the author in R language

a sense of humility and appreciation for life and for our planet. If we had cosmologist politicians, I think our leaders would be less greedy and vulnerable to corruption. Astronomy should be learned from the first years of formal education as an indispensable subject for the formation of character.

II.II. SOME REMARKS ON AI AND EDUCATION

The ethical and propositive use of AI as I have presented will only be viable if it is taught from an early age in school life. Curricula should be reviewed at all levels, not to encourage the use of ChatBots, but to prepare the mind to benefit from the operational advantages of computational support. In this sense, statistics is a very valuable tool and can be taught in stages, from the first moments of secondary education, including early learning of the R programming language. In any case, it is necessary to emphasize that the machine only executes the algorithm summarizing the formal-logical dexterity of human rationality, but it lacks the intuition that permeated the creative phase of rationality, which is non-algorithmic [8, *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 19, No. 3, Sept, 2025*

9]. It is difficult to conceptualize intelligence and consciousness such is the non-algorithmic complexity of the brain and its mind. It is enough to hear the voice of a loved one, and later hearing it internally, through memory, with all the emotional connections simultaneously aroused in the moment of remembrance to understand the breadth of that complexity. I believe that the so-called AI will naturally become more useful when we no longer listen to the foolery disseminated by the media.

Over the years, under intense media fire, we have ended up lending to computers attributes that they do not actually possess, something suggested in terms like "human algorithm systems", in reference to algorithms for solving everyday "optimal stopping" problems [10], as for instance looking for an apartment (which in fact is not simply a logistical issue, but requires intuition, aesthetic sense, connection with the interior and exterior environments, perception of space, lighting and ventilation, etc.). It was the human heuristic improvement of the statistical basis of

such algorithms and so many others that has been misleadingly marketed as AI.

Once again, it is necessary to reaffirm that in its different aspects, AI is nothing more than MS carried out by high-performance electronic processing devices. Thus, the constructive use of AI, i.e., the use that not only preserves cognition but also develops it, requires knowledge of MS, including how and when to apply it, in addition to mastery of an appropriate computational language with which to

write the algorithms to be executed. It is knowledge (means), enabling understanding (goal), and building meta-understanding (meta-goal). The problem is that not many people want to focus their efforts on these things, mainly in the field of social sciences.

People in the social sciences are not generally enthusiastic about approaching the exact sciences in the sense of seeking to formalize some laws, a formalization that is not always mathematical [11]. However, I believe that, with respect to education, neuroscience — without being prescriptive as to teaching — can establish the axiomatic bases of a fruitful connection for the identification and enunciation of laws that unify the understanding of cognitive processes regardless of the always pointed out cultural differences, the main argument used by pedagogues and educators against rigorous scientific research in education. We need these foundations to identify what works or what does not work in the education of new generations out there, who discard from their dull lives the perspective of understanding that knowledge offers.

III. FINAL COMMENTS

Regarding cosmology, it is true that we can use AI in the constructive way I have shown here, but we need questions that make sense and that can be answered reasonably. Indeed, the future of the universe, as well as its beginning, are uncertain. Thinking about it, we do not even know if these questions make much sense. There is talk of gravitons with mass, compensating for the supposed tearing apart of the universe by dark energy in the distant future, but gravitons and gravitinos are as hypothetical as the multiverse. There is insistence on quantizing gravity, but I do not believe this is the way to follow; we would have to force the approximation between the two images of nature too much to the point of losing the deep understanding that these great representations brought at their respective scales of approach. As others have said, perhaps we really do need a new physics, and no AI will be able to build it. For now, a less pretentious cosmology already opens up more than enough realistic discussions for the general understanding of the observable universe. In a nutshell, we need to overcome the current phase of lack of objective purposes, something that affects everything and everyone, including science; less speculation and more assertiveness.

The mediocrity of thought, the culture of neomodernist relativism and the trivialization of education are sad marks of our time. Especially in Brazil, the situation is chaotic, aggravated by a high rate of functional illiteracy. This illiteracy, which abounds among government agents themselves, reaches the classes and lectures frequently given via ChatBots, apparently without any major concerns. I always remember that in the 90s a Japanese colleague told

Prediction: $\Omega = 0.3$, $c = 2.2 \Rightarrow 0.988989280391839$ TRUE Call: $\text{lm}(\text{formula} = \text{table[, 7]} \sim \text{table[, 3]})$ Coefficients: (Intercept) table[, 3] 15.648 8.425	Prediction: $\Omega = 0.3$, $c = 8.5 \Rightarrow 0.504175329205569$ TRUE Call: $\text{lm}(\text{formula} = \text{table[, 7]} \sim \text{table[, 3]})$ Coefficients: (Intercept) table[, 3] 15.648 8.425
--	--

TABLE 2: Predictions for $c = 2.2$ (best fit) and $c = 8.5$, both classified as TRUE with the latter on the probabilistic limit. The calls on “table[, 7]” and “table[, 3]” refer to R-mag and z respectively.

Simulation from the author in R language

We urgently need to put such foundations into new practices, including adopting a more disruptive science in face of so many interesting open problems that seem to have no solution with the traditional models we have [12]. Despite the crystal-clear logic of these considerations, many refuse to accept them, preferring the simplistic argument that the world has changed; therefore, education must change, either by force of the ideologies that permeate the institutions of the neoliberal model or by force of the technologies imposed on us, or even by a toxic combination of both. With the thoughtless entry of AI into educational environments, this toxicity tends to be irreversible.

me that science would soon be replaced by technology. At the time, I thought the statement was a bit exaggerated, but, seeing the current scenario, I fear he was right. In fact, the lack of interest in the search for understanding, giving preference to technical facilities, is growing.

For at least 30 years, and most severely in the period between 2010 and 2024, education has suffered serious damage with the introduction of the so-called “new pedagogies”, which were implemented without any metrics to validate their effectiveness. If we observe the undeniable decline in the quality of global intellectual production over the last few decades, the negative results for the emancipation of people and for the integral formation of

citizens are remarkable. Professional qualifications are unsettled in several areas, and critical thinking is disappearing. Of the brilliant minds forged in traditional education (Woodger, Montagu, Turing, Wiener, Popper, Bunge, Bohr, Einstein, Heisenberg, Russell, Poincaré, Whitehead, Wittgenstein, Somerfeld, De Broglie, Asimov, Schrödinger, Zel'dovich, Hubble, Lemaître, Sunyaev, Clark, Bachelard, Llosa, Aron, Huxley, Reichenbach, Freud, Jung, Tomonaga, Hoyle, Schwarzschild, Gödel, Milton Santos, Darcy Ribeiro, among so many others), few are remembered as examples to inspire us, and it is very clear that we shall not see new minds as brilliant as until the first half of the 20th century if we continue to adhere to the binary model of thinking subliminally propagated by the market of AI.

Many academies contribute to this dismal picture, keeping their little groups polarized in hive minds, while in the world outside the walls people prefer to consume technology and platitude rather than acquire formal education, and so on in this cultural downfall we are experiencing. "Don't know much about history, don't know much biology, don't know much about a science book [...]", said Sam Cooke' song from the 60s, opening the doors to the society of the spectacle we are leaving.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author thanks the support of the Centro Universitário ICESP to this publication. The author declares that they have no competing financial interests.

REFERENCES

- [1] Chung, D.; Enea Romano, A. (2006) "*Mapping luminosity-redshift relationship to LTB cosmology*" arXiv:astro-ph/0608403v1.
- [2] Brouzakis, N.; Tetradis, N.; Tzavara, E. (2007) "*The effect of large-scale inhomogeneities on the luminosity distance*" arXiv:astro-ph/0612179.
- [3] Garfinkle, D. (2006) "*Inhomogeneous spacetimes as a dark energy model*" Class. Quant. Grav. 23:4811.
- [4] Enqvist, K. (2008) "*Lemaître-Tolman-Bondi model and accelerating universe*" Gen. Relativ. Gravit. 40:451-466.
- [5] Kanehisa, K.; Pawłowski, M.; Libeskind, N. (2025) "*Andromeda's asymmetric satellite system as a challenge to cold dark matter cosmology*" Nature Astronomy 10p.
- [6] Abbott, T.; Acevedo, M.; Aguena, M. *et al* (2024) "*The Dark Energy Survey: Cosmology results with 1500 new high-redshift type Ia supernovae using the full 5-year dataset*" arXiv:2401.02929v2.
- [7] Migkas, K.; Pacaud, F.; Schellenberger, G. *et al* (2021) "*Cosmological implications of the anisotropy of ten galaxy cluster scaling relations*" Astronomy & Astrophysics. 649: 1-38.
- [8] Penrose, R (2023). A mente nova do imperador – Sobre computadores, mentes e as leis da física. São Paulo: UNESP, 607p.
- [9] Cicurel, R.; Nicolelis, M. (2015). O cérebro relativístico. Kios Press, 114p.
- [10] Christian, B.; Griffiths, T. (2016). Algoritmos para viver. Rio de Janeiro: Companhia das Letras, 529p.
- [11] Woodger, J. (1937). The axiomatic method in biology. Cambridge University Press, 174p.
- [12] Serpa, N. (2022) "*The unsustainable resistance to disruptive physics and a new look at cosmology and thermodynamics*" Physical Science International Journal 26(9-10): 35-41.